



# Les tremblements de terre : de l'initiation à l'arrêt de la rupture

Christophe Voisin

## ► To cite this version:

Christophe Voisin. Les tremblements de terre : de l'initiation à l'arrêt de la rupture. Géophysique [physics.geo-ph]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2000. Français. NNT : . tel-00709781

**HAL Id: tel-00709781**

**<https://theses.hal.science/tel-00709781>**

Submitted on 19 Jun 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



OBSERVATOIRE DE GRENOBLE  
et  
LABORATOIRE DE GÉOPHYSIQUE INTERNE ET TECTONOPHYSIQUE

**THÈSE**

présentée par

**Christophe Voisin**

pour obtenir le grade de DOCTEUR de

L'UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER - GRENOBLE I

(Arrêtés ministériels du 5 Juillet 1984 et du 30 Mars 1992)

Spécialité: **Géophysique - Géochimie - Géomécanique**

**Les tremblements de terre: de l'initiation à l'arrêt de la  
rupture**

Date de soutenance: Vendredi 22 Septembre 2000

Composition du jury:

M. M. Campillo	Directeur de thèse	Université Joseph Fourier, Grenoble
M. I. Ionescu	Directeur de thèse	Université de Savoie, Le Bourget-du-Lac
M. J.P. Vilotte	Rapporteur	Institut de Physique du Globe, Paris
M. M. Cocco	Rapporteur	Institut National de Géophysique, Rome
M. J.R. Grasso	Examineur	Observatoire de l'Univers, Grenoble
M. Nguyen Quoc Son	Examineur	École Polytechnique, Palaiseau



OBSERVATOIRE DE GRENOBLE  
et  
LABORATOIRE DE GÉOPHYSIQUE INTERNE ET TECTONOPHYSIQUE

THÈSE

présentée par

Christophe Voisin

pour obtenir le grade de DOCTEUR de

L'UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER - GRENOBLE I

(Arrêtés ministériels du 5 Juillet 1984 et du 30 Mars 1992)

Spécialité: Géophysique - Géochimie - Géomécanique

**Les tremblements de terre: de l'initiation à l'arrêt de la  
rupture**

Date de soutenance: Vendredi 22 Septembre 2000

Composition du jury:

M. M. Campillo	Directeur de thèse	Université Joseph Fourier, Grenoble
M. I. Ionescu	Directeur de thèse	Université de Savoie, Le Bourget-du-Lac
M. J.P. Vilotte	Rapporteur	Institut de Physique du Globe, Paris
M. M. Cocco	Rapporteur	Institut National de Géophysique, Rome
M. J.R. Grasso	Examineur	Observatoire de l'Univers, Grenoble
M. Nguyen Quoc Son	Examineur	École Polytechnique, Palaiseau

10222684

OBSERVATOIRE DE GRENOBLE  
Laboratoire de Géophysique  
Interne et Tectonophysique  
I.R.I.G.M. - B.P. 53  
38041 GRENOBLE CEDEX 9

OBSERVATOIRE DE GENÈVE  
Laboratoire de physique  
Institut de Technologie  
CH-1205 GENÈVE  
Suisse

À ma famille,  
ceux qui ne sont plus là,  
ceux qui sont là,  
ceux qui viennent d'arriver,  
et ceux qui viendront...

## Avant-propos

Nombreuses sont les personnes qui ont un jour ou l'autre pris part à ce travail de thèse. Cela commence très tôt, je n'étais alors qu'un jeune étudiant de 1<sup>er</sup>S, avec Madame Millot, professeur de SVT qui, par son dévouement et sa ferveur, a su me décider à m'orienter vers la géologie. Encore plus tôt, au collège, c'est Mr Delbarre qui me permet d'apprécier les mathématiques. Je le retrouve plus tard, au Lycée, pour des jeux mathématiques variés. Il m'apprend Othello. Oh oui, c'est un peu éloigné de la thèse, tout ça. J'y reviens Lecteur impatient. Je passe quelques années sur les bancs du Lycée Faidherbe, où je rencontre MM. Olejniczak et Rousseau. J'ai bien failli y rester collé. Mais finalement je m'en tire, et je rentre à l'ENS Lyon. C'est au cours de ces trois années que va se décider l'orientation de mon futur. Je dois ici remercier Mr Albarède (il se reconnaitra), qui m'a permis d'apprécier la beauté de la géophysique... Michel Campillo et Guy Perrier y ont contribué un peu aussi. Allez zou, on y va. Le DEA à Grenoble, une année de mise en route, je rencontre Ioan Ionescu. Et puis l'armée qui saute! Un grand merci à ce chirurgien militaire, sensible aux difficultés des thésards... Et enfin, Lecteur, me voilà en thèse. Et quoi, qu'est ce que j'apprends? Un autre thésard? Bon. Il a pas l'air bien méchant. Et les mois qui passent nous rapprochent. Et c'est même la colocation. Mêmes directeurs, même sujet, même appartement, même... un peu tout, en fait. Je sais à quoi tu penses, Lecteur obsédé. Mais non. Tu réciteras deux paters et demi. Ah oui, un bon demi!

Comme c'est un peu court, je rajoute ici quelques remerciements. Jean Robert Grasso, avec qui, entre deux chaises volantes, une bonbonne explosive, des pots de yaourt et quelques tubes de mayonnaise indépendantistes, j'ai pu partagé quelques bons moments et un bureau. Que son nom soit sanctifié! Michel Bouchon, qui au mépris de son propre confort m'a permis de préserver les sièges de la navette de l'aéroport de quelques miasmes indépendantistes eux aussi... Que son nom soit béni! Et aussi Hugues, que j'appelle lors de certains voyages. Les rapporteurs et autres examinateurs qui ont lu ce manuscrit et qui se sont déplacés à Grenoble. Les directeurs de thèse, Saint Ioan et Saint Michel, qui ont supporté 3 ans avec deux thésards si particuliers... Parfois même bourrés... Pas vraiment des enfants de chœur quoi! Parlons de l'autre affreux tiens. Celui dont le surnom est le parfait anagramme de *ma luciole*. M'est avis que c'est pas fini cette histoire là. Peu importe les lieux. Comme il le dit lui même dans un style très particulier, limite Béruriéen: "Dire qu'on a eu les mêmes directeurs de thèse, des sujets proches, très proches, et qu'on a eu le même bureau pendant deux ans et qu'on a été colocataires pendant deux ans aussi et que j'en passe. Les meilleures choses ont une fin? Même pas! Je pars en post doc à Santa Barbara et lui à San Diego. Et le comble, c'est que nos patrons respectifs ont eu le même directeur de thèse eux aussi. Des choses pareilles ne s'interprètent pas, elles se vivent". Effectivement *ma luciole*, des choses pareilles ça se vit. Je crois qu'on a bien vécu, et que ça va continuer un moment!

Je voudrais terminer par remercier ma compagne, ma fée Morgane, qui a préparé un remarquable festin. Elle a supporté les derniers mois de la thèse, les plus pénibles, à moins que ce ne soient les suivants. En tout cas, qu'elle soit canonisée!



22 AOÛT 2003

Univ. J. Fourier - O.S.U.G.  
MAISON DES GEOSCIENCES  
DOCUMENTATION  
B.P. 53  
F. 38041 GRENOBLE CEDEX  
Tél. 04 76 63 54 27 - Fax 04 76 51 40 58  
Mail : ptalour@ujf-grenoble.fr

# Table des matières

<b>1 La phase d'initiation: Observations, Expérimentations, Modélisations</b>	<b>3</b>
1.1 Observations sismologiques de la phase de nucléation . . . . .	3
1.1.1 Existence de la phase de nucléation? . . . . .	3
1.1.2 Des caractéristiques controversées . . . . .	5
1.1.3 L'exemple de Landers . . . . .	8
1.2 Expériences de frottement sur surfaces préexistantes . . . . .	9
1.3 Modélisations de l'initiation . . . . .	18
1.3.1 Les modèles dérivés des observations sismologiques. . . . .	18
1.3.2 Les modèles tirés des expériences de frottement. . . . .	19
1.3.3 Les modèles mathématiques . . . . .	21
Cas de la faille infinie . . . . .	24
Cas de la faille finie . . . . .	30
<b>2 Le déclenchement des séismes</b>	<b>47</b>
2.1 Problématique du déclenchement . . . . .	47
2.1.1 L'interaction statique . . . . .	48
2.1.2 L'interaction dynamique . . . . .	50
Déclenchement à distance . . . . .	50
Déclenchement aux courtes distances . . . . .	51
2.2 Etude du déclenchement par une onde plane . . . . .	52
2.2.1 Glissement stable versus glissement instable . . . . .	52
2.2.2 Modélisation du passage d'une onde sur une faille finie . . . . .	53
Premier cas: $D_c=1$ m (faille instable) . . . . .	54
Second cas: $D_c=5$ m (faille stable) . . . . .	56

Fréquence limite de déclenchement . . . . .	56
2.3 Le séisme d'Irpinia . . . . .	59
2.3.1 Introduction . . . . .	59
2.3.2 Description of the Model . . . . .	62
Medium . . . . .	62
Friction Law . . . . .	63
Incident Stress Waveform . . . . .	64
2.3.3 Examples of Evolution of the System . . . . .	68
2.3.4 Numerical Study Without the Static Stress Field . . . . .	72
Case of a "Close to Failure" Fault Segment . . . . .	72
Case of a "Far From Failure" Fault Segment . . . . .	74
2.3.5 Numerical Study With the Complete CFF . . . . .	75
Computations for a Close to Failure Fault . . . . .	75
Computations for a Far From Failure Fault . . . . .	77
Computations for a Very Far From Failure Fault . . . . .	78
2.3.6 Discussion . . . . .	81
2.3.7 Conclusions . . . . .	84
2.4 Le problème des antishocks . . . . .	91
2.5 Récapitulatif . . . . .	95
<b>3 Influence de l'hétérogénéité</b> . . . . .	<b>101</b>
3.1 L'hétérogénéité des failles . . . . .	101
3.2 Effet des hétérogénéités sur l'initiation . . . . .	101
3.3 Analyse spectrale de l'initiation hétérogène . . . . .	103
3.3.1 Introduction . . . . .	103
3.3.2 Spectral approach of the general problem . . . . .	107
Problem statement . . . . .	107
Nondimensional problem and its spectral expansion . . . . .	109
Stability analysis. Static eigenproblem . . . . .	110
3.3.3 The Finite Element Approach . . . . .	111
3.3.4 The case of one homogeneous fault . . . . .	112
The spectral problems . . . . .	112

Accuracy of the spectral approach . . . . .	115
Initiation pattern . . . . .	119
3.3.5 Fault interaction . . . . .	120
Interaction of two fault segments . . . . .	122
The case of an heterogeneous fault . . . . .	122
3.3.6 Discussion . . . . .	124
3.3.7 Conclusion . . . . .	126
3.4 Vers une loi de frottement effective . . . . .	127
3.4.1 Introduction . . . . .	128
3.4.2 Heterogeneous and equivalent problems . . . . .	129
3.4.3 A simple heterogeneous fault model . . . . .	132
3.4.4 Dynamic evaluation of the effective friction law . . . . .	134
3.4.5 Definition of the effective friction law and test of its accuracy. . . . .	137
3.4.6 Spectral evaluation of the effective friction law . . . . .	142
3.4.7 The influence of the amplitude of the friction heterogeneity. . . . .	148
3.4.8 The influence of the geometry of the heterogeneity . . . . .	148
3.4.9 The case of a very strong heterogeneity . . . . .	151
3.4.10 Discussion . . . . .	151
<b>4 Initiation, propagation et arrêt de la rupture sur une faille de résistance variable</b> . . . . .	<b>163</b>
4.1 Travaux antérieurs . . . . .	163
4.2 Expériences de rupture et de frottement: mise en évidence du pic de contrainte . . . . .	164
4.3 Résistance de la faille et arrêt de la rupture . . . . .	167
4.3.1 Introduction . . . . .	168
4.3.2 Problem statement . . . . .	172
4.3.3 Rigid and Strengthening Barriers . . . . .	174
Shear stress concentration associated with the rigid barrier . . . . .	175
Shear stress concentration associated with the strengthening barrier . . . . .	177
The case of a sharp strengthening barrier . . . . .	177



The case of a smooth strengthening barrier . . . . .	179
4.3.4 Frictional and fracture-like arrest of the rupture . . . . .	180
Frictional-like arrest . . . . .	180
Crack growth resistance . . . . .	180
Influence of the initial size of the rupture . . . . .	185
Fracture-like arrest . . . . .	189
4.4 The self-healing slip pulse . . . . .	190
4.4.1 Discussion . . . . .	192
4.4.2 High frequency radiation . . . . .	192
4.4.3 Strengthening barriers and fault growth . . . . .	193
4.4.4 Conclusion . . . . .	194
4.5 Résistance variable, croissance des failles, stabilité et instabilité . . . . .	199
4.5.1 Résistance variable . . . . .	199
4.5.2 Croissance des failles . . . . .	199
4.5.3 Stabilité et instabilité . . . . .	200
<b>A Éléments finis et stabilité des failles . . . . .</b>	<b>223</b>
A.1 Le problème statique . . . . .	223
A.1.1 Analyse de stabilité . . . . .	223
Résolution par éléments finis . . . . .	223
Tests numériques . . . . .	224
Effet de la taille de la maille . . . . .	224
Effet de la distance du bord fictif . . . . .	224
A.1.2 Cas d'une faille homogène . . . . .	225
A.1.3 Cas d'une faille hétérogène . . . . .	225
Stabilité de deux cracks . . . . .	225
Premières études de renormalisation . . . . .	227
A.2 Le problème dynamique . . . . .	230
<b>B Initiation et propagation de la rupture avec résistance variable . . . . .</b>	<b>233</b>
B.1 Initiation hétérogène . . . . .	233
B.2 Propagation sur une faille de résistance variable . . . . .	233
B.2.1 Cas d'un milieu de résistance croissante . . . . .	233

B.2.2 Propagation dans un milieu de résistance variable . . . . .	237
<b>C Approche numérique de l'initiation . . . . .</b>	<b>239</b>

## Introduction

Pour prévoir un tremblement de terre, que faut-il ? *Perrier et Madariaga*, dans leur livre **Les tremblements de terre** (Presses du CNRS) nous disent: Il faut d'abord identifier la zone où le séisme va s'initier. Puis il faut la surveiller minutieusement pendant la période qui précède le déclenchement de la rupture. Par conséquent, pour prévoir, il ne suffit pas de connaître la géométrie des failles et la sismicité historique de la région étudiée, mais il faut aussi comprendre les phénomènes qui se produisent sur les failles quelques heures ou quelques jours avant le déclenchement du tremblement de terre. Deux approches sont développées en sismologie. La première est qualifiée d'empirique (naturaliste), et consiste à chercher une méthode de prévision à partir de l'interprétation directe des observations. Les variations de potentiel électrique, de la vitesse des ondes, du niveau de l'eau dans les puits, de l'émanation de gaz dissous, de déformations géodésiques (mouvements verticaux et horizontaux) et jusqu'aux comportements étranges des animaux, autant de signaux qui ont, une fois ou l'autre, joué le rôle de précurseur à la rupture. Malheureusement, ces observations sont rarement reproductibles d'un site à l'autre et à l'heure actuelle, il n'existe pas de signal précurseur fiable. Malgré quelques succès (Haicheng, 1975) l'approche empirique a donc ses limites. Plus que cela, l'absence de compréhension physique -le *pourquoi* des observables- empêche même à cette approche d'évoluer. Elle ne peut qu'espérer trouver le bon signal. La seconde approche, mécanique, cherche d'abord à élucider en détail ce qui se passe sur la faille avant de proposer une méthode de prévision fiable et universelle. Cette approche utilise pour l'essentiel l'étude expérimentale du comportement mécanique des roches et la construction de modèles théoriques. Le problème fondamental est: que cherche-t-on à observer et à modéliser ? En effet, l'absence de données précises sur la zone de nucléation des séismes complique singulièrement la tâche. La mécanique de la rupture a été très



Guy  
Perrier





étudiée en physique des matériaux. Mais la spécificité du séisme est qu'il ne s'agit pas essentiellement de rupture mais plutôt de frottement.

Le frottement est un phénomène physique dont l'origine est mal perçue et dont il n'existe pas encore de théorie. Léonard de Vinci (1452-1519) a déjà étudié (il y a plus de 500 ans) la physique du frottement. Ses résultats furent redécouverts par le français Guillaume Amontons (1663-1705) et forment les deux premières lois du frottement. 1/ La force de frottement qui s'oppose au glissement est proportionnelle à la charge normale. 2/ L'intensité de la force de frottement ne dépend pas de l'aire apparente de contact. Charles Augustin de Coulomb (1736-1806) ajoute une troisième loi: 3/ La force de frottement est indépendante de la vitesse, une fois le mouvement commencé. La compréhension de la physique des tremblements de terre passe par la connaissance intime de la loi constitutive de frottement. De nombreuses expériences ont été menées -sur différents matériaux- pour étudier à la fois le phénomène de la rupture fragile et du frottement sur la surface de discontinuité. La façon la plus simple de rendre compte des propriétés du matériel est le critère de Coulomb. Au commencement de l'expérience, l'échantillon est mis sous contrainte. Celle-ci est augmentée jusqu'à atteindre un seuil qualifié de statique ( $\mu_s$ ). Dès lors l'échantillon rompt (ou glisse) et la contrainte chute *instantanément* à un second seuil dit dynamique ( $\mu_d$ ). Dans ce formalisme, rupture et frottement sont décrits de la même façon, seul le seuil statique change. Cette représentation ne décrit pas la physique de la rupture mais considère plutôt deux images: avant, après. Dès les années 60, *Brace et Byerlee* [1966] ont proposé l'instabilité de frottement comme mécanisme possible des séismes crustaux. De nombreuses études expérimentales ont suivi. Parmi elles, celles de *Okubo et Dieterich* [1981,1982] et celles de *Ohnaka* [1973]. Ces expériences ont montré la dépendance du frottement avec le glissement. Pour aller à l'essentiel, la contrainte de cisaillement diminue progressivement avec la quantité de glissement. Cet affaiblissement se produit sur une zone limitée de la surface de faille qu'on appelle zone de nucléation. Les caractéristiques principales de ces expériences sont décrites au Chapitre 1.

Nous disposons d'expériences de laboratoire qui décrivent un endommagement progressif de la résistance avant le déclenchement de la rupture. Cet affaiblissement de la contrainte avec le déplacement est une description physique du processus de

nucléation qui se déroule sur la surface frottante. La chute de contrainte de  $\mu_s$  à  $\mu_d$  ne se fait pas instantanément. Elle nécessite une certaine quantité de glissement et donc *un certain temps*. Nous arrivons ici au point crucial de toute prévision, qui est bien le problème du temps. *Quel délai avons nous avant d'atteindre la rupture ?* Les expériences de laboratoire exhibent des durées d'initiation très courtes, de quelques millisecondes à une seconde (*Okubo et Dieterich*, 1981,1982; *Ohnaka et al.*, 1990; *Ohnaka et Shen*, 1999). Elles montrent également une dépendance du glissement critique (et donc de la durée d'initiation) avec la rugosité (l'hétérogénéité) des surfaces. Pour utiliser ces résultats, il faut changer d'échelle. Ces expériences sont réalisées sur des blocs de 30 cm à 1.5 m de côté. Or pour produire un séisme de magnitude 7, il faut environ 20 km de faille. Pour une magnitude 8, c'est 100 km de longueur de faille qui sont nécessaires. Il y a donc un problème de transfert d'échelle. En augmentant la taille de la faille, on augmente aussi le degré d'hétérogénéité de la surface. *Le temps d'initiation est-il le même que dans les expériences, ou est-il augmenté en conséquence ?* Ceci n'est encore qu'une partie du problème, qui ne concerne que la mécanique propre de la faille. La faille est un objet géologique situé dans un contexte tectonique et soumis à de nombreuses sollicitations externes (les forçages). La faille, en tant qu'objet géologique, agit, réagit et interagit avec son environnement. *De quelle façon l'interaction avec l'environnement modifie-t-elle le délai avant la rupture ?* Toute faille est soumise à certaines contraintes tectoniques qui assurent le niveau de contrainte ambiant et imposent un chargement très lent dû aux déplacements lithosphériques de quelques cm/an: c'est le chargement tectonique, constant sur de longues périodes de temps. Les autres forçages sont essentiellement les perturbations gravitationnelles (dues à l'attraction de la Lune et du Soleil) et les interactions entre failles. Pour les premières, les récents résultats de *Vidale et al.* [1998] indiquent un effet négligeable des variations de gravité sur le taux de sismicité de la Californie. Quant aux secondes, l'occurrence d'un séisme sur une faille génère un chargement décomposé en un chargement dynamique (transitoire) et un chargement statique (permanent) qui modifient l'état de contrainte sur les autres failles. Cette modification va à la hausse ou à la baisse de la contrainte de Coulomb suivant l'orientation et la position des failles. Dans l'hypothèse où ces failles étaient instables et préparaient un séisme, dans quelle mesure la rupture est-elle avancée ou



retardée ? La question de la stabilité des failles n'est pas anodine. Travailler sur les tremblements de terre ne doit pas faire perdre de vue que le séisme n'est pas la seule réponse possible de la faille aux sollicitations externes, et même internes. Ainsi, de nombreuses failles sont dites asismiques (e.g. le segment Hollister de la faille de San Andreas). Ces failles sont caractérisées par un glissement stable qui accommode les différents chargements. On peut y voir là l'effet des fluides crustaux qui lubrifient le plan de faille et inhibent le comportement de stick slip. La question est de savoir pourquoi certaines failles sont asismiques et d'autres (violemment) sismiques. *Dans quelle mesure une faille est-elle stable ou instable ? Est-il possible de caractériser le comportement instable d'une faille ? Y-a-t-il des transitions entre ces deux états ?*

Ce travail de thèse se classe dans la seconde approche de la prévision sismique, celle de la mécanique et de la modélisation. Ici, nous allons utiliser à la fois les résultats expérimentaux sur la loi constitutive de frottement et les observations sismologiques pour définir le processus d'initiation, caractériser ces propriétés dans une géométrie simple (2D antiplan). Les questions soulevées dans cette introduction serviront de fil directeur au lecteur. Le Chapitre 1 a pour objet de montrer la réalité des observations sismologiques, de présenter les principaux résultats expérimentaux, et de poser les bases de la modélisation de la phase d'initiation. La mécanique propre de l'instabilité y est abordée. Le Chapitre 2 quant à lui, traite des problèmes de déclenchement de la rupture et replace la faille dans son contexte tectonique, soumise aux sollicitations. La mécanique propre de la faille est confrontée aux différents termes de forçage. Le Chapitre 3 reprend la modélisation de la phase d'initiation avec une méthode spectrale sur une faille finie homogène qui permet de caractériser le comportement instable, puis traite de l'effet des hétérogénéités sur le processus d'initiation. L'hétérogénéité apparente du plan de faille peut être reliée à la notion de résistance à la rupture. Le Chapitre 4 présente une définition possible de la résistance variable à la rupture basée sur le formalisme en glissement. Le problème de l'arrêt de la rupture est abordé.

La diversité des sujets traités ne doit pas faire perdre de vue le fait que le point important est toujours *le temps*. Le lecteur est invité à garder à l'esprit ce fait.

## Chapitre 1: La phase d'initiation

### Observations, Expérimentations, Modélisations

#### Résumé

Ce premier chapitre a pour but d'étudier la mécanique propre de la faille. Nous montrons la réalité d'un signal mécanique précurseur à la rupture. Ce signal se présente la forme d'une montée graduelle, ou sous la forme de montées épisodiques. Il peut être relié à un mécanisme d'affaiblissement asismique conduisant à la rupture.

Les expériences de frottement réalisées au laboratoire décrivent une phase de glissement lent et asismique précédant la rupture. Le processus de nucléation correspond à la chute de la contrainte de cisaillement avec le glissement, ce jusqu'au niveau résiduel de frottement dynamique. Une instabilité de frottement se développe progressivement sur la zone de nucléation, puis se propage le long de l'interface. La dépendance du frottement avec le glissement se traduit par l'existence d'un glissement critique  $D_c$ .

La modélisation du phénomène peut se faire à plusieurs niveaux: les observations sismologiques permettent de construire des modèles qualitatifs. Les expériences de frottement permettent de construire un modèle quantitatif basé sur la relation constitutive de frottement. Elles sont à la base du développement de notre modèle mathématique. Nous montrons dans le cas infini que l'instabilité se développe suivant un taux de croissance prescrit par la pente de la loi de frottement (linéaire). En ce qui concerne la faille finie, nous développons l'effet de la taille de la faille sur le développement temporel de l'initiation. Nous montrons l'existence d'une constante de stabilité  $\beta_0$  qui délimite un état stable et un état instable de la faille. Le produit adimensionnel  $\beta = a\alpha$ , où  $a$  est la demi longueur de la faille et  $\alpha$  le taux d'affaiblissement du frottement contrôle l'état dans lequel se trouve la faille. Lorsque  $\beta < \beta_0$  la faille est stable. Lorsque  $\beta \geq \beta_0$ , la faille est instable.

*Tempus omnia revelat.*

*Tertullien, Apologétique.*



## Chapitre 1

# La phase d'initiation: Observations, Expérimentations, Modélisations

### 1.1 Observations sismologiques de la phase de nucléation

#### 1.1.1 Existence de la phase de nucléation?

L'observation détaillée des enregistrements sismologiques a montré que l'arrivée brutale du front d'ondes P associées à la rupture est précédée d'une phase qualifiée d'initiation. Les caractéristiques de cette phase d'initiation peuvent être très diverses. *Iio* [1992] a procédé à l'analyse du champ lointain d'ondes P d'une séquence de répliques qui a suivi un séisme de magnitude 6.9 survenu dans la province de Nagano (Japon) en 1984. Pour quasiment chacun des événements enregistrés, il montre l'existence de cette phase de montée graduelle, qu'il nomme phase d'initiation lente (cf figure 1.1). Il montre également que cette phase est incompatible avec les modèles théoriques proposés par *Sato et Hirasawa* [1973] ou *Madariaga* [1976]. Ces derniers supposent une friction cinématique constante ainsi qu'une vitesse de rupture constante sur la surface de faille. Sous ces conditions, la montée des ondes P doit suivre une rampe. La durée de la phase d'initiation lente est proportionnelle à la



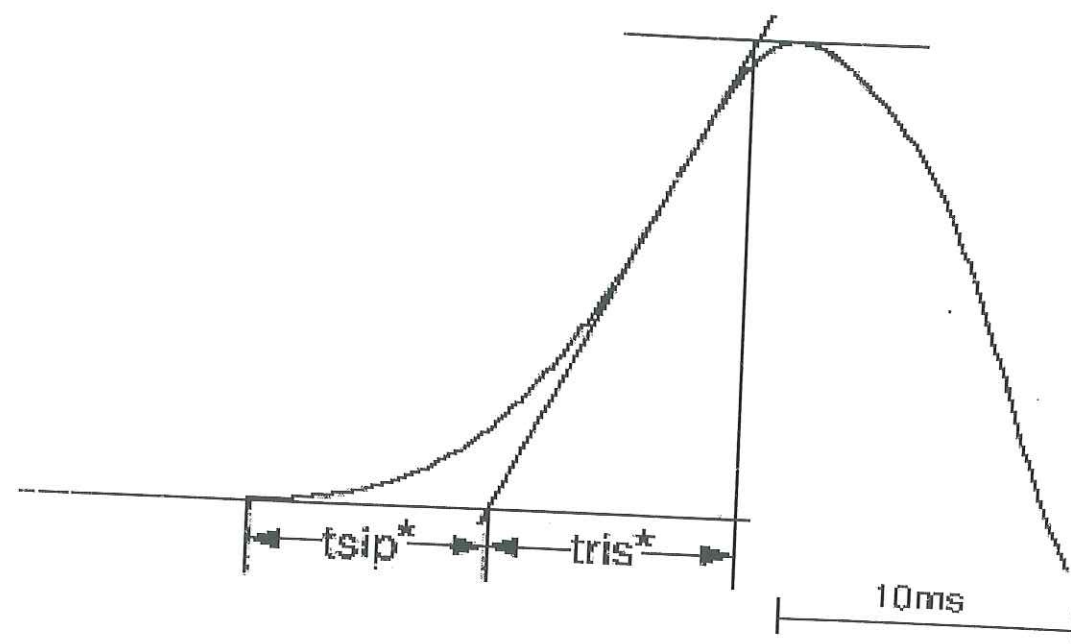


FIG. 1.1 – Les enregistrements sismologiques des répliques de Nagano débutent très doucement. La phase d'initiation se caractérise par la montée graduelle de la vitesse. Cette première phase est interrompue par la croissance quasi-linéaire de la vitesse. Cette courbure est interprétée par Mori et Kanamori [1996] comme un effet de propagation dans un milieu anélastique. Cependant, les résultats de simulation montrent que cette explication ne peut expliquer tout le signal apparent. Il faut donc bien voir dans cette phase précurseur un signal émanant de la source. Ici,  $tsip^*$  signifie temps de la slow initial phase et  $tris^*$  temps de montée. Ces deux valeurs sont corrélées, ce qui signifierait que la phase d'initiation est proportionnelle à la taille de l'événement subséquent.

période du premier pulse d'onde P. Ceci porte à croire que plus la phase d'initiation lente est longue, plus le séisme qui s'ensuit est important. Iio [1995] permet de lever les doutes sur la nature de l'information portée par cette phase d'initiation lente. En effet, on pourrait voir là un effet de la propagation du signal dans le milieu crustal anélastique. C'est d'ailleurs l'explication avancée par Mori et Kanamori [1996] dans l'analyse de la sismicité de Ridgecrest (Californie). Un modèle simple du type Sato et Hirasawa convolué par un opérateur d'anélasticité permet d'expliquer la courbure douce présente avant l'arrivée des ondes P. Mais les simulations numériques de Iio [1999] montrent que l'anélasticité ne permet pas d'expliquer la totalité du signal observé. Il semble bien que la phase d'initiation lente soit une caractéristique de la source de l'événement. Pour l'intervalle de magnitude étudié (-0.7 à 2.7), la phase d'initiation lente se présente sous la forme d'une montée lente, graduelle et régulière.

### 1.1.2 Des caractéristiques controversées

A l'inverse, Ellsworth et Beroza [1995,1998] et Beroza et Ellsworth [1996] ont analysé plusieurs séries d'événements dont les magnitudes sont distribuées dans l'intervalle 1.1-8.1. Pour ces auteurs, la phase d'initiation (ou également de nucléation) se présente sous une forme toute différente. Elle débute de façon abrupte et n'est pas du tout régulière. Elle se termine par la soudaine augmentation de l'amplitude du sismogramme. L'utilisation de méthodes de déconvolution et de fonctions de Green empiriques permet de mettre en évidence les caractéristiques de cette phase pour des séismes de tailles variées (cf figure 1.2). La compilation de nombreux événements permet de dresser des corrélations faibles entre divers paramètres. Ainsi la figure 1.3 présente trois diagrammes qui relient les paramètres directs aux informations sur la source des événements. Le rayon de la source est bien corrélé avec le moment de la phase de nucléation de l'événement. A l'inverse, la corrélation du rayon avec le moment total se dégrade, et celle du glissement critique avec le moment sismique total présente une dispersion importante. Cependant, au premier ordre, la tendance est en effet à la corrélation positive. Nous reviendrons sur les éventuelles explications de la dispersion du glissement critique lors de la description du modèle d'initiation sur une faille finie. Beroza et Ellsworth [1996] utilisent les relations de Boatwright et de Keilis-Borok écrites respectivement pour un crack auto-similaire et pour un crack à chute de contrainte constante. En égalant la variation de contrainte dynamique à la variation statique, ils peuvent déterminer le rayon de la zone d'initiation ainsi que le déplacement critique correspondant à l'affaiblissement de la faille. Les valeurs proposées sont  $r = 10\text{m}$  à  $r = 6.10^3\text{m}$ , et  $D_c = 1\text{mm}$  à  $1\text{m}$ .

Globalement, la taille et la durée de la phase de nucléation sont proportionnelles au moment sismique total de l'événement. Le moment sismique de la phase de nucléation représente en moyenne 0.5% du moment total. La question de la proportionnalité de la zone de nucléation et de sa durée avec le reste du séisme est encore ouverte. Ishihara et al. [1992] ont montré une corrélation négative de la durée de la phase de nucléation avec la taille du séisme. Mori et Kanamori [1996] montrent l'absence de corrélation de la phase de nucléation avec la taille du séisme. Si l'existence d'une phase de nucléation précédant le séisme semble maintenant faire l'unanimité, en revanche les avis divergent en ce qui concerne les processus physiques



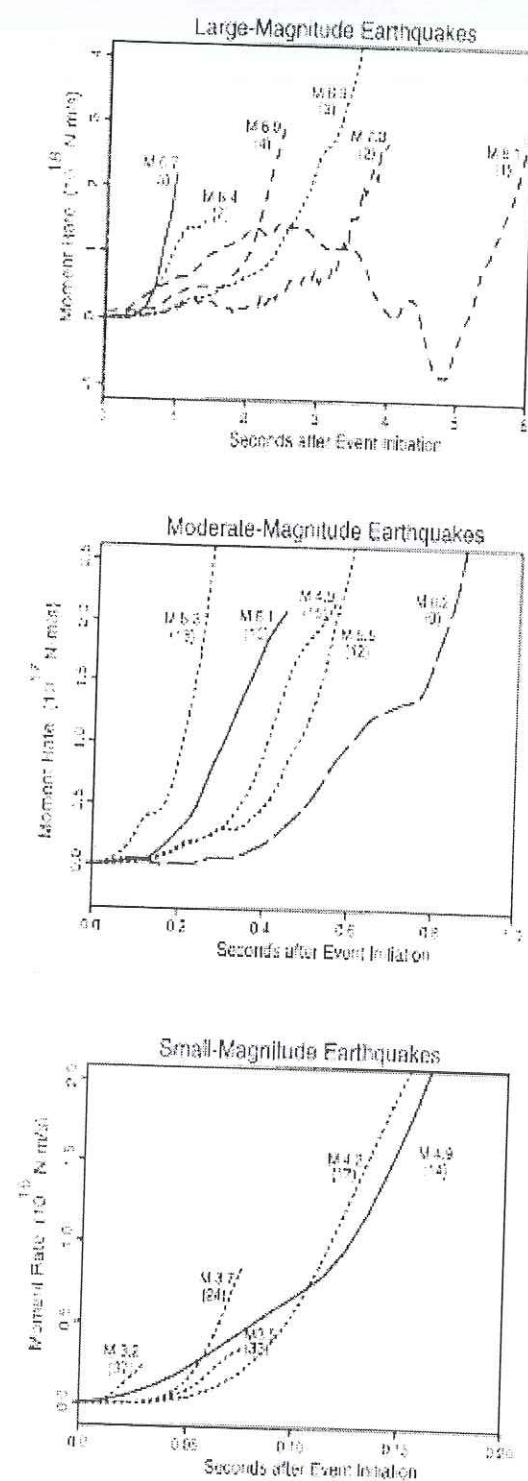


FIG. 1.2 – Fonctions sources de l'initiation des séismes classés par taille, obtenues par déconvolution. Chaque événement débute doucement puis accélère brutalement de manière non uniforme, marquant là sans doute l'hétérogénéité de la zone de nucléation. La durée de la phase d'initiation est fonction de la taille de l'événement considéré. D'après Beroza et Ellsworth [1996].

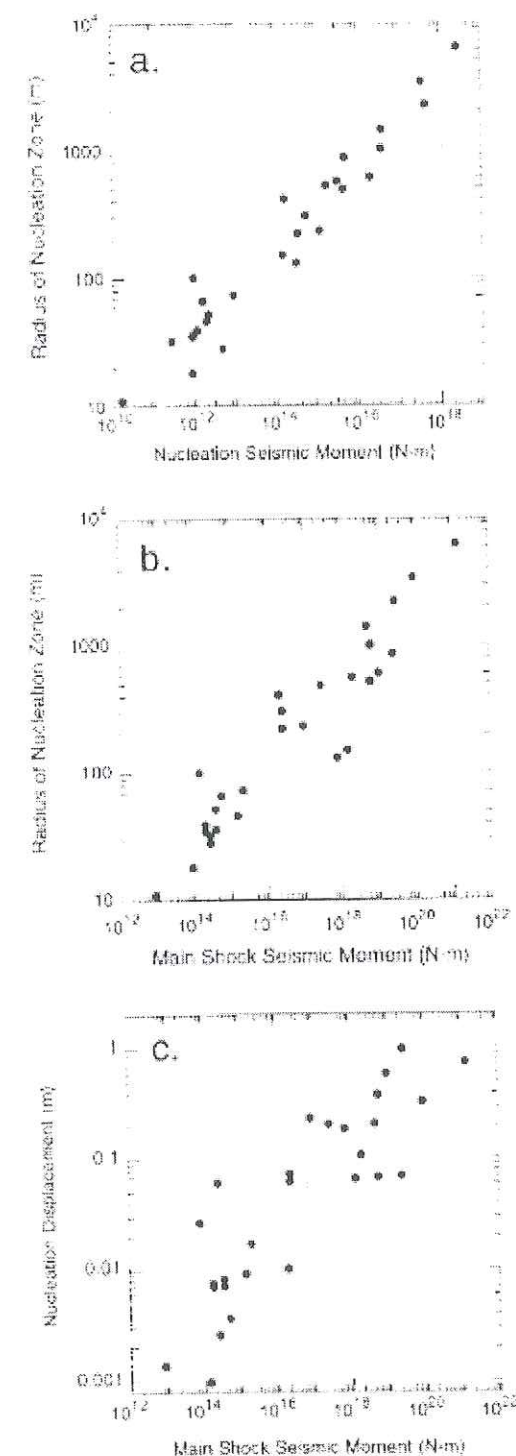


FIG. 1.3 – Le moment sismique de la phase de nucléation et la chute de contrainte sont utilisés pour déterminer le rayon de la source et le glissement critique moyen. On note une très bonne corrélation du rayon de la source avec le moment sismique de la phase de nucléation. Par contre en (b) et (c), les corrélations proposées sont de moins bonne qualité. Pour le graphe (c), la dispersion des mesures est vraiment importante. Ainsi, pour un même moment sismique, il est possible de choisir le glissement sur près de 3 ordres de grandeur. D'après Beroza et Ellsworth [1996].



à l'oeuvre lors de la nucléation. En effet, il semble que parfois la phase de nucléation se développe de façon graduelle, et parfois qu'elle soit marquée par des prépliques (foreshocks).

### 1.1.3 L'exemple de Landers

L'exemple le plus marquant de cette seconde caractéristique est peut-être la séquence de prépliques qui a précédé le séisme de Landers. Approximativement 28 événements ont ainsi eu lieu dans les 7 heures qui ont précédé la rupture principale. La localisation précise de ces événements par *Dodge et al.* [1995] a montré l'existence d'une zone d'extension limitée (1km par 1km) située à 500m du plan de rupture majeur. Le calcul des transferts de contrainte associés à ces prépliques par la méthode de Coulomb démontre clairement qu'ils n'ont pas pu se déclencher les uns les autres. Les auteurs proposent un mécanisme sous-jacent, probablement asismique (peut être un fluage) sur lequel viendraient se greffer les prépliques. *Dodge et al.* [1996] identifient la géométrie des zones de nucléation et déterminent l'évolution de contrainte menant à l'occurrence du choc principal. Les dimensions spatiales de la zone des prépliques permet de donner au moins une estimation grossière (sans doute inférieure) des dimensions de la zone de nucléation. Les prépliques, dans l'hypothèse où ils peuvent être reliés à l'hétérogénéité de la zone de faille montrent l'importance des discontinuités de la faille dans le processus de nucléation. De nombreux événements ont lieu aux endroits de variation des caractéristiques géométriques de la surface, tels un coude, ou un relais en échelon (voir par exemple *Jones et al.*, 1982; *Jones* 1984).



Les observations faites par *Beroza et Ellsworth* [1996] sont-elles compatibles avec celles de *Iio* [1992,1995,1999]? La phase de nucléation est-elle graduelle ou épisodique, marquée par les prépliques? Le processus (asismique) de nucléation est-il si ténu qu'on ne puisse l'observer en deçà d'une certaine résolution? Les deux aspects sont susceptibles d'agir de concert, comme le suggère *Dodge et al.* [1995,1996]. Le processus asismique sous-jacent est probablement le seul à l'oeuvre lors des petits événements, et il peut être accompagné par la rupture de petites zones de moindre résistance qui cèdent plus facilement. Les prépliques donneraient alors une image de l'hétérogénéité locale de la zone de faille. Une autre explication est envisageable; elle concerne la loi de frottement locale. Nous la développerons dans la dernière partie de cette thèse. Après les observations sismologiques qui mettent en évidence la phase de nucléation, nous nous intéressons maintenant à l'aspect expérimental. Depuis déjà plus de 20 ans, de nombreuses expériences ont été menées sur le frottement des surfaces rugueuses. Nous allons décrire dans le paragraphe suivant les principaux résultats de ces études, et notamment ceux d'Ohnaka et collaborateurs, qui ont promu le frottement glissement dépendant en géophysique.

## 1.2 Expériences de frottement sur surfaces pré-existantes

La rupture en géophysique est très souvent liée à un phénomène de cisaillement qui se développe dans un contexte compressif. Ce processus inclut non seulement l'endommagement de matériel intact, mais aussi le glissement avec frottement sur des surfaces préexistantes. Ces surfaces jouent alors le rôle de jonctions faibles qui localisent la déformation. Il est quasi certain que l'événement sismique soit un mélange de ces deux mécanismes. Il est probable que ce que le sismologue appelle une barrière ne soit autre qu'une zone de plus forte résistance, proche de celle du matériel intact. L'endommagement de ce matériel apparaît comme la limite supérieure du contact avec frottement du point de vue de la résistance à la rupture. La rupture cisailante est un processus essentiellement non linéaire et inhomogène, durant lequel la déformation se localise dans une fine zone prête à rompre. Cela se traduit par l'apparition soudaine d'une surface de macro rupture associée au glissement «sismique» et au relâchement de la contrainte accumulée. La source des tremblements de terre correspond à une instabilité mécanique de glissement qui donne naissance à un front de rupture cisailante qui se propage dynamiquement le long d'une surface préexistante, la faille. Cette surface est loin d'être homogène. Lorsque deux corps élastiques



sont en contact sous contrainte, la surface de contact se réduit en fait à un nombre fini de petites zones. Pour simplifier, lorsque ces zones sont très nombreuses, alors la résistance de la surface de frottement devient proche de celle du matériel intact. Il est par ailleurs intéressant de noter l'existence de nombreux phénomènes physico-chimiques, tel le cimentage ou la plasticité des contacts, qui tendent à augmenter l'aire réelle de contact. Sous leur action, la résistance à la rupture devient celle du matériel intact. Ainsi, lors du tremblement de terre, la surface mise en jeu est à la fois une surface préexistante et une surface intacte. La loi constitutive qui doit décrire le tremblement de terre doit donc prendre en compte les deux aspects: rupture de matériel sain et frottement sur surface préexistante. Ce dernier point a été très largement étudié par de nombreux auteurs. Beaucoup d'approches ont été proposées, et parmi elles nous développons ici uniquement les expérimentations en laboratoire sur le frottement. Les études expérimentales s'accordent à décrire une phase de glissement "stable" qui précède la rupture, instable. Les interprétations se répartissent en deux familles qui s'opposent sur la loi de frottement. Les uns proposent une loi dite "rate and state friction", qui prend en compte à la fois la vitesse de glissement et l'histoire de la surface. Les autres proposent une loi dépendant au premier ordre du glissement. Nous voulons montrer ici la pertinence de la description en glissement, au moins en ce qui concerne la phase de nucléation qui précède la rupture instable.

Dès le début des années 70 (Ohnaka, 1973, 1978), les expériences menées sur des surfaces préexistantes équipées de capteurs de déformation et de contrainte ont permis d'établir une relation constitutive entre les divers paramètres importants (glissement, contrainte cisailante, contrainte normale, vitesse, accélération) ainsi qu'un certain nombre de relations vérifiées dans la région de la pointe de crack. La figure 1.4 montre les plans de la presse utilisée lors des expériences plus récentes de Ohnaka et Shen [1999].

La surface de frottement étudiée est la surface de contact entre les blocs A et B. Les pistons latéraux produisent la contrainte normale sur la surface. Cette contrainte est transmise au bloc B par un transducteur de force qui exerce sur le bloc C. Le piston vertical produit quant à lui la contrainte de cisaillement par l'intermédiaire

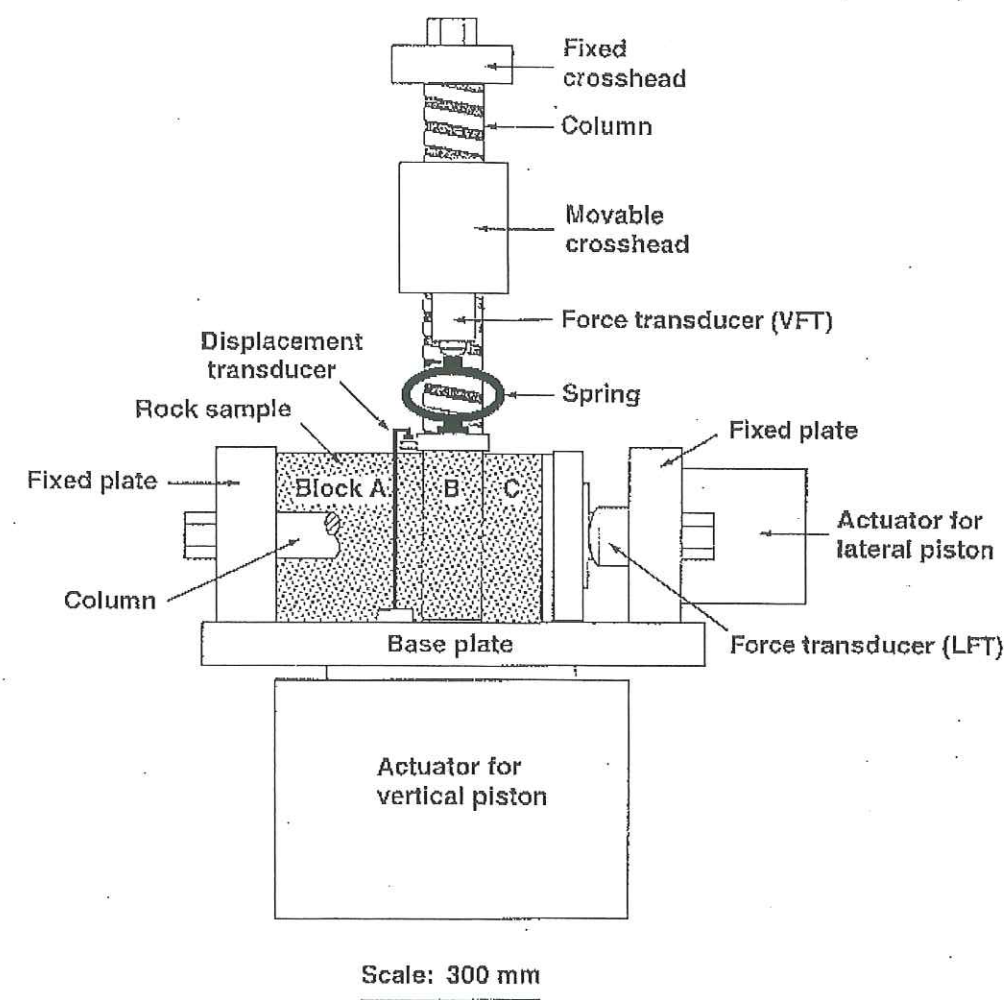


FIG. 1.4 – Schéma de la presse biaxiale utilisée par Ohnaka et Shen [1999]

d'un transducteur et d'un anneau élastique déformable. La surface de contact entre A et B est instrumentée de la sorte: douze capteurs de contraintes (S1 à S12) et cinq jauges de déplacement (D1 à D5) sont répartis le long de la surface, qui mesure 29 cm (cf figure 1.5).

Ohnaka et al. [1987] ont pu montrer que vitesse et accélération demeurent bornées lors du processus de rupture. Ils ont montré également que les valeurs maximales de ces paramètres sont proportionnelles à un déplacement critique. Les expériences faites montrent l'existence d'une zone de nucléation de petite dimension par rapport à celles de la faille. Un processus de glissement lent, stable, se déroule au sein de cette zone de nucléation. Les capteurs qui équipent la surface de frottement permettent



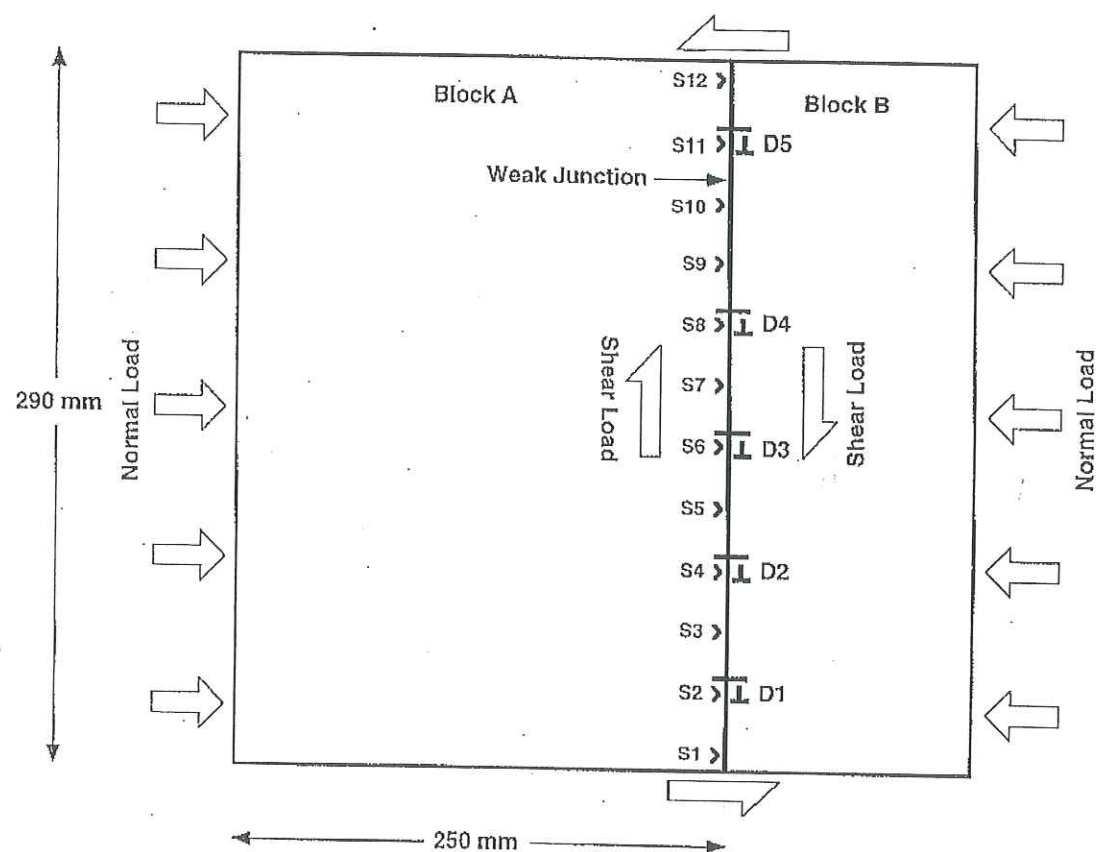


FIG. 1.5 – Disposition des capteurs de contrainte et des jauges de déformation des expériences de Ohnaka et Shen [1999]

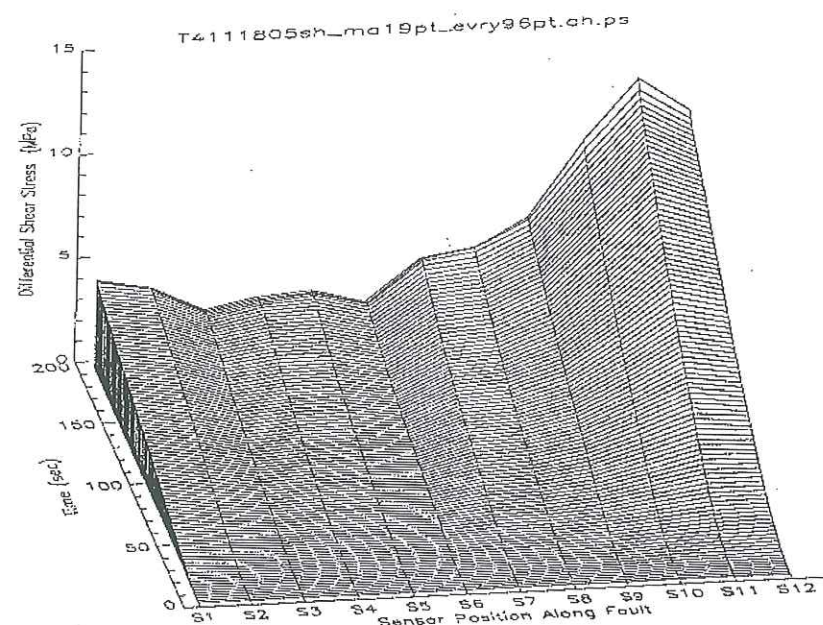
de suivre l'évolution de la contrainte de cisaillement et du déplacement au cours du temps. La figure 1.6b représente l'augmentation de la contrainte de cisaillement au cours du temps sous l'action du chargement imposé aux limites des blocs. Le fait marquant est que cette évolution n'est pas la même en tout point de la surface. En effet de fortes disparités sont enregistrées aux différents capteurs. Elles doivent probablement être reliées aux hétérogénéités de contact et traduisent la variabilité de la résistance au cisaillement ainsi certainement que les conditions de pré-stress. La figure 1.6b représente le détail de l'évolution de la contrainte entre 180 et 195s. La contrainte a beaucoup moins augmenté dans la région S3-S5 que dans la zone S9-S12. Au delà de 187s, la contrainte a même cessé d'augmenter au capteur S4, et a commencé à diminuer. Cette décroissance d'abord lente, puis de plus en plus rapide est qualifiée de phase de nucléation. Elle se produit sur une zone limitée appelée zone de nucléation et est caractérisée par la chute de la contrainte au cours du temps.

L'observation couplée (et moyennée sur la surface des capteurs) de la contrainte et du déplacement permet de mettre en évidence quelques caractéristiques de la phase de nucléation.

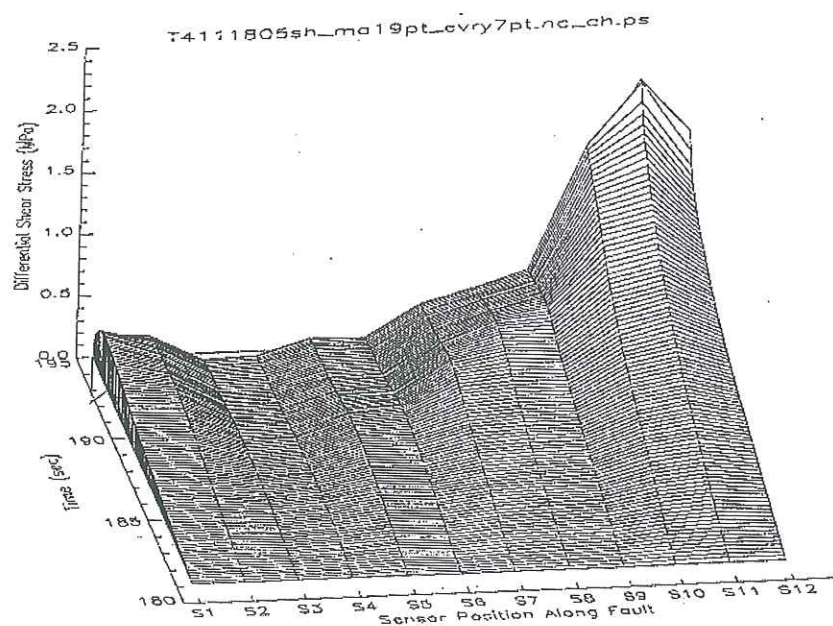
La figure 1.7 présente l'évolution couplée  $\tau, u$  en deux points: à gauche, au sein de la zone de nucléation, et à droite à l'extérieur de la zone. Ces deux courbes illustrent le processus d'affaiblissement de la contrainte avec le déplacement. Au coeur de la zone de nucléation, la contrainte décroît de  $\tau_i$  à  $\tau_d$  à mesure que le déplacement croît jusqu'à  $D_c$ , le glissement critique au delà duquel la contrainte se maintient au niveau résiduel de frottement. A l'extérieur de la zone de nucléation, on observe globalement une évolution similaire. Cependant, la contrainte augmente d'abord de  $\tau_i$  à  $\tau_p$  avant qu'elle ne décroisse jusqu'à  $\tau_d$  avec le glissement. Le glissement critique est par ailleurs plus grand qu'à l'intérieur de la zone de nucléation. La variabilité latérale se retrouve dans la courbe constitutive de frottement. Si on considère que l'aire sous la courbe représente l'énergie de fracture  $G_c$ , alors on peut en déduire que la nucléation se produit aux minima de  $G_c$  (Ohnaka et Kuwahara, 1990).

La distribution des paramètres du frottement n'est pas aléatoire. Ohnaka et Kuwahara [1990] ont montré que la chute de contrainte,  $\tau_p - \tau_i$ ,  $G_c$ ,  $D_c$  augmentent tous avec la croissance du processus de nucléation, traduisant le fait que la résistance augmente avec le développement de la rupture. Ce qui pourrait éventuellement permettre une phase de glissement stable avant la propagation de la rupture instable, la transition vers l'instabilité se produisant lorsque l'augmentation latérale de  $D_c$  n'est pas assez importante (Yamashita et Ohnaka [1991]). La dépendance du glissement critique avec la contrainte normale est très faible, voire inexistante. En fait, il apparaît que  $D_c$  est corrélé à  $\lambda_c$ , longueur d'onde coin représentant la rugosité de la surface de frottement: plus  $\lambda_c$  est grand, plus  $D_c$  est grand. Ohnaka et Shen [1999] ont en effet pu montrer l'importance de  $\lambda_c$  sur la taille de la zone de nucléation et sur la durée du processus. Une forte rugosité favorise la stabilité, retardant l'apparition de l'instabilité. Le processus de nucléation est très sensible aux irrégularités géométriques des surfaces frottantes. Les expériences récentes menées sur des surfaces préparées de rugosité variable montrent que d'une part, la résistance au glissement





(a) Évolution de la contrainte de cisaillement au cours du temps.



(b) Détail de l'évolution de la contrainte de cisaillement.

FIG. 1.6 – L'évolution de la contrainte de cisaillement est loin d'être homogène le long de la surface de frottement. Les différents capteurs de contrainte S1 à S12 montrent la variabilité latérale de l'évolution temporelle de  $\tau$ . Cette variabilité peut être imputée aux différences de pré-stress, ou également à une variabilité latérale des paramètres du frottement. D'après Ohnaka et Shen [1999].

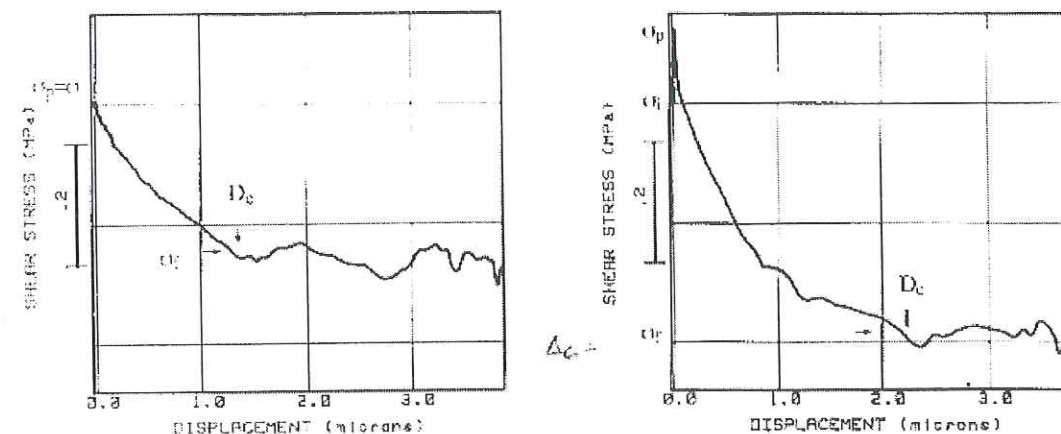


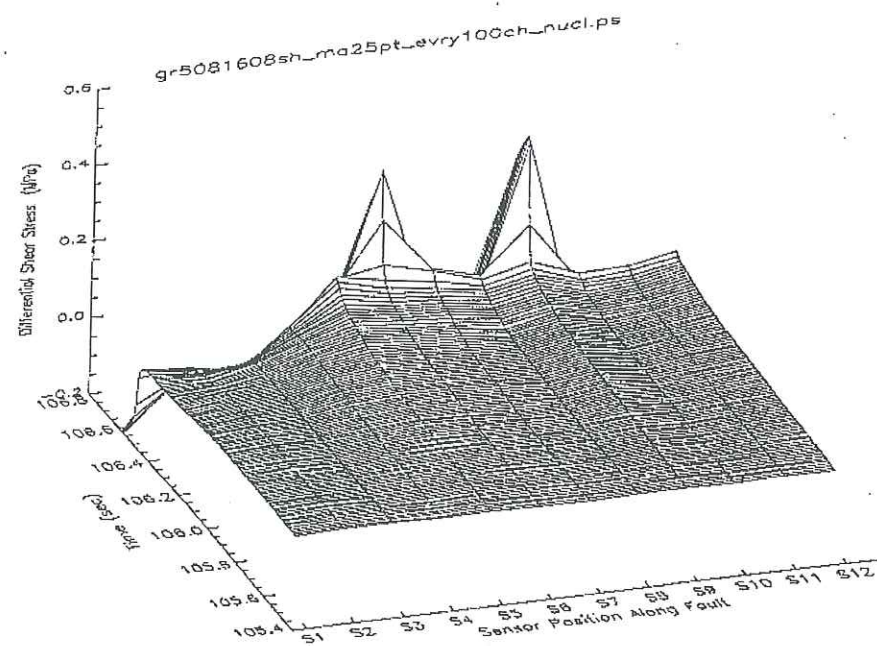
FIG. 1.7 – Relation constitutive de frottement entre contrainte de cisaillement et glissement. A gauche, la relation est mesurée au coeur de la zone de nucléation: la loi est en affaiblissement uniquement. A droite, la relation est mesurée en dehors de la zone de nucléation et la loi présente une partie en durcissement avant la phase d'affaiblissement. Cette partie durcissante est utilisée pour définir la résistance locale de la faille (cf le chapitre 4). D'après Ohnaka et Kuwahara [1989].

et l'augmentation de contrainte sont corrélés, d'autre part, que la rupture nucléée aux endroits de résistance minimale (quoique cette affirmation dépende de l'état de contrainte initial).

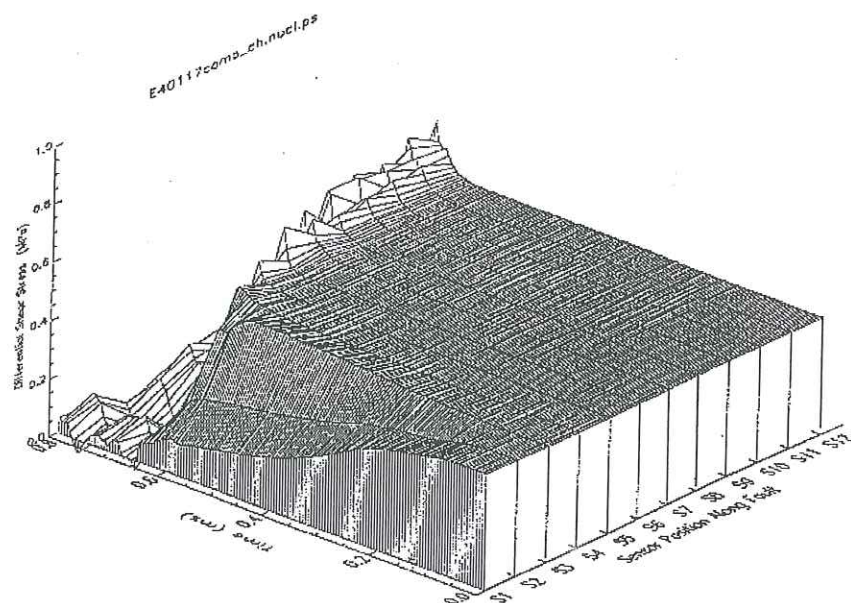
La figure 1.8 présente l'évolution de la contrainte de cisaillement au cours du temps lors d'une expérience de chargement, pour deux surfaces de rugosité différentes. La figure 1.8a correspond à une surface lisse ( $\lambda_c \approx 15\mu\text{m}$ ). La durée de la phase de nucléation est environ de 108 secondes. On voit par ailleurs deux zones de forte augmentation de la contrainte de cisaillement sur la droite de la zone de nucléation. La figure 1.8b présente le résultat pour une surface très lisse ( $\lambda_c \approx 5\mu\text{m}$ ). La durée de la phase de nucléation est cette fois très courte: approximativement 0.7 millisecondes. La dépendance de  $D_c$  avec  $\lambda_c$  est montrée par la relation constitutive de frottement. La figure 1.9 présente la relation entre la contrainte de cisaillement et le glissement pour les surfaces rugueuses, lisse et très lisse.

Si l'on ne s'intéresse qu'à la partie décroissante des courbes de contrainte présentées, alors on peut approcher la forme de la loi de frottement par une loi linéaire par





(a) Évolution de la contrainte de cisaillement au cours du temps sur une surface lisse.



(b) Évolution de la contrainte de cisaillement sur une surface très lisse.

FIG. 1.8 – L'évolution de la contrainte de cisaillement est fonction de la rugosité de la surface frottante. On voit clairement que à la fois la durée et la taille de la zone de nucléation sont dépendantes de  $\lambda_c$ . D'après Ohnaka et Shen [1999].

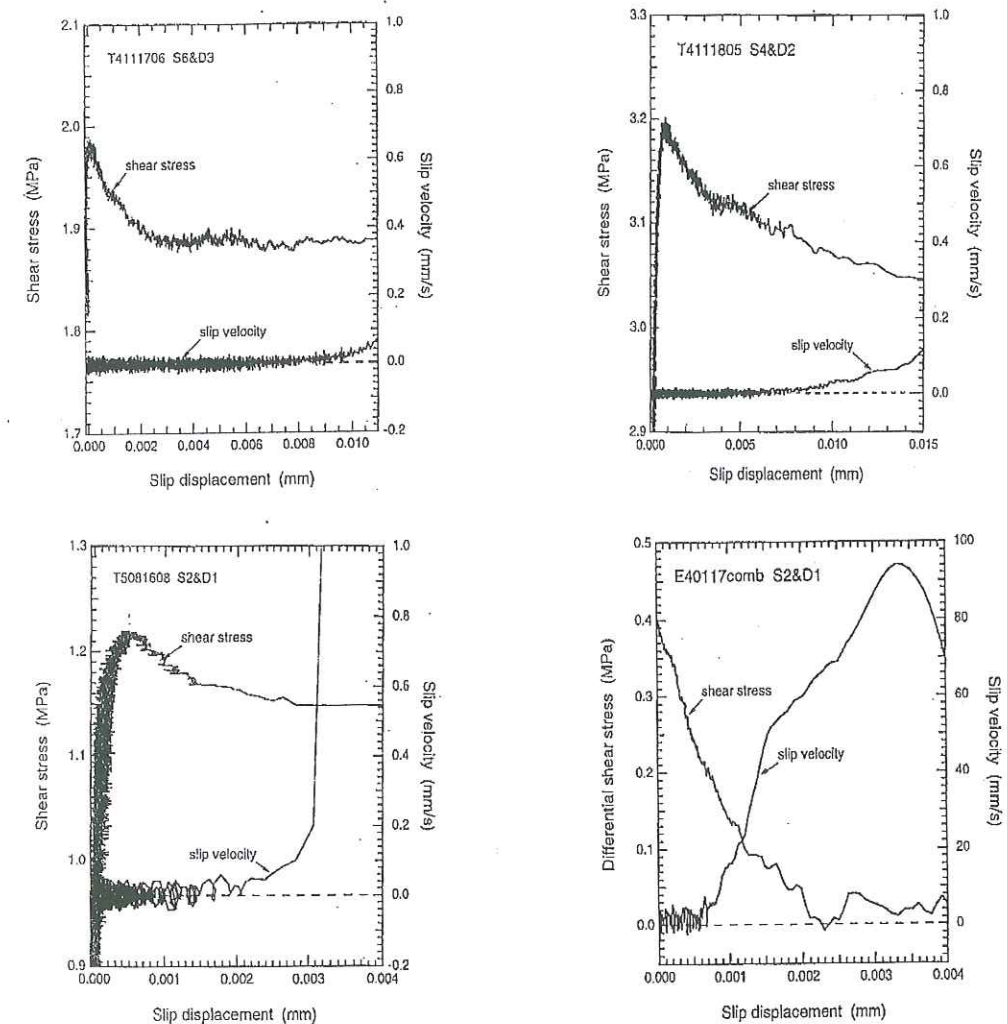


FIG. 1.9 – Relations constitutives de frottement pour les surfaces rugueuses (en haut), lisse (bas gauche) et très lisse (bas droite). D'après Ohnaka et Shen [1999].



morceau. La décroissance de la contrainte avec le déplacement est marquée par de petits ressauts, sans doute représentatifs des irrégularités géométriques de la surface frottante. La contrainte chute jusqu'à ce que le glissement ait atteint une valeur critique. La contrainte se stabilise au niveau résiduel de frottement. Cette partie de la courbe est caractérisée par des oscillations qui prennent de l'amplitude et dont la fréquence diminue (elles sont interprétées par *Okubo et Dieterich* [1984] comme étant dues à la réflexion de l'énergie sismique sur les bords des blocs). Sur ces figures, on a représenté également le profil de la vitesse de glissement. Celui-ci est composé d'une première partie au cours de laquelle la vitesse augmente très peu (la phase quasi-statique des auteurs), suivie d'une seconde partie au cours de laquelle la vitesse augmente d'abord lentement puis de plus en plus vite. La durée de la première partie est variable, et dépend apparemment de la rugosité. La taille et la durée de la phase de nucléation dépendent donc de façon proportionnelle à  $\lambda_c$ . Il en va de même pour le glissement critique  $D_c$ . Celui-ci sert donc de paramètre d'échelle qui peut permettre de faire le lien entre les expériences de laboratoire et le terrain. Ainsi, *Ohnaka* [1996] propose les ordres de grandeur suivants pour un séisme de magnitude 7.0-7.7: la dimension de la zone de nucléation  $L_c \approx 10\text{km}$  et  $D_c \approx 1\text{m}$ . Ces valeurs sont cohérentes avec celles déduites des observations sismologiques de la phase de nucléation.

### 1.3 Modélisations de l'initiation

Les observations de laboratoire ou sismologiques permettent de construire plusieurs modèles de la phase de nucléation. Nous commençons par les modèles les plus qualitatifs, qui décrivent les grandes lignes de la nucléation, pour aller vers des modèles de plus en plus quantitatifs, basés sur les expériences de frottement et sur leur analyse mathématique.

#### 1.3.1 Les modèles dérivés des observations sismologiques.

La figure 1.10 présente les modèles conceptuels de la phase de préparation du séisme. Le premier modèle présenté n'est pas à proprement parler un modèle basé sur l'observation mais plutôt un modèle mathématique simple, qui sert ici à titre

de comparaison. Le second modèle est dit modèle en cascade. La rupture spontanée en 1 déclenche, après un certain délai, la rupture en 2, qui elle-même déclenchera la rupture en 3 après un certain temps. L'idée qui sous-tend ce modèle est bien l'interaction, dynamique ou statique, des événements entre eux. Avec le modèle d'interaction statique, dit de Coulomb, ce concept a connu un regain d'intérêt. L'interaction statique ne comporte pas de constante de temps: elle autorise ainsi des séries temporelles de prépliques qui peuvent durer parfois plusieurs mois. Certains auteurs n'hésitent pas à décrire ces prépliques, qui ont lieu parfois quelques mois avant le choc principal, comme faisant partie du processus de préparation. Cependant, les travaux de *Dodge et al.* [1995,1996] permettent d'écarter ce modèle, au moins dans le cas du séisme de Landers. Le dernier modèle présenté est dit modèle de pré-glissement. Un glissement asismique se développe dans la région grisée. Ce glissement peut s'accompagner de ruptures locales (en 1 et en 2), visibles dans le sismogramme. Mais il pourrait aussi bien se développer silencieusement, et dans ce cas le sismogramme présenterait une courbure douce au départ, comme dans la figure 1.1.

#### 1.3.2 Les modèles tirés des expériences de frottement.

Nous limitons cette partie à la modélisation proposée par *Ohnaka et al.* [1996]. Sur la base des nombreuses expériences de frottement réalisées dans diverses conditions, ces auteurs ont proposé un modèle de processus de nucléation dit de «breakdown zone». Les figures 1.11 et 1.12 représentent l'évolution simplifiée (fruit de la compilation de nombreux essais) du processus de nucléation sur la faille. Le processus de nucléation apparaît localisé, c'est à dire qu'il affecte seulement la partie la plus faible de la faille, et non pas toute la surface de frottement. La zone de nucléation croît de façon lente mais accélérée. C'est la phase quasistatique. Il faut noter par ailleurs que la vitesse de croissance du nucléus est fonction de la vitesse de chargement imposée aux limites du bloc (cf figure 1.13). Cette phase quasistatique est suivie d'une accélération drastique de la vitesse de croissance, qui marque la fin de la nucléation proprement dite. Commence alors la phase de propagation de la rupture à une vitesse proche de la vitesse des ondes  $S$ . Il est intéressant de noter que ce modèle de nucléation n'est jamais observé en entier pour une seule et même surface. Les



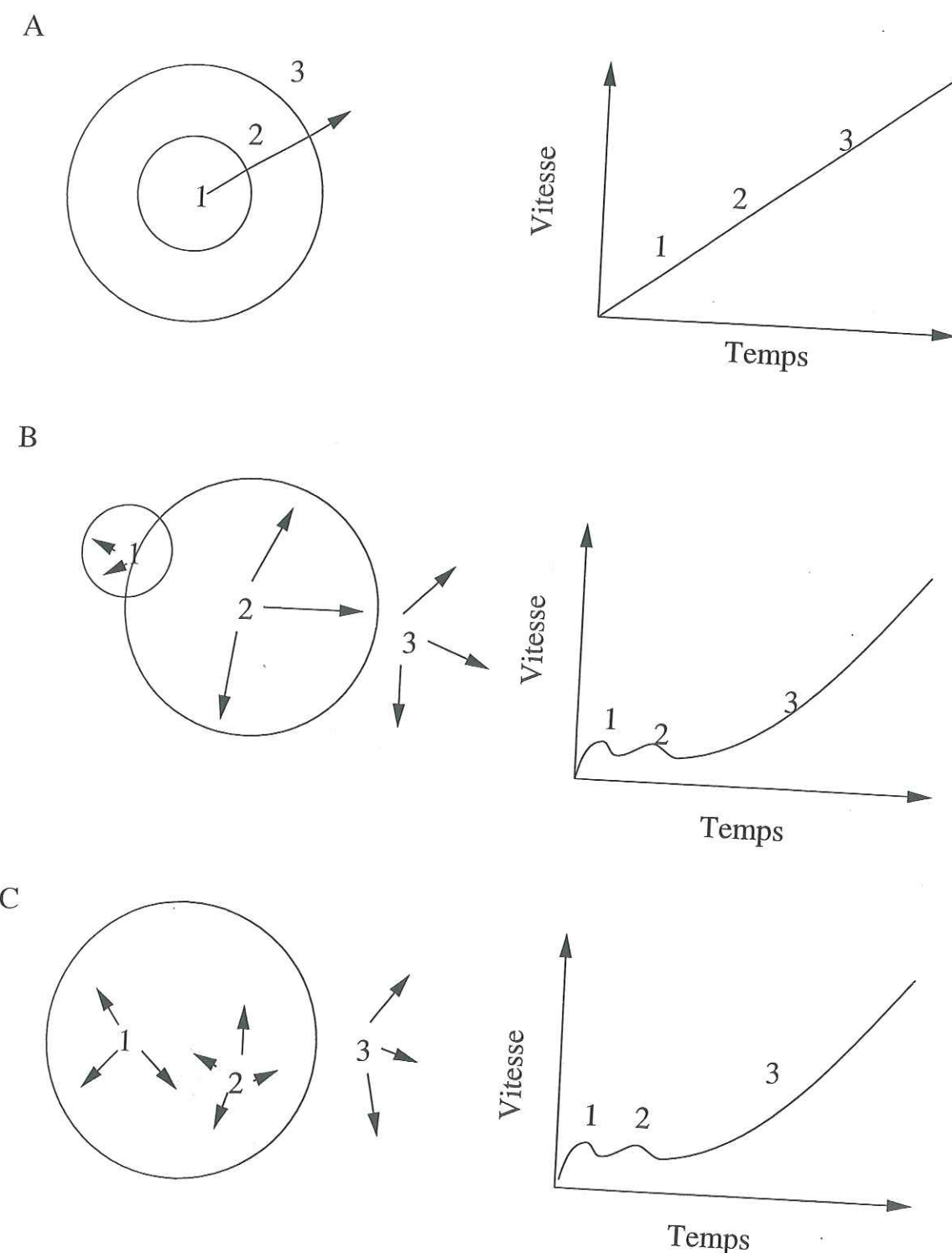


FIG. 1.10 – Trois modèles conceptuels de la phase de préparation du séisme, et les sismogrammes associés. En A: le modèle auto-similaire. En B: le modèle en cascade. En C: le modèle de pré-slip. Du point de vue des sismogrammes, les modèles B et C sont difficiles à distinguer. D'après Beroza et Ellsworth [1996].

surfaces sont en effet préparées et ont une rugosité bien calibrée. Ainsi la figure 1.13 montre l'évolution de la vitesse de croissance normalisée par la vitesse des ondes  $S$  en fonction de la largeur de la zone de nucléation normalisée par la rugosité. C'est en fait l'ensemble des données qui permet de décrire l'évolution complète du processus de nucléation. Les surfaces de grande rugosité (200, 107 et 57  $\mu\text{m}$ ) décrivent la phase quasistatique de croissance lente, alors que les surfaces de faible rugosité (28, 10 et 5  $\mu\text{m}$ ) décrivent essentiellement la fin de la phase d'accélération et la propagation de la rupture. Nous proposons une explication basée sur le caractère fini des blocs de granite et la relation de la rugosité avec la loi de frottement (cf infra). Certaines des expériences réalisées sous contrainte normale importante et/ou sur des surfaces de grande rugosité montrent l'existence d'instabilités dynamiques locales qui marquent l'hétérogénéité de la surface englobée par le processus de nucléation (cf figure 1.12). Ces instabilités se traduisent par des ressauts de la loi constitutive de frottement. A l'échelle de la faille, ces instabilités peuvent être vues comme autant de prépliques. Ce modèle de nucléation hétérogène est en accord avec les observations sismologiques de Dodge *et al.* [1995, 1996]. Un processus asismique de glissement lent sous tend les instabilités dynamiques, qui se développent donc au sein de la même zone de nucléation. Les expériences d'Ohnaka *et al.* [1984, 1989, 1991, 1996, 1999] sont en bon accord avec le modèle de pré-slip décrit par Beroza et Ellsworth [1995] (cf figure 1.10).

### 1.3.3 Les modèles mathématiques

Nous limitons notre description aux travaux les plus récents concernant la modélisation analytique et numérique du processus de l'initiation. Dans le cadre de cette thèse, nous décrivons uniquement les travaux réalisés dans la géométrie 2D antiplan. Pour les autres géométries, le lecteur se référera à la thèse de P. Favreau [2000].



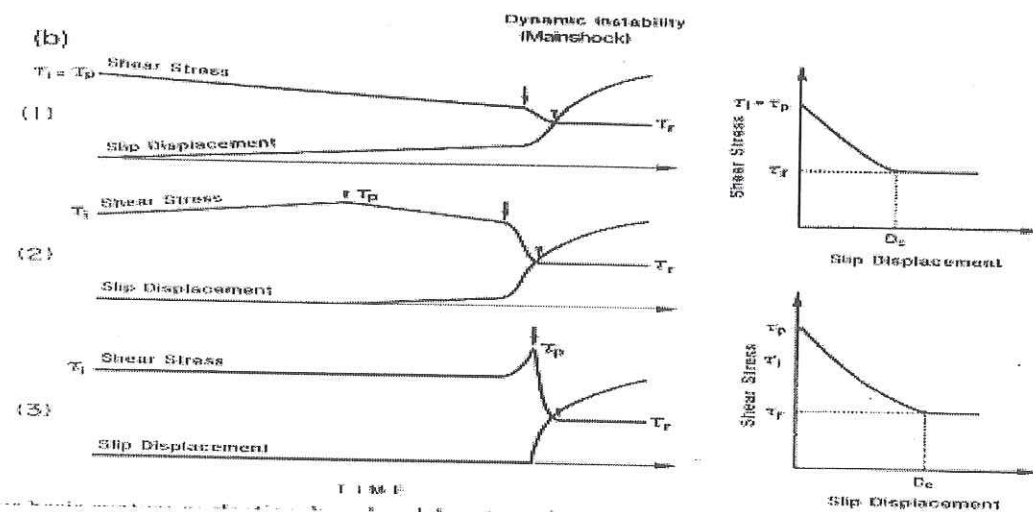
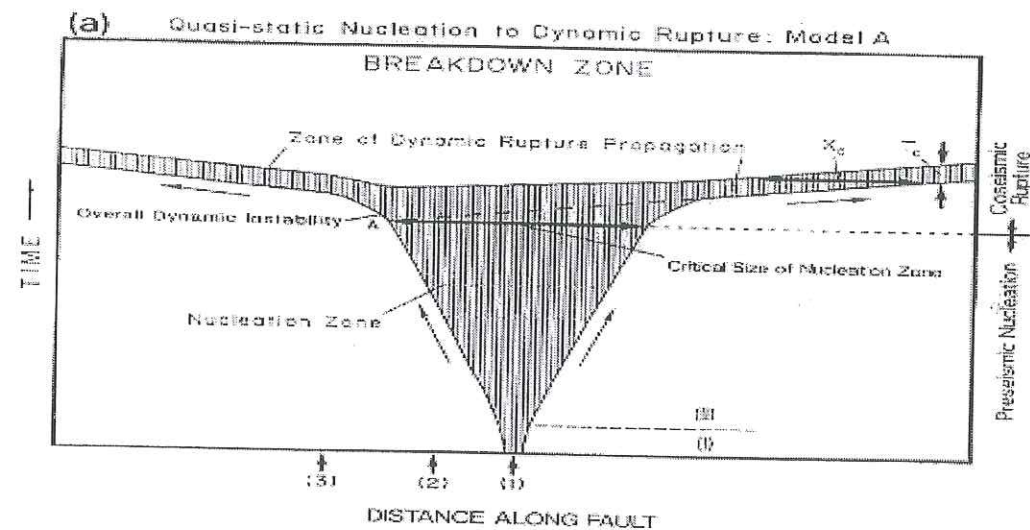


FIG. 1.11 - (a) Modèle de nucléation basé sur les expérimentations de Ohnaka et Kuwahara [1990]. La partie hachurée limite la zone dans laquelle l'affaiblissement en glissement se produit. Le point A marque le départ de l'instabilité majeure. Notez les différentes phase de l'expérience: I/ nucléus; II/ croissance quasi-statique; III/ Propagation. (b) Les relations constitutives de frottement à différentes positions. D'après Ohnaka [1992].

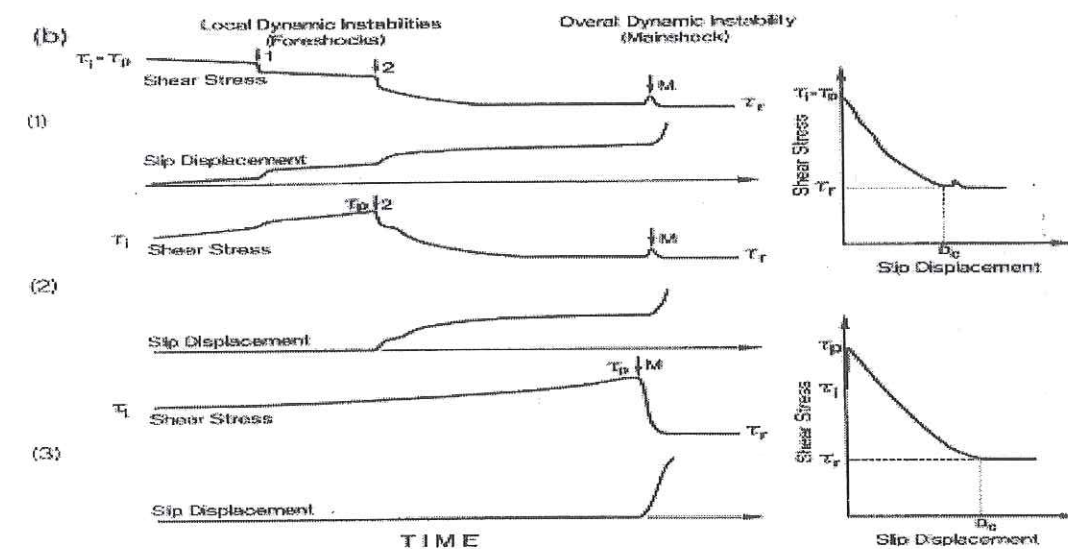
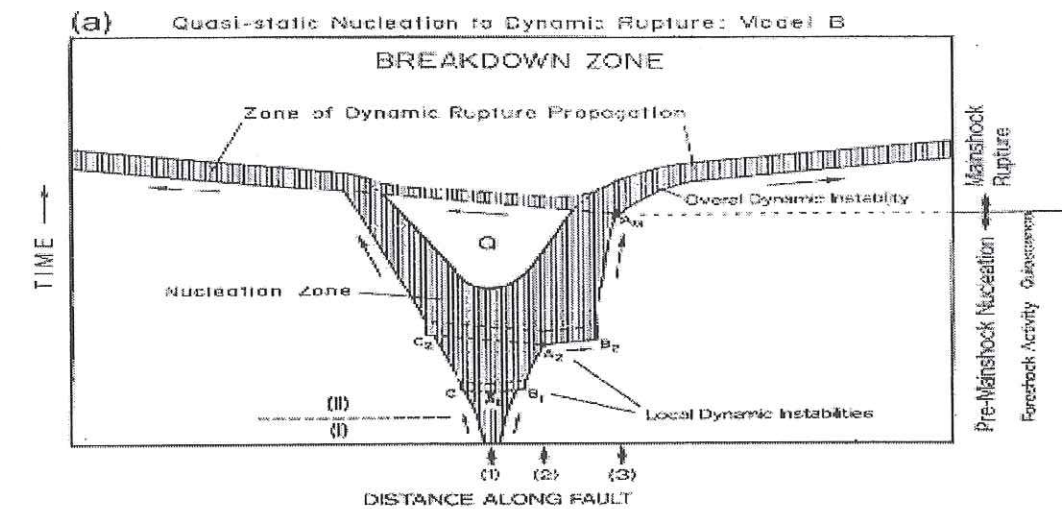


FIG. 1.12 - (a) Modèle de nucléation avec instabilités dynamiques locales. Ces dernières apparaissent ( $A_1$  et  $A_2$ ) lorsque la résistance à la rupture est distribuée de façon non uniforme le long de la surface. Elles sont parfois arrêtées par les barrières ( $B_2$ ). La zone dénotée  $Q$  est une zone de quiescence. Le processus d'affaiblissement y est terminé, les instabilités dynamiques ne se produisent pas dans cette zone sous-contrainte.  $A_m$  marque le départ de l'instabilité majeure. (b) Les relations constitutives de frottement à différentes positions. D'après Ohnaka [1992].



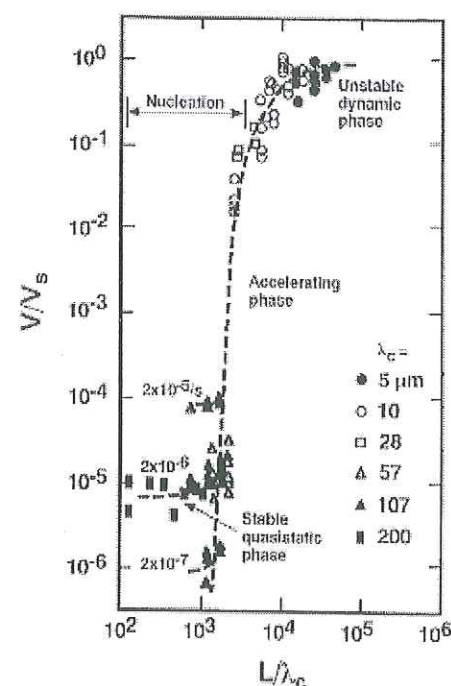


FIG. 1.13 – Vitesse de croissance normalisée par la vitesse des ondes  $S$  en fonction de la largeur de la zone de nucléation normalisée par la rugosité. Les grands  $\lambda_c$  échantillonnent la partie quasistatique, les petits  $\lambda_c$  décrivent la fin du processus. D'après Ohnaka [1996].

### Cas de la faille infinie

Sur la base des expériences d'Ohnaka *et al.* [1996] et dans le cadre du frottement glissement dépendant, Campillo et Ionescu [1997] abordent le problème élastodynamique du cisaillement antiplan. Ils considèrent une loi de frottement linéaire par morceau. Nous rappelons ici les principales caractéristiques de la phase d'initiation. La résolution du problème aux valeurs propres fournit l'expression analytique du glissement au cours de l'affaiblissement. Considérant uniquement la partie de la solution associée aux valeurs propres positives, ils définissent la partie dominante du glissement instable par:

$$w_d(t, x, y) = \frac{\alpha}{\pi} \exp(-\alpha y) \int_{-\alpha}^{\alpha} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\alpha s + i\xi(x-u)) [\cosh(ct\sqrt{\alpha^2 - \xi^2}) w_0(u, s) + \frac{1}{c\sqrt{\alpha^2 - \xi^2}} \sinh(ct\sqrt{\alpha^2 - \xi^2}) w_1(u, s)] du ds d\xi, \quad (1.1)$$

où  $\alpha$  est le taux d'affaiblissement de la loi de frottement et  $w_0, w_1$  la perturbation initiale en déplacement et en vitesse. La partie dominante est caractérisée par une

croissance exponentielle en temps et une dépendance simple vis-à-vis de la coordonnée  $y$  (perpendiculaire à la faille). En réponse à une petite perturbation, l'instabilité se développe dans un domaine spectral limité -le nombre d'onde limite étant donné par la loi de frottement- et domine l'évolution spatiale et temporelle du processus de nucléation. La figure 1.14a présente l'évolution de la vitesse relative  $\partial_t w(t, x, 0^+)$  sur la surface de frottement ( $y = 0$ ) en fonction de la position ( $x$ ) et du temps. Ce résultat est calculé par une méthode de différences finies. La perturbation initiale en  $x = 1000\text{m}$  se propage bilatéralement le long de la surface à la vitesse des ondes  $S$ . La vitesse de glissement (ou également de dislocation) augmente de façon exponentielle au sein du domaine de causalité. Cette croissance marque le départ de l'instabilité dynamique de frottement. La figure 1.14b présente l'évolution de la vitesse de glissement  $\partial_t w^d(t, x, 0^+)$  obtenue par la formule analytique (3.1) sur la même fenêtre de temps. Bien évidemment, la partie dominante ne prend pas en compte la partie ondulatoire de la solution, ce qui explique l'absence de la perturbation et la non causalité de la solution dominante. En fait, la perturbation est lissée par l'intégration en nombre d'onde. Cependant on note l'excellent accord de la distribution de la vitesse de glissement dominant avec celle de la solution complète. Cet accord justifie l'approche de la solution en ne considérant que la partie dominante de la solution. La phase d'initiation se poursuit jusqu'à ce qu'un point de la surface ait glissé de  $D_c$ . A ce moment, le problème perd sa linéarité et l'analyse présentée ci-dessus n'est plus valide. Le système passe alors de la phase d'initiation de la rupture à la phase de propagation dynamique de la rupture. La durée de la phase d'initiation est liée aux paramètres de la loi de frottement; elle peut être estimée par la relation suivante:

$$T_c = \frac{b}{c} + \frac{1}{c\alpha} \ln \frac{\pi D_c}{2l(W_0 + W_1/c)}, \quad (1.2)$$

dans laquelle  $b, c, \alpha, D_c, W_0, W_1$  représentent respectivement la distance de la perturbation à la faille, la vitesse des ondes  $S$ , le taux d'affaiblissement, le glissement critique, et la moyenne pondérée de la perturbation ( $w_0, w_1$ ). La durée de la phase d'initiation dépend donc de la perturbation, mais aussi et surtout de la loi de frottement. Plus le taux d'affaiblissement  $\alpha$  est faible, et plus le temps d'initiation est long. La figure 1.15 présente l'évolution de la vitesse de glissement et de la contrainte de cisaillement calculée pour une faille infinie jusqu'à l'apparition du front de rupture



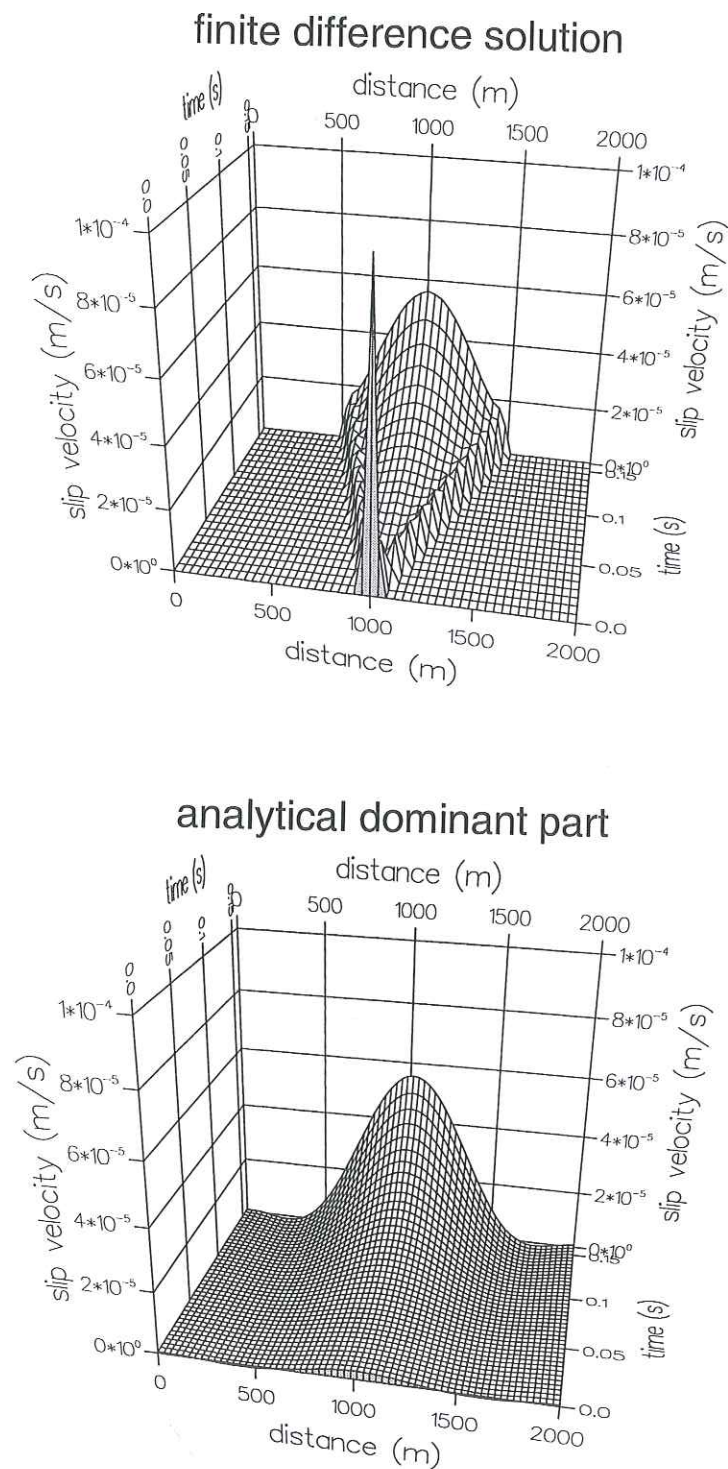


FIG. 1.14 – Vitesse de glissement sur la surface de frottement. (a) Solution complète. (b) Partie dominante. D'après Campillo et Ionescu [1997].

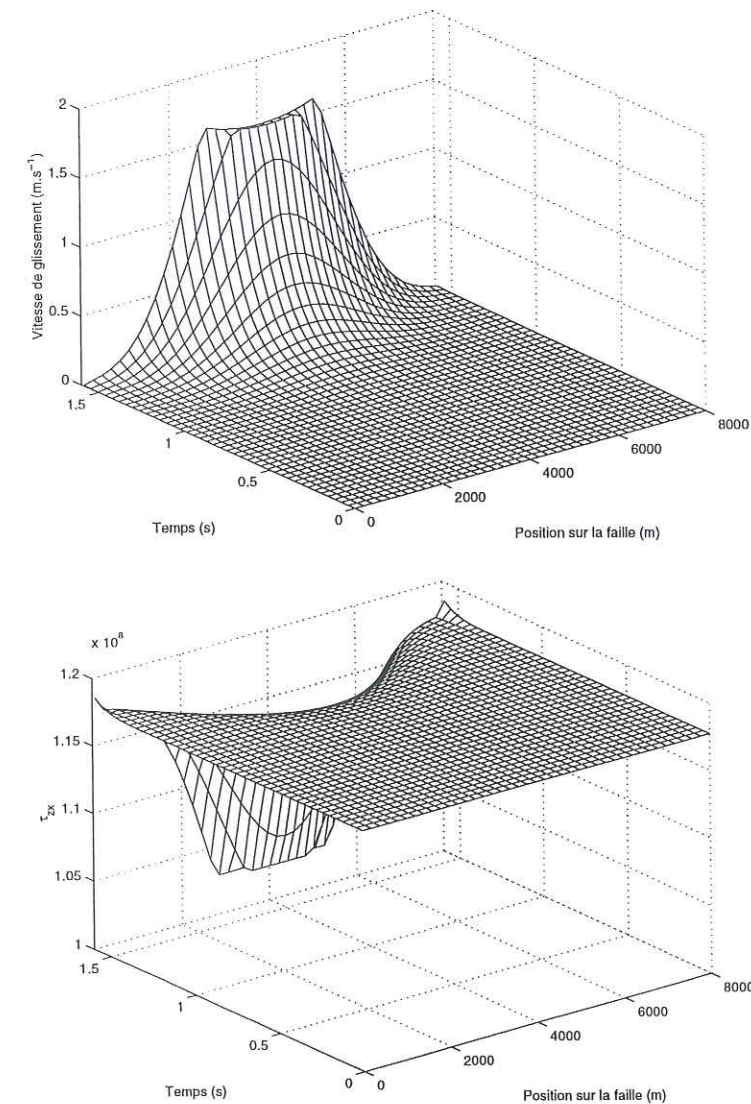


FIG. 1.15 – Évolution de la vitesse de glissement (a) et de la contrainte de cisaillement (b) dans le cas d'une faille infinie calculées par différences finies. D'après Voisin [1997].

qui marque la fin de l'initiation.

La figure 1.15a décrit l'évolution de la vitesse relative de glissement le long de la faille. En raison du changement d'échelle temporelle et de la croissance exponentielle, la perturbation initiale est invisible, complètement nanifiée. Le processus d'initiation suit son cours jusqu'au temps  $t = 1.5\text{s}$ . On note alors dans le profil de vitesse l'apparition du front de rupture. C'est la fin de l'initiation. La figure 1.15b décrit l'évolution conjointe de la contrainte de cisaillement lors du même processus d'initiation. Ici encore la perturbation est invisible, trop petite. La contrainte de cisaillement, à l'intérieur du domaine de causalité, chute de façon accélérée jusqu'au



seuil de frottement résiduel  $\tau_d$ . Ce seuil est atteint au temps  $t = 1.5s$ . A ce moment, le glissement au point  $x = 4000m$  vaut le glissement critique  $D_c$ . Ces figures montrent bien la relation qui existe entre l'initiation asismique de la rupture et la loi de frottement. La phase de nucléation correspond à la partie en affaiblissement de la loi de frottement. La transition vers la propagation dynamique du front de rupture se produit lorsque l'affaiblissement se termine en au moins l'un des points de la zone d'initiation. On peut estimer la largeur de la zone de nucléation à la fin du processus d'affaiblissement. Elle est donnée par la relation suivante:

$$l_c = \frac{\pi G D_c}{(\mu_s - \mu_d) S}, \quad (1.3)$$

où  $G$  représente la rigidité du milieu élastique,  $D_c$  le glissement critique,  $\mu_s$  et  $\mu_d$  les coefficients de frottement statique et dynamique respectivement, et  $S$  la contrainte normale (supposée constante dans cette analyse). La longueur  $l_c$  représente l'échelle caractéristique naturelle du problème infini. Physiquement elle représente le «slipping patch» c'est à dire la portion de faille qui a été atteinte par le processus d'initiation avant la propagation de la rupture. Elle est à rapprocher de celle obtenue par Dieterich [1986,1992] dans le contexte du frottement «rate-and-state» c'est à dire dépendant de la vitesse et de l'histoire du glissement. A ce point, il est utile de comparer les résultats théoriques obtenus par Campillo et Ionescu [1997] avec les travaux expérimentaux d'Ohnaka et al. [1996]. La phase I (formation du nucléus de glissement) correspondrait à la perturbation ( $w_0, w_1$ ). La phase II et la phase III (croissance quasistatique et accélération) participent du même processus, à savoir le développement exponentiel de l'instabilité, qui commence très doucement, de façon à peine sensible, puis qui accélère lors de la fin de la phase de nucléation. En effet, un rapide coup d'oeil à la figure 1.15 laisse penser qu'il ne se passe rien durant la première seconde. La croissance de l'instabilité est peut-être masquée par le bruit dans les expériences de frottement. Ionescu et Campillo [1999] ont étudié le cas d'une faille infinie munie d'une loi de frottement en glissement mais non linéaire (cf figure 1.16). En fait la référence linéaire est modulée par une sinusoïde dont le rôle principal est de changer la pente de la loi de frottement à l'origine. C'est là la seule différence entre les lois de frottement présentées. L'analyse présentée ci-dessus prédit que la durée de l'initiation nécessaire au développement de l'instabilité est



Ioan R.  
Ionescu

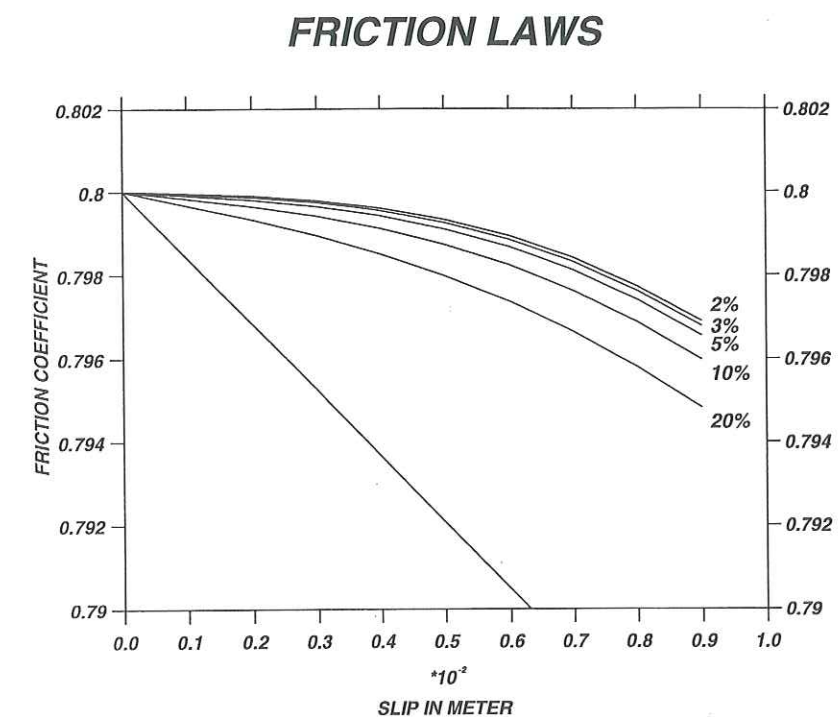
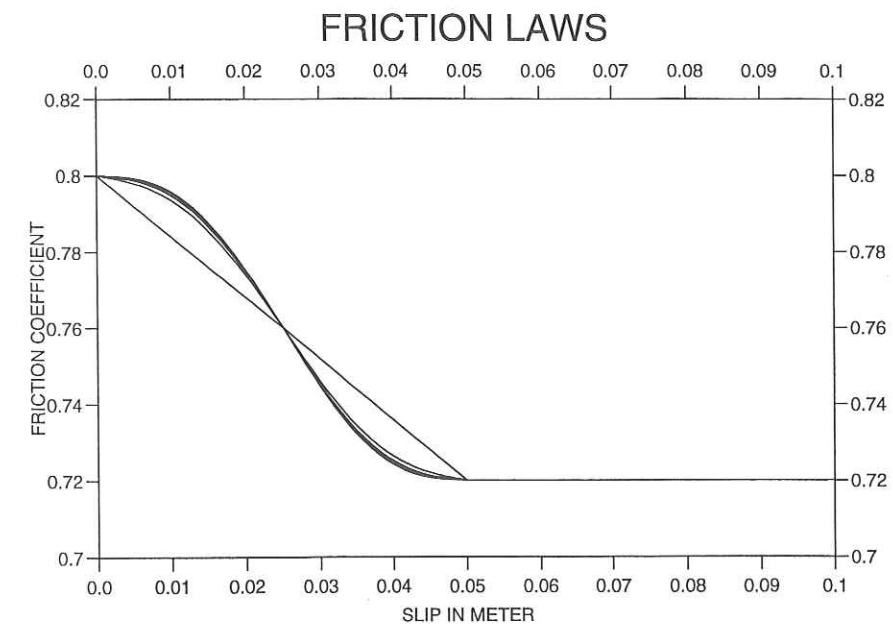


FIG. 1.16 – Loi de frottement non linéaire glissement dépendante. (a) Loi linéaire modulée par une sinusoïde. (b) Agrandissement de la figure (a) au voisinage de  $\delta w = 0$ . D'après Ionescu et Campillo [1999].



seule différence entre les lois de frottement présentées. L'analyse présentée ci-dessus prédit que la durée de l'initiation nécessaire au développement de l'instabilité est contrôlée par le taux d'affaiblissement. On peut donc s'attendre ici à ce que la pente à l'origine ( $\mu'(0)$ ) joue un rôle important dans le processus d'initiation. En effet, une pente faible, donc un taux d'affaiblissement initial faible devrait entraîner un taux de croissance de l'instabilité plus petit, au moins au tout début de l'évolution. La figure 1.17 présente l'évolution de la vitesse au cours du temps pour ces différentes lois. Bien que simpliste, le raisonnement semble bien décrire ce qui se passe effectivement. En effet, plus la pente à l'origine est faible et plus l'évolution de la vitesse sur la faille est lente. La brusque augmentation de la vitesse marque la fin de la phase d'initiation. On constate donc que la durée de la phase d'initiation augmente à mesure que la pente à l'origine diminue.  $T_c$  vaut approximativement 1s dans le cas linéaire, 4s pour 20%, 8s pour 10%, 16s pour 5%, 26s pour 3% et 40s pour 2% de la pente linéaire. La figure 1.17b représente la relation entre  $T_c$  et l'inverse de la pente à l'origine. Cette relation est quasi-linéaire, ce qui justifie l'analyse simple faite sur la durée de l'initiation. Pour les très faibles pentes à l'origine, le développement de l'instabilité est si ténu qu'il peut fort bien passer inaperçu mimant une phase de croissance quasistatique. La dépendance de la durée de la phase d'initiation avec  $\mu'(0)$  se traduit dans la largeur critique  $l_c$ . La relation (3.3) valable dans le cas linéaire devient:

$$l_c = \frac{\pi G}{2S|\mu'(0)|} \quad (1.4)$$

Nous allons voir dans la section suivante que cette relation prend toute son importance dans le cas d'une faille finie.

### Cas de la faille finie

Le cas plus réaliste de la faille finie, toujours en géométrie 2D antiplan, a été abordée par *Dasalu et al.* [2000]. La faille de longueur  $2a$  est munie d'une loi de frottement caractérisée par le taux d'affaiblissement  $\alpha$ . *Dasalu et al.* [2000] introduisent le paramètre adimensionnel  $\beta = a\alpha$ . L'analyse de stabilité du cas statique permet de mettre en évidence une constante universelle  $\beta_0$  qui dépend uniquement de la

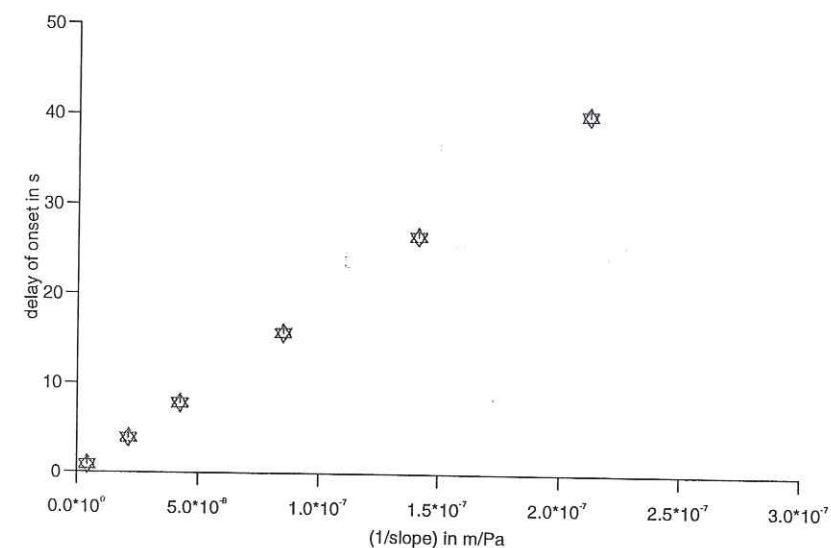
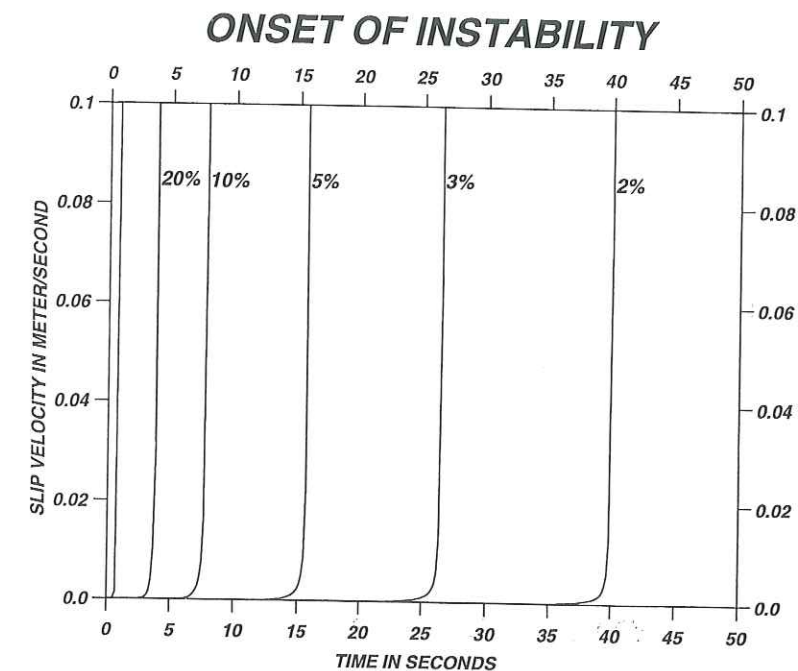


FIG. 1.17 – (a) Évolution de la vitesse de glissement calculée pour les différentes lois (caractérisées par la pente initiale du frottement). Plus la pente est faible, plus l'évolution est lente, plus la durée de l'initiation est longue. (b) Relation linéaire entre  $T_c$  la durée de l'initiation est  $1/2\mu'(0)S$  l'inverse de la pente du frottement à l'origine. D'après Ionescu et Campillo [1999].



Cette constante donne qualitativement la limite entre les comportements stable ( $\beta < \beta_0$ ) et instable ( $\beta > \beta_0$ ) de la faille. L'illustration de l'importance de cette constante peut être faite de deux façons: la première consiste à fixer la taille de la faille et à jouer sur la pente de la loi de frottement (linéaire). La seconde consiste à fixer la loi de frottement et à jouer sur la taille de la faille. La figure 1.18 présente le résultat de calculs en différences finies qui illustrent la première manière. La taille de la faille est fixée à  $2a = 500\text{m}$ . Voisin [1997] a étudié l'autre possibilité. La loi de frottement est fixée et la taille de la faille varie. Les paramètres sont les suivants:  $\mu_s = 0.8$ ,  $\mu_d = 0.75$ ,  $D_c = 0.05\text{m}$ ,  $S = \rho g z = 3000 \times 9.81 \times 5000$  et  $G = \rho c^2 = 3000^3$ . La figure 1.19 présente les résultats de différences finies lorsque la taille de la faille varie. La taille de la faille a donc une influence manifeste sur le développement de l'instabilité. Lorsqu'elle diminue, la durée de la phase d'initiation augmente sensiblement. La formation des pointes de crack n'est plus possible lorsque la taille de la faille est inférieure à  $1000\text{m}$ . Enfin, lorsque celle-ci est de  $200\text{m}$ , la partie dominante est absente. Seule la perturbation est visible. Avec les paramètres de frottement utilisés pour ces calculs, et la relation (3.4), on obtient sans peine que la taille de faille minimale qui permet le développement de l'instabilité est de  $212\text{m}$ . La figure 1.20 illustre la transition entre le comportement stable et le comportement instable de la faille. Les paramètres de frottement sont les mêmes que précédemment. La description théorique et numérique de la transition stable/instable est faite par Dascalu et al. [2000] et par Voisin et al. [2000] (cf Chapitre 3). Nous utilisons une méthode spectrale qui permet de calculer le taux de croissance de l'instabilité (donné par les valeurs propres positives) en fonction du taux d'affaiblissement adimensionnel  $\beta$ . La figure 1.21 présente la courbe  $\lambda_0 = \Lambda_0(\beta)$  obtenue par éléments finis. La description mathématique du problème aux valeurs propres est donnée au chapitre 3. Ici, nous nous contenterons de décrire le résultat. La transition stable/instable se produit bien lorsque  $\beta > \beta_0$ . Avant cela, il n'y a pas de valeur propre positive et donc pas de partie dominante de la solution. La faille est donc stable. Au delà de  $\beta_0$ , il y a existence de valeurs propres positives. La partie dominante de la solution est non-nulle et la faille est instable. La première d'entre elles est  $\lambda_0$ . Sa valeur est d'abord très petite, mais augmente avec  $\beta$ . Si on admet que la durée de l'initiation  $T_c \approx 1/\lambda_0$ , alors on peut trouver lorsque  $\beta \rightarrow \beta_0$  des durées très longues. Théoriquement, la

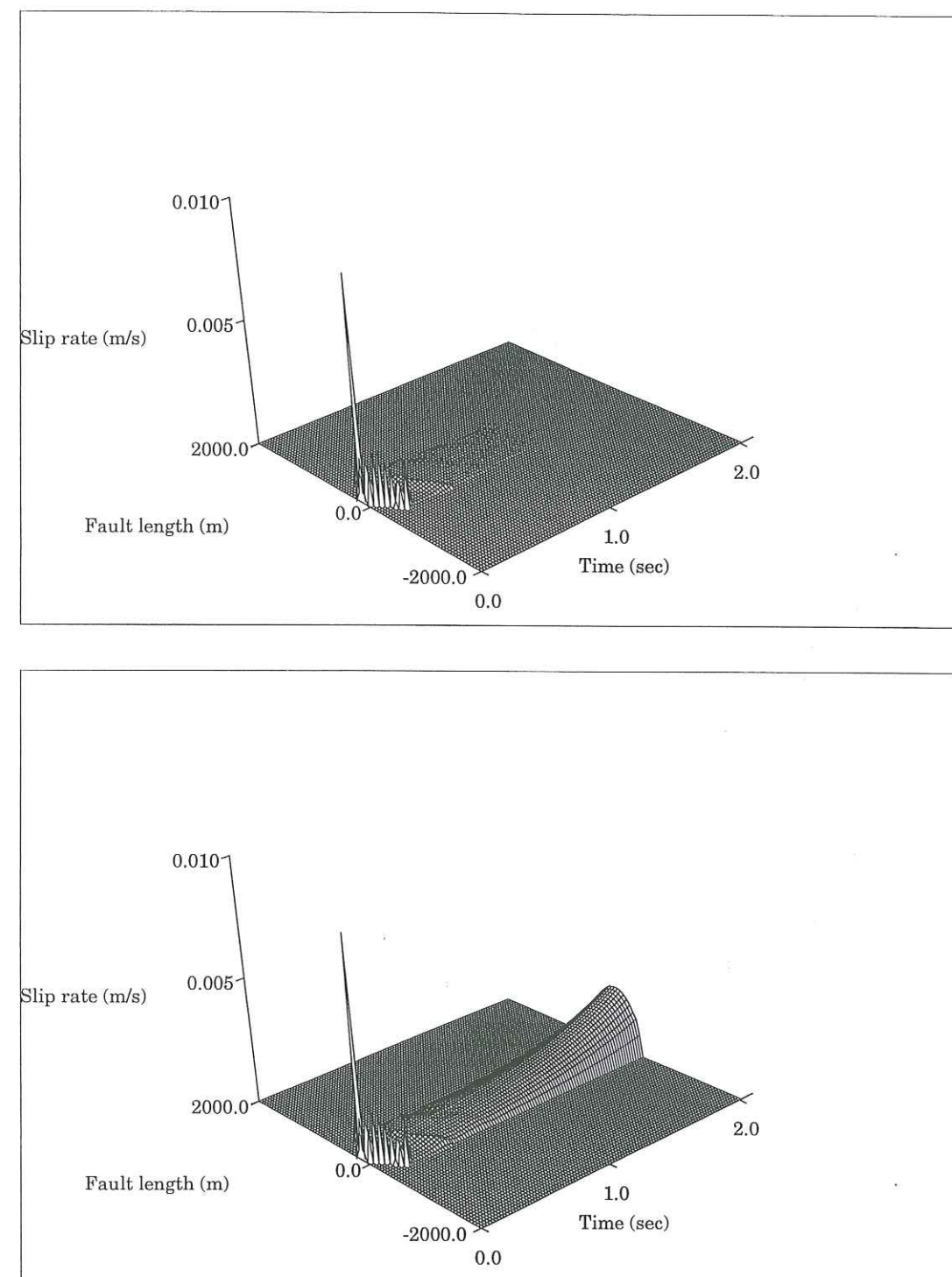


FIG. 1.18 – La vitesse sur la faille au cours du temps. (a) Cas  $a\alpha = 1.1 < \beta_0$ . La perturbation se propage sur la faille et se réfléchit sur les bords. La partie dominante est absente: la faille est stable. (b) Cas  $a\alpha = 1.2 > \beta_0$ . Comme en (a), la perturbation se propage sur la faille mais est dominée rapidement par le développement de la partie dominante à croissance exponentielle: la faille est instable. D'après Dascalu et al. [2000].



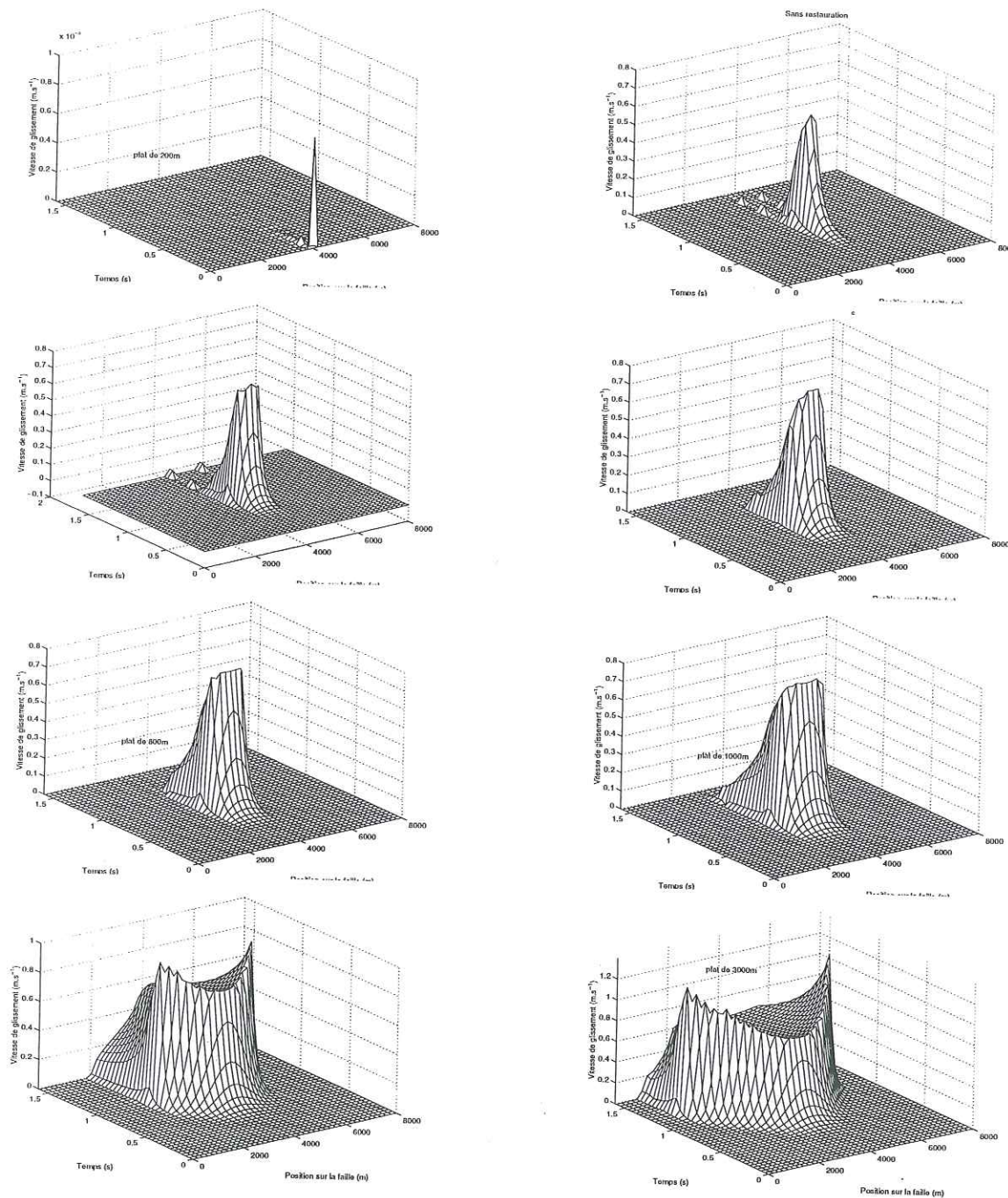


FIG. 1.19 — Influence de la taille de la faille sur le développement de la perturbation. De haut en bas et de gauche à droite: 200m, 300m, 400m, 500m, 800m, 1000m, 2000m et 3000m.

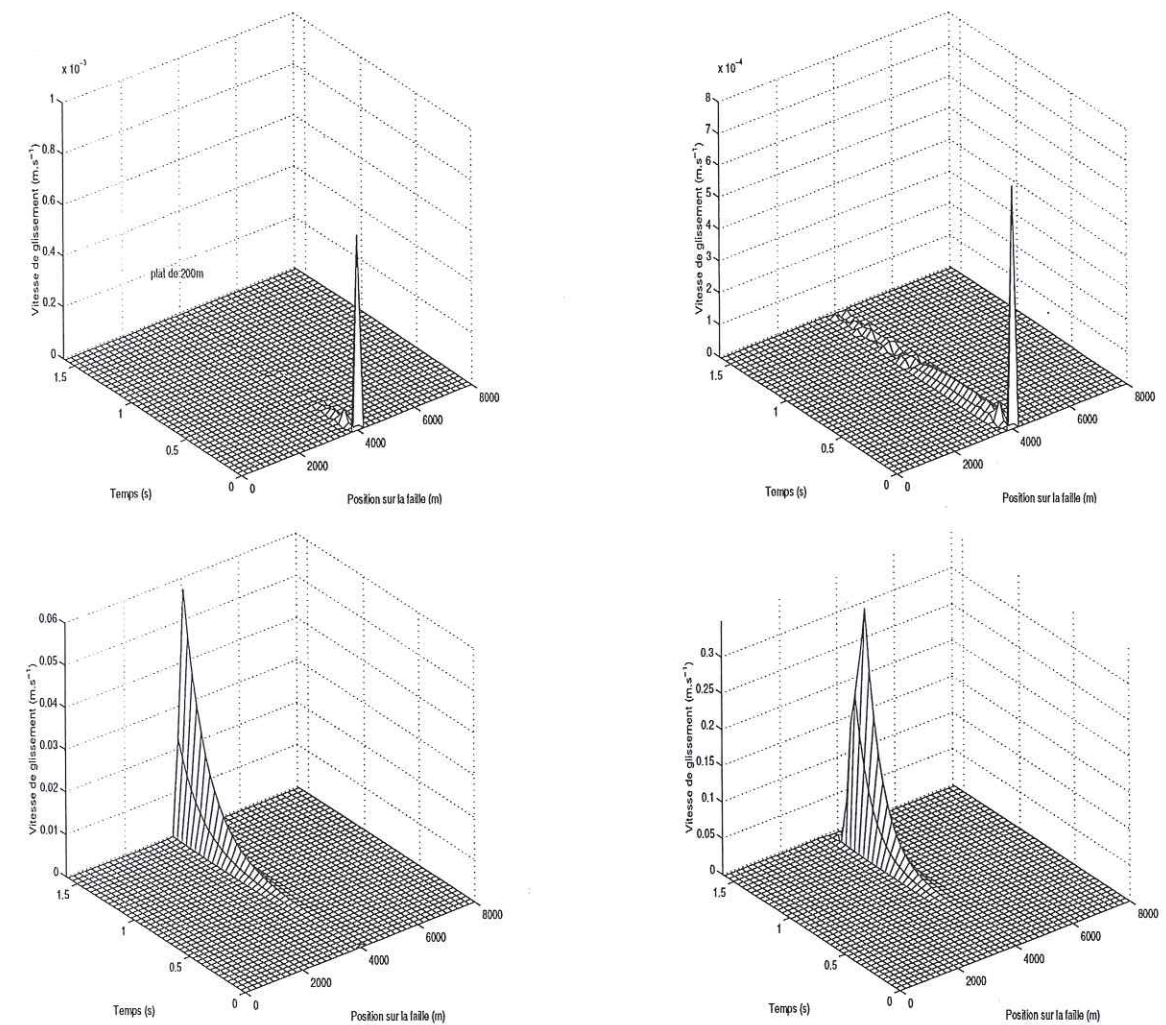


FIG. 1.20 — Influence de la taille de la faille sur le développement de la perturbation. La taille de la faille est de 200m, 210m, 225m, et 250m (de haut en bas et de gauche à droite respectivement). La transition entre le comportement stable (200m et 210m) et le comportement instable (225 et 250m) est brutale. La limite théorique entre ces deux comportements est de 212m. D'après Voisin [1997].



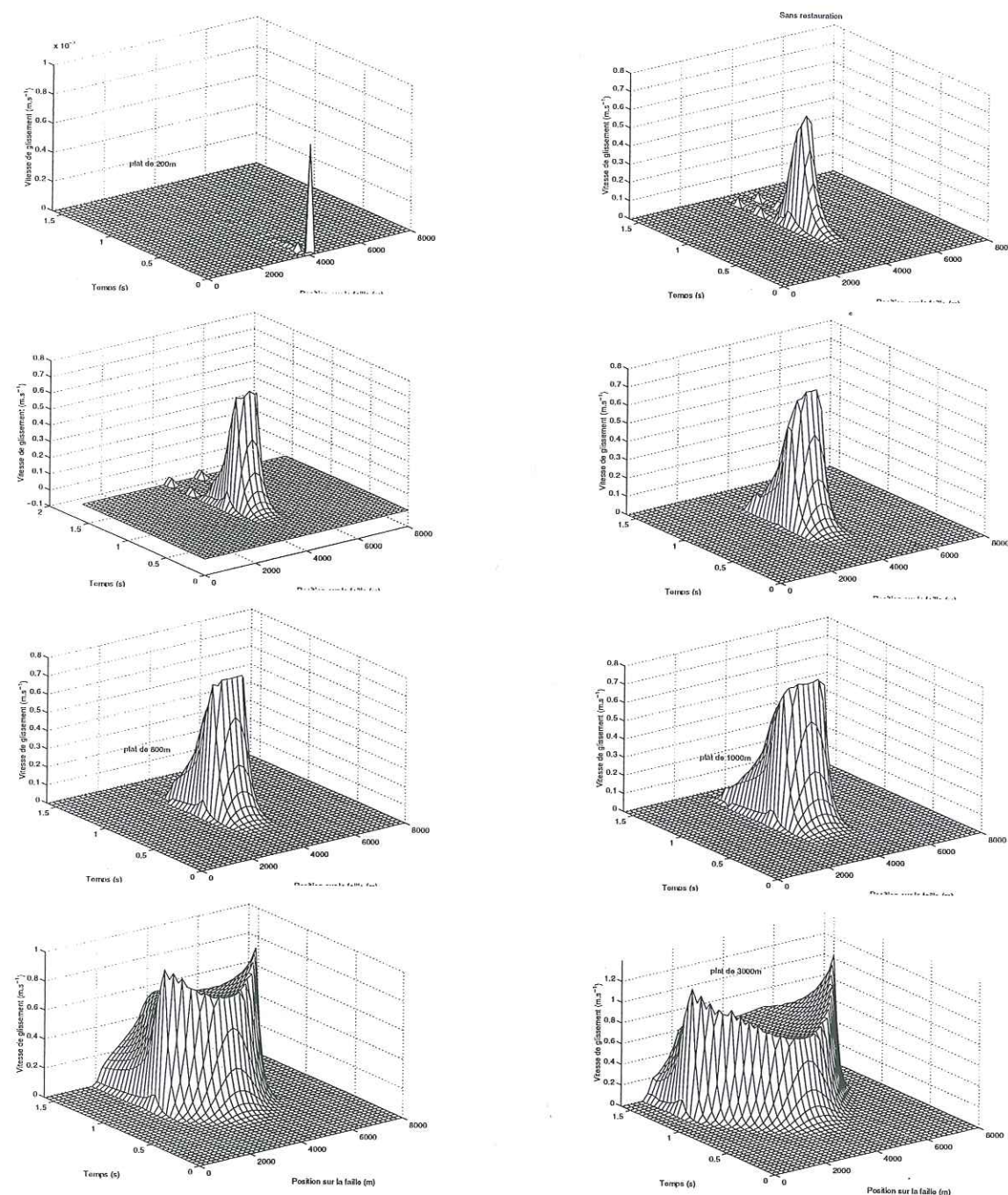


FIG. 1.19 – Influence de la taille de la faille sur le développement de la perturbation. De haut en bas et de gauche à droite: 200m, 300m, 400m, 500m, 800m, 1000m, 2000m et 3000m.

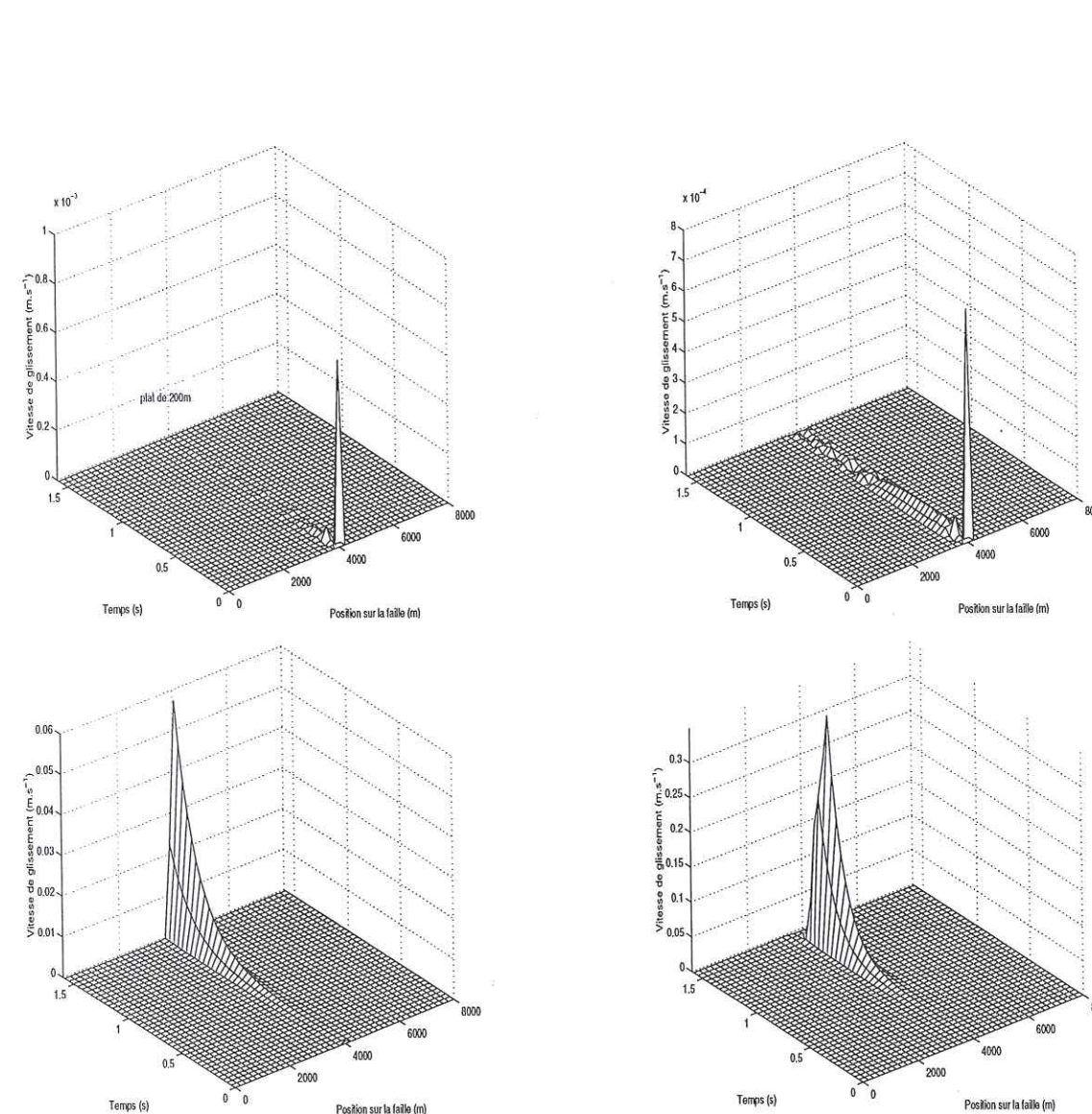


FIG. 1.20 – Influence de la taille de la faille sur le développement de la perturbation. La taille de la faille est de 200m, 210m, 225m, et 250m (de haut en bas et de gauche à droite respectivement). La transition entre le comportement stable (200m et 210m) et le comportement instable (225 et 250m) est brutale. La limite théorique entre ces deux comportements est de 212m. D'après Voisin [1997].



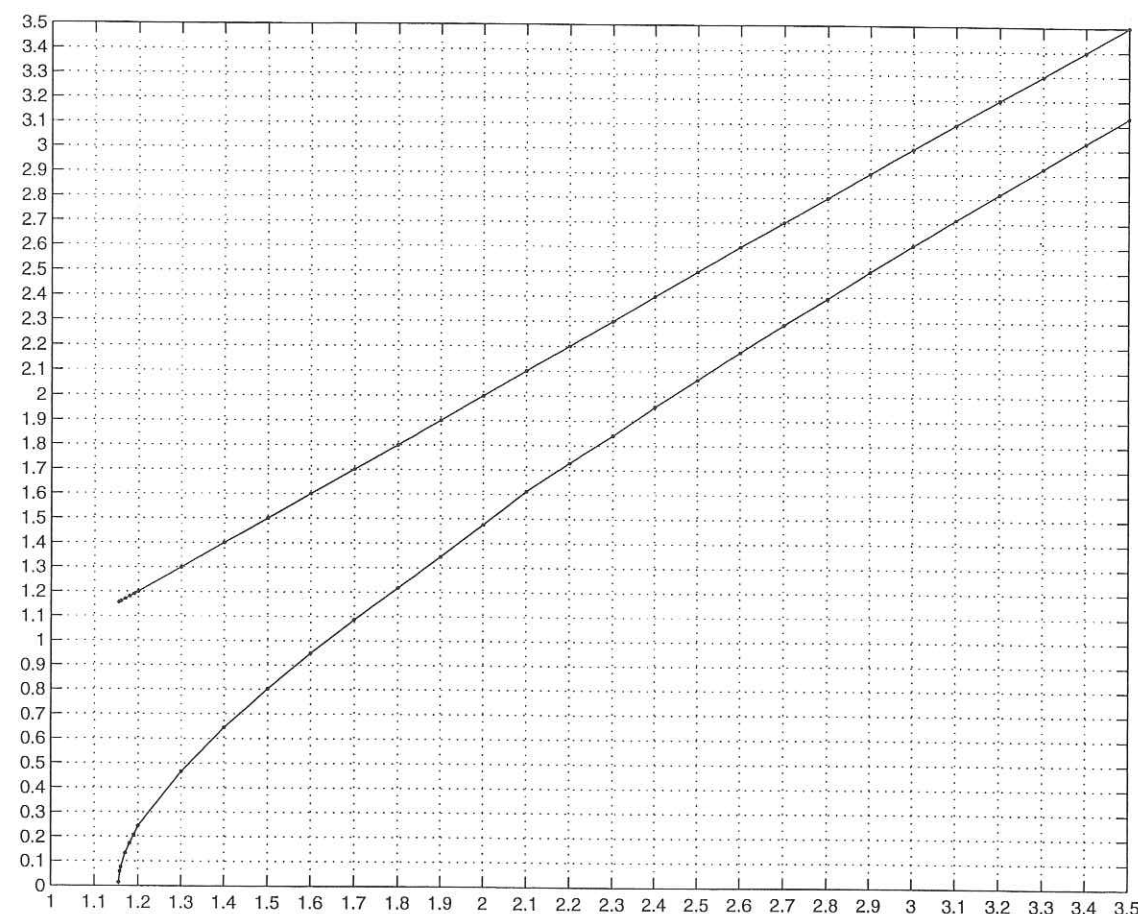


FIG. 1.21 – La transition stable/instable de la faille finie illustrée par l'existence de valeurs propres de carré positif. La courbe présente la première valeur propre  $\lambda_0$  en fonction de  $\beta$ . Lorsque  $\beta < \beta_0$ , il n'y a pas de valeur propre positive, la faille est stable. Lorsque  $\beta \geq \beta_0$ , il y a au moins une valeur propre positive, la faille est instable.

durée peut être aussi grande que l'on veut. Si l'on revient à la définition de  $\beta = a\alpha$ , alors on comprend que plus la pente initiale de la loi est faible, plus la durée d'initiation est grande, et on conçoit que la taille de la faille influe sur le processus d'initiation.

Pour un taux d'affaiblissement donné  $\alpha$ , la taille minimale pour promouvoir l'instabilité dynamique est donnée par:

$$2a_c = \frac{\beta_0}{\alpha} = \frac{\beta_0 G D_c}{(\mu_s - \mu_d) S} \quad (1.6)$$

La longueur critique  $2a_c$  est un concept très différent de  $l_c$ , qui est la taille critique du crack, défini dans le contexte de la faille infinie. Cependant, lorsque la longueur de la

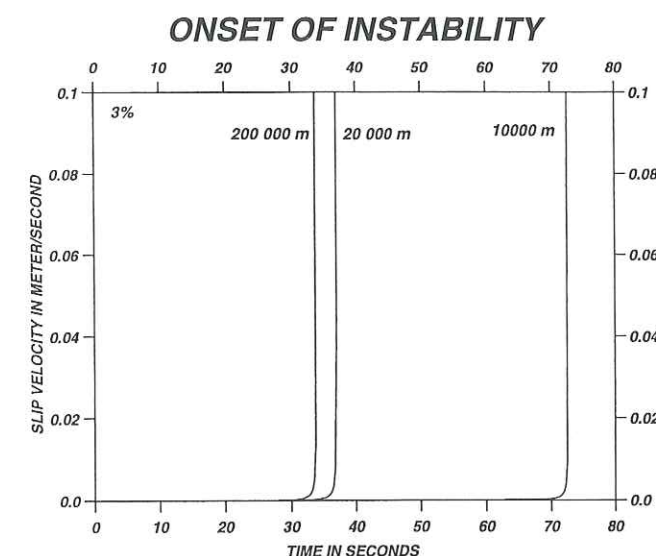


FIG. 1.22 – Effet de la taille de la faille sur la durée de la phase d'initiation. D'après Ionescu et Campillo [1999].

faille  $2a \gg 2a_c$ , l'échelle caractéristique du problème est  $l_c$ . Le processus d'initiation «libre», comme il se développerait sur une faille infinie, fournit une bonne description de la réalité. L'effet faille finie apparaît lorsque  $2a \rightarrow 2a_c$ . Le processus d'initiation «libre» ne fournit pas la bonne description de ce qui se passe sur la faille finie. La finitude de la faille a un effet sur le processus d'initiation. Cet effet a été étudié par Voisin [1997] et par Ionescu et Campillo [1999]. Il consiste principalement à augmenter grandement la durée de la phase d'initiation lorsque  $2a$  tend vers  $2a_c$ . La figure 1.22 illustre cet effet. Dans cette simulation les paramètres du frottement sont tels que  $l_c = 11900\text{m}$ . Trois calculs sont faits, pour une largeur de faille de  $200000\text{m}$ ,  $20000\text{m}$  et  $10000\text{m}$ . La durée de la phase d'initiation augmente de façon considérable lorsque la taille de la faille est de l'ordre de grandeur de  $l_c$ .





**Retour sur les expériences d'Ohnaka:** Nous avons vu ci-dessus l'importance de la constante de stabilité  $\beta_0$ . Ce résultat peut être étendu au cas plan et au cas 3D. Pour une loi de frottement donnée, la faille doit avoir une taille  $a > \beta_0/\alpha$  pour promouvoir le développement de l'instabilité dynamique. Les expériences d'Ohnaka sont réalisées pour des surfaces de rugosité différentes mais toutes de mêmes dimensions. Dans le cadre de notre analyse de stabilité, la mesure du taux d'affaiblissement de la loi de frottement pour ces différentes expériences nous permet de fixer la taille minimale de l'échantillon pour espérer observer l'instabilité dynamique. Ainsi, la taille limite est de 1.15m pour la surface rugueuse, 37cm pour la surface lisse, et 7.5cm pour la surface très lisse. La dimension de l'échantillon est de 29cm. Par conséquent, l'instabilité dynamique ne peut être observée que dans le cas de la surface très lisse. C'est d'ailleurs le cas. Ainsi le processus d'affaiblissement est achevé en 0.7ms. Pour les autres surfaces, plus rugueuses, le temps caractéristique de l'expérience est considérablement plus long: de l'ordre de 100s pour la surface lisse, 200s pour la surface rugueuse. Par ailleurs, l'instabilité dynamique n'est pas observée pour ces deux surfaces. La relation de frottement est décrite de façon quasistatique et non dynamique. Ainsi dans le cas de la surface rugueuse le niveau de frottement résiduel est atteint avant même que la vitesse ait augmenté de manière significative. L'interprétation faite par Ohnaka et al. de ces expériences est sujette à caution. Cependant, toujours dans le cadre de notre analyse de stabilité, l'instabilité dynamique aurait de meilleures chances d'être observée si la taille de l'échantillon était augmentée, comme c'est le cas sur une faille vraie. Les expériences de Okubo et Dieterich [1981,1982] réalisées sur des blocs de 1.5 m de côté sont cohérentes avec notre analyse, puisqu'elles permettent d'observer l'instabilité dynamique jusqu'à son arrêt, et ce pour les failles lisses et rugueuses.

L'objet de ce premier chapitre est de convaincre le lecteur de l'existence de signaux mécaniques précurseurs de la rupture qui constituent la phase d'initiation. L'observation fine des sismogrammes montre un signal qui précède l'arrivée des ondes P associées à la propagation de la rupture. Ce signal de faible amplitude est caractérisé soit par une montée très graduelle, soit abrupte et irrégulière. Son interprétation est encore discutée à l'heure actuelle, mais il semble que ce signal puisse être interprété en terme d'endommagement de la surface, comparable à celui observé dans les expériences de frottement. Ces dernières s'accordent sur l'existence d'une phase quasi-statique de glissement «stable» asismique. Le processus de nucléation opère sur une zone limitée et correspond à l'affaiblissement de la contrainte de cisaillement avec le glissement, ce jusqu'au niveau résiduel de frottement. Même si les arguments avancés sont ténus, ou controversés, il ne faut pas perdre de vue que toutes les tentatives de prédiction ont échoué, sauf cas exceptionnel. La phase d'initiation demeure le dernier espoir de la mécanique pour prédire à court terme le tremblement de terre. D'autres signaux géophysiques, de nature électrique ou ma-

gnétique, semblent jouer le rôle de précurseurs (e.g. Hayakawa et al., 2000) jusqu'à 1 mois avant la rupture. Néanmoins, à court terme, la phase d'initiation demeure le seul signal visible. Du point de vue mathématique, la modélisation de la phase d'initiation a été présentée dans le cas de la géométrie 2D antiplan. La faille est au seuil de rupture et une faible perturbation est appliquée au milieu, ou sur la faille. L'instabilité de frottement se développe suivant un taux de croissance prescrit par la pente initiale de la loi de frottement. Plus celle-ci est faible, plus le taux de croissance est petit, et plus la durée de l'initiation est longue. Ce modèle de phase d'initiation est aussi valide dans les autres géométries, plus réalistes. Il est possible de développer les mathématiques qui permettent d'obtenir la formule analytique du champ de déplacement dominant. Il est également possible d'approcher de manière satisfaisante la durée de la phase d'initiation (Favreau et al., 1999). La réponse à une petite sollicitation (négligeable) constitue la mécanique propre de la faille. La faille évolue librement depuis son état de contrainte initial de repos statique jusqu'au niveau résiduel de frottement dynamique. Cette chute de contrainte s'accompagne du glissement d'une partie de la faille qu'on appelle la zone de nucléation. La durée de ce mouvement asismique est fonction des paramètres du frottement, notamment de la pente initiale de la loi de frottement, et aussi de la taille de la faille. Il est possible de calculer théoriquement et numériquement le taux de croissance de l'instabilité  $\lambda$  en fonction du taux d'affaiblissement adimensionnel  $\beta$  (Dascalu et al., 2000; Voisin et al., 2000b).

Dans le chapitre suivant, nous allons voir quels sont les apports de notre modèle à la compréhension du déclenchement des séismes, à insérer dans le vaste cadre de l'interaction entre failles. La petite perturbation est remplacée par une onde qui porte l'information d'une faille à l'autre. Elle est formée d'une partie dynamique caractérisée par des oscillations, et d'une partie statique. La problématique actuelle est de savoir quelles sont les parts respectives de ces deux champs dans le déclenchement des séismes et des répliques. La mécanique propre de la faille est confrontée aux sollicitations extérieures du contexte géologique.



## Bibliographie

- Beroza, G., and W.L. Ellsworth, Properties of the seismic nucleation phase, *Tectonophysics*, 261, 209-227, 1996.
- Campillo, M., and I.R. Ionescu, Initiation of an Antiplane Shear Instability under Slip Dependent Friction, *J. Geophys. Res.*, 102, 20363-20371, 1997.
- Dascalu, C., I.R. Ionescu, and M. Campillo, Fault Finiteness and Initiation of Dynamic Shear Instability, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 177, 163-176, 2000.
- Dodge, D.A., G.C. Beroza, and W.L. Ellsworth, Foreshock sequence of the 1992, Landers, California, earthquake and its implications for earthquake nucleation, *J. Geophys. Res.*, 100, 9865-9880, 1995.
- Dodge, D.A., G.C. Beroza, and W.L. Ellsworth, Detailed observations of California foreshock sequences: implications for earthquake initiation process, *J. Geophys. Res.*, 101, 22371-22392, 1996.
- Ellsworth, W.L., and G.C. Beroza, Seismic evidence for an earthquake nucleation phase, *Science*, 268, 851-854, 1995.
- Ellsworth, W.L., and G.C. Beroza, Observation of the seismic nucleation phase in the Ridgecrest, California, earthquake sequence, *Geophys. Res. Lett.*, 25, 401-404, 1998.
- Favreau, P., M. Campillo and I.R. Ionescu, Initiation of In-Plane Shear Instability under Slip-Dependent Friction, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 89, 1280-1295, 1999.
- Hayakawa, M., T. Itoh, K. Hattori and K. Yumoto, ULF electromagnetic precursors for an earthquake at Biak, Indonesia on February, 17, 1996. *Geophys. Res. Lett.*, 27, 1531-1534, 2000.
- Iio, Y., Slow Initial Phase of the P-Wave Velocity Pulse Generated by microearthquakes, *Geophys. Res. Lett.*, 19, 477-480, 1992.

- Iio, Y., Observation of the slow initial phase of microearthquakes: implications for earthquake nucleation and propagation, *J. Geophys. Res.*, 100, 15333-15349, 1995.
- Iio, Y., S. Ohmi, R. Ikeda, E. Yamamoto, H. Ito, H. Sato, Y. Kuwahara, T. Ohminato, B. Shibasaki, and M. Ando, Slow initial phase generated by microearthquakes occurring in the Western Nagano prefecture, Japan -The source effect- *Geophys. Res. Lett.*, 26, 1969-1972, 1999.
- Ionescu, I.R., and M. Campillo, Influence of the shape of the friction law and fault finiteness on the duration of initiation, *J. Geophys. Res.*, 104, 3013-3024, 1999.
- Ishihara, Y., Y. Fukao, I. Yamada, and H. Aoki, The rising slope of moment rate functions: the 1989 earthquakes off east coast of Honshu, *Geophys. Res. Lett.*, 19, 873-876, 1992.
- Jones, L.M., B. Wang, S. Xu, and T.J. Fitch, The foreshock sequence of the February, 4, 1975, Haicheng earthquake (M=7.3), *J. Geophys. Res.*, 87, 4575-4584, 1982.
- Jones, L.M., Foreshocks (1966-1980) in the San Andreas system, California, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 74, 1361-1380, 1984.
- Jordan, T. Far-field Detection of Slow Precursors to Fast Seismic Rupture. *Geophys. Res. Lett.*, 18, 2019-2022, 1991.
- Madariaga, R., Dynamics of expanding circular fault, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 66, 639-666, 1976.
- Mori, J., and H. Kanamori, Initial rupture of earthquakes in the 1995 Ridgecrest, California sequence, *Geophys. Res. Lett.*, 23, 2437-2440, 1996.
- Ohnaka, M., Experimental studies of stick-slip and their application to the earthquake mechanism, *J. Phys. Earth*, 21, 285-303, 1973.
- Ohnaka, M., Applications of some dynamic properties of stick-slip to earthquakes, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 53, 311-318, 1978.



Ohnaka, M., Earthquake source nucleation: a physical model for short-term precursors, *Tectonophysics*, 211, 149-178, 1992.

Ohnaka, M., Critical size of the nucleation zone of earthquake rupture inferred from immediate foreshock activity, *J. Phys. Earth*, 41, 45-56, 1993.

Ohnaka, M. Nonuniformity of the constitutive law parameters for shear rupture and quasistatic nucleation to dynamic rupture: A physical model of earthquake generation processes. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 93, 3795-3802, 1996.

Ohnaka, M., Y. Kuwahara and K. Yamamoto, Constitutive relations between dynamic physical parameters near a tip of the propagating slip zone during stick-slip shear failure, *Tectonophysics*, 144, 109-125, 1987.

Ohnaka, M., and T. Yamashita, A cohesive zone model for dynamic shear faulting based on experimentally inferred constitutive relation and strong motion source parameters, *J. Geophys. Res.*, 94, 4089-4104, 1989.

Ohnaka, M., and Y. Kuwahara, Characteristic features of local breakdown near a crack-tip in the transition zone from nucleation to unstable rupture during stick-slip shear failure, *Tectonophysics*, 175, 197-220, 1990.

Ohnaka, M., and L. Shen, Scaling of the shear rupture process from nucleation to dynamic propagation: Implications of geometric irregularity of the rupturing surfaces, *J. Geophys. Res.*, 104, 817-844, 1999.

Okubo, P., and J.H. Dieterich, Effect of physical fault properties on frictional instabilities produced on simulated faults, *J. Geophys. Res.*, 89, 5817-5827, 1984.

Sato, T., and T. Hirasawa, Body wave spectra from propagating shear cracks, *J. Phys. Earth*, 21, 415-431, 1973.

Voisin, C., Simulation de la sismicité sur une faille hétérogène. Rapport de DEA, 1997.

Voisin, C., I.R. Ionescu, M. Campillo, R. Hassani, and Q.L. Nguyen, Spectral analysis of the initiation process on a bounded fault zone. submitted to *Geophys. J. Int.*, 2000.

Yamashita, T., and M. Ohnaka, Nucleation Process of Unstable Rupture in the Brittle Regime: A Theoretical Approach Based on Experimentally Inferred Relations. *J. Geophys. Res.*, 96, 8351-8367, 1991.



## Chapitre 2: Le déclenchement des séismes

## Résumé

Dans ce chapitre, la faille est replacée dans le contexte géologique. Elle est donc soumise aux sollicitations extérieures. La mécanique propre de la faille, décrite au chapitre 1, est confrontée aux sollicitations externes. Nous nous intéressons à l'interaction entre failles. Un séisme génère une perturbation dynamique, transitoire, et un chargement statique, permanent. Ces deux sollicitations semblent influencer sur la sismicité des failles environnantes. Devant la complexité du problème, nous commençons par décrire le passage d'une onde sinusoïdale (sans champ statique) sur une faille finie munie d'une loi de frottement linéaire. Ensuite, nous nous attachons au séisme d'Irpinia (23 Novembre 1980), qui permet de séparer les influences respectives de la dynamique et du statique. Il permet également de contraindre les paramètres du frottement glissement dépendant. En fin de chapitre, nous présentons ensuite une explication possible à l'occurrence de séismes dans les zones déchargées au sens de Coulomb, les antishocks.

*Le Monde n'est qu'une branloire pérenne.  
Toutes choses y branlent sans cesse: la terre,  
les rochers du Caucase, les pyramides d'Egypte,  
et du branle public et du leur. La constance  
même n'est autre qu'un branle plus languissant.*

*Montaigne, Essais, III, 2.*



## Chapitre 2

# Le déclenchement des séismes

### 2.1 Problématique du déclenchement

Une classe importante de problèmes en sismologie est liée au déclenchement des tremblements de terre. On entend par là que le séisme est déclenché par l'action d'une force extérieure (par exemple l'effet des forces gravitationnelles). On s'attache ici à décrire le déclenchement d'un séisme par un autre séisme. Cela revient à se poser la question de l'interaction entre failles, ou encore entre segments de faille. Deux grandes familles se disputent le sujet. La première prône une interaction, et donc un déclenchement, par le champ de contrainte statique. L'autre au contraire prône un déclenchement par le champ de contrainte dynamique, c'est à dire par les ondes émises lors de la rupture. L'une et l'autre butent sur le même problème, à savoir celui du délai entre l'application du forçage et le séisme. En statique, l'absence de constante de temps ne permet pas de contraindre le temps d'occurrence du séisme ou de la réplique, mais par la même autorise des temps longs comme des temps courts. En dynamique, les temps long observés entre le choc principal et les répliques sont difficilement explicables par cette méthode. D'autres forçages, aux constantes de temps plus grandes que la dynamique sont susceptibles d'intervenir dans le déclenchement des séismes. Les mouvements sismiques génèrent des changements de pression fluide de l'ordre de 0.1 à 1 bar, comparables au forçage statique. La déformation post-sismique de la croûte inférieure et du manteau qui relâchent les contraintes imposées par la rupture fragile de la croûte supérieure est proposée pour les séquences de répliques. Au final, la rhéologie du matériel de la faille (la gouge)



gère l'évolution de l'instabilité. Suivant que l'on considère une loi de frottement en glissement, «rate and state», avec plasticité ou non, on peut retrouver l'intervalle de temps de la seconde à la semaine. Pour finir, l'occurrence du séisme semble due au conflit entre la dynamique propre à la faille et les différents types de forçage. Dans le cadre de cette thèse, nous considérons la loi de frottement glissement dépendante, dans un milieu élastique. Nous allons décrire tout d'abord les deux types de forçage les plus discutés, statique et dynamique. Nous verrons ensuite le cas du séisme d'Irpinia qui permet de discriminer les influences de ces deux champs et de contraindre les paramètres du frottement. Ce cas particulier est très favorable à l'hypothèse dynamique. Partant, nous verrons les relations qui existent entre les paramètres de l'onde (fréquence et amplitude) et les paramètres du frottement (le glissement critique) qui doivent être satisfaites pour déclencher la sismicité.

### 2.1.1 L'interaction statique

L'interaction statique est un modèle à seuil, dit de Coulomb. La rupture d'une faille modifie le champ de contrainte alentour. Certaines zones subissent une augmentation de la contrainte de Coulomb, d'autres zones voient cette contrainte diminuer. La contrainte de Coulomb est calculée sur un plan de rupture optimal, dont l'orientation est contrôlée par la modification de contrainte due à la rupture de la première faille, et aussi par le champ de contrainte régional (tectonique). Elle prend en compte l'effet cumulé de la variation de contrainte normale et de la variation de la contrainte de cisaillement sur le plan optimal. Le succès de cette méthode est du au fait que les répliques qui suivent un grand tremblement de terre se répartissent plutôt dans les zones chargées que dans les zones déchargées. Plus exactement le taux de sismicité est accru dans les zones chargées au sens de Coulomb, décroît dans les zones déchargées. Ce qui n'empêche pas l'occurrence éventuelle de quelques répliques dans ces zones. La répartition spatiale des répliques permet de contraindre le coefficient de frottement  $\mu$ . Ce coefficient est plutôt faible ( $\mu < 0.2$ ) pour les grandes failles à la gouge développée, plutôt important ( $\mu > 0.8$ ) pour les petites failles. La variation de la contrainte de Coulomb est de l'ordre de 0.1 bars. Cette valeur extrêmement faible (il suffit de presser ses mains l'une contre l'autre pour augmenter la pression de 0.1 bars) suffirait à modifier le champ de contraintes de manière significative. King et

al [1994] applique la méthode de Coulomb à la sismicité de la Californie du Nord. Ils montrent ainsi que le futur site du foyer du séisme de Landers a été chargé au sens de Coulomb par les séismes précédents, à savoir les événements de Homestead Valley (1979) et de Joshua Tree (1992). Le séisme de Landers à son tour charge la zone épacentrale du futur séisme de Big Bear, qui se déclenche 3 heures et 26 minutes après le choc principal. Depuis ces travaux très largement médiatisés, de nombreuses études ont été menées sur l'aspect statique de l'interaction (cf session spéciale du *J. Geophys. Res.*, d'octobre 1998). La méthode de Coulomb statique, sous son apparente simplicité, soulève en fait de nombreux problèmes. Le premier d'entre eux est sans doute la valeur du coefficient de frottement  $\mu$ . En effet la contrainte de Coulomb s'écrit sous la forme:

$$\Delta CFS = \Delta\tau + \mu(\Delta\sigma_n + \Delta P) = \Delta\tau + \mu'\Delta\sigma_n \quad (2.1)$$

où  $\mu'$  est le coefficient de frottement effectif, qui prend en compte l'effet des fluides (notamment de la pression fluide). Le changement de pression consécutif au changement de contrainte statique est modélisable dans certains cas bien définis, comme celui du milieu homogène infini, non drainé. Dans ce cas précis, Rice et Cleary [1976] et Roeloffs [1988] ont montré que

$$\Delta P = -\beta'\Delta\sigma_{kk}/3 \quad (2.2)$$

où  $\beta'$  est similaire au coefficient  $\beta$  de Skempton [1954], déterminé pour des sols. Ce coefficient varie (théoriquement) de 0 (sol sec) à 1 (sol saturé).  $\beta'$  est mesuré entre 0.47 et 1.0. Lorsque les contraintes sont réparties de manière isotropique, on a la relation:

$$\Delta CFS = \Delta\tau + \mu'\Delta\sigma_n \text{ avec } \mu' = \mu(1 - \beta') \quad (2.3)$$

Le coefficient  $\mu'$  inclut les effets de pression fluide de même que les paramètres rhéologiques de la zone de faille. Il est considéré comme constant. Dans les faits, l'évolution temporelle du champ statique, du aux migration de fluides par exemple, n'est pas encore abordée. Par conséquent, l'hypothèse  $\mu' = cste$  est justifiée. La valeur de  $\mu'$  est variable, souvent faible, de l'ordre de 0 à 0.6 (Deng et Sykes, 1997; Gross et Burgmann, 1998). Kagan et Jackson [1998] ont analysé le catalogue de sismicité CIT/USGS de la Californie du Sud et ont montré que  $\mu' = 0$ . Les répliques



ont autant de chances de survenir dans les zones chargées que dans les zones déchargées. C'est à dire qu'il n'y a pas d'information dans la méthode de Coulomb. Ce résultat extrême pose la question de la validité statistique de la méthode.

Le second problème majeur de la méthode de Coulomb est l'absence d'échelle temporelle caractéristique. Quelques exemples décrits dans la littérature illustrent la diversité des temps d'interaction. Nous avons vu plus haut que le séisme d'Homesitead Valley (1979) charge la zone épacentrale de Landers (1992), soit un délai de 13 ans. A l'inverse, Landers déclenche le séisme de Big Bear 3h26min après. *Nostro et al* [1997] examine la façon dont le champ statique généré par la rupture du premier segment du séisme d'Irpinia influence la rupture des segments suivants, qui a lieu respectivement 20 et 40 s après la rupture du premier segment. Le nombre d'études de ce genre est très limité car la forme du champ statique à proximité de la faille qui casse est très sensible à la distribution de glissement, rarement connue très précisément. Comme on le voit, la méthode de Coulomb est appliquée à tous les cas d'interaction. Le problème du délai est sans doute la pierre d'achoppement de la méthode. Classiquement, le chargement de Coulomb  $\Delta CFS$  est ramené au chargement tectonique  $\tau$ . Le rapport des deux définit un temps caractéristique qui avance ou retarde la future rupture suivant le signe de  $\Delta CFS$ .

### 2.1.2 L'interaction dynamique

#### Déclenchement à distance

A l'instar du champ statique, le champ de contrainte dynamique par essence transitoire, est sans doute capable également de déclencher la sismicité. Quelques grands tremblements de terre, comme celui de Landers en 1992, ont montré la possibilité de déclenchement à de grandes distances (près de 300 km), là où le champ statique est complètement négligeable (*Hill et al.*, 1993; *Anderson et al.*, 1994; *Gomberg et Bodin*, 1996; *Gomberg et Davis*, 1996; *Gomberg et al.*, 1998). Le séisme d'Hector Mine (16 Octobre 1999) est survenu dans la même région que le séisme de Landers, avec une directivité opposée, c'est à dire vers le Sud. Cet événement semble lui aussi avoir déclenché la sismicité à distance vers le Sud. Les ondes émises lors de la rupture principale semblent donc jouer un rôle dans la répartition des répliques, au moins

à grande distance. Aux distances intermédiaires, *Kilb et al.* [1999] a montré que le pic de la fonction de Coulomb dynamique  $\Delta CFS(t)$  corrèle beaucoup mieux avec la localisation des répliques du séisme de Landers que le champ statique moyen ne le fait. Cet argument est également en faveur du déclenchement dynamique.

#### Déclenchement aux courtes distances

En champ proche, la distinction des contributions respectives du statique et de la dynamique n'est pas aussi simple à faire. La propagation de la rupture d'un segment de faille au segment adjacent est sans doute l'exemple type du déclenchement de la rupture en champ proche. Très peu d'études se sont penchées sur ce point important s'il en est, puisque la taille maximale du séisme en dépend. On citera *Harris et al.* [1991], *Harris et Day* [1993], *Bouchon et Streiff* [1997] pour le cas 2D, et *Harris et Day* [1999] ainsi que *Magistrale et Day* [1999] pour le cas 3D. Toutes ces études portent sur la propagation de la rupture spontanée, et recouvrent un modèle de déclenchement en seuil. Aux courtes distances, un problème se pose qui est de savoir si le séisme se nucléé sur un segment unique, ou si au contraire l'ensemble des segments est intéressé par la nucléation. Dans le premier cas la nucléation se développe sur un seul segment. L'interaction entre les segments de faille se fait par l'intermédiaire des ondes émises lors de la rupture du premier segment. La rupture se propage ou pas sur les segments adjacents suivant les conditions physiques locales. La taille finale de la rupture a donc peu à voir avec la taille de la zone de nucléation. Ce mécanisme peut donc fort bien expliquer l'absence de corrélation observée et présentée au Chapitre 1 (cf figure ??). Au contraire, si le processus de nucléation se développe sur tous les segments qui seront affectés par la rupture, alors il y a de fortes chances que la taille de la nucléation soit proportionnelle à la taille de la rupture. Au Chapitre 3, nous présentons un cas d'interaction des segments durant la nucléation. Dans le cadre de ce Chapitre, nous considérons toujours que les segments sont indépendants au moins durant la phase de nucléation.





Le déclenchement des séismes est une question fondamentale en sismologie. Nous avons volontairement laissé de côté la sollicitation des marées. Il semble à la lueur des dernières études (Vidale *et al.*, 1998) qu'il n'y ait pas de corrélation évidente entre la marée et les séismes. De la partie précédente nous retiendrons que l'interaction entre failles, qui recouvre le problème du déclenchement, peut se comprendre en termes d'interaction statique ou d'interaction dynamique. Le champ statique est avancé pour expliquer la répartition spatiale des répliques, ainsi que dans les modèles d'interaction à long terme, de l'ordre de la dizaine d'années. L'interaction dynamique a été proposée pour expliquer le déclenchement de la sismicité à longue distance. Il semble que cette hypothèse soit également valide pour expliquer la répartition des répliques à distance intermédiaire. Cependant, le problème du délai en temps reste entier, quelle que soit la méthode prônée. Dans le cas statique, l'absence d'échelle caractéristique est à la fois un obstacle majeur et un paratonnerre. Dans le cas dynamique, l'échelle de temps caractéristique est fixée par la vitesse des ondes dans le milieu. Ainsi, les temps courts, de l'ordre de la seconde à la dizaine de secondes, voire quelques minutes peuvent s'expliquer par un déclenchement dynamique. En ce qui concerne les temps plus longs, cela devient plus délicat. De nombreux phénomènes aux constantes de temps plus grandes peuvent entrer en jeu et accélérer ou retarder la rupture. De nombreuses questions demeurent encore ouvertes. Il en va de même pour les interactions en champ proche. Nous avons vu que les contributions respectives du champ statique et de la dynamique ne sont pas évidentes à dissocier. Devant la complexité des phénomènes envisagés, nous allons commencer par décrire le passage d'une onde sinusoïdale (sans champ statique) sur une faille finie avec frottement linéaire. Ensuite nous passerons au cas du séisme d'Irpinia. Le séisme d'Irpinia (23 Novembre 1980) est composé de trois sous-événements séparés par des délais de 20 et 40 s. Nostro *et al.* [1997] ont mis en évidence l'influence du champ statique sur le déclenchement de la rupture des deuxième et troisième segments. Belardinelli *et al.* [1999] ont utilisé la fonction de Coulomb dynamique  $\Delta CFS(t)$  pour étudier l'interaction des deux premiers segments. Le délai de 20s est interprété en termes d'une loi de frottement du type rate and state. Nous nous intéressons à la même interaction, et tentons de répondre à trois questions: la première est peut-on discriminer les effets statiques et dynamiques sur le déclenchement du second segment? La seconde question est: Peut-on estimer au moyen de ce délai en temps la résistance de la faille par rapport au champ de contrainte initial? Enfin, dans le cadre du frottement en glissement et de la nucléation de la rupture, la dernière question est: Peut-on contraindre les paramètres du frottement qui mènent à une durée d'initiation d'environ 20s?

## 2.2 Etude du déclenchement par une onde plane

### 2.2.1 Glissement stable versus glissement instable

Les ondes émises lors d'un séisme semblent capables de déclencher la sismicité à courte ou à longue distance, même lorsque la chute de contrainte statique s'oppose

*a priori* au déclenchement de la sismicité. Le glissement sur les failles est du type catastrophique: c'est un séisme. Cependant, des endroits comme Parkfield (Californie) semblent insensibles, pour le moment, aux perturbations transitoires (Spudich *et al.*, 1995). Le passage des ondes du séisme de Landers n'a eu aucun effet sur cette zone de failles. Si les ondes ne déclenchent pas forcément une activité sismique, de nombreuses études ont reporté le déclenchement du glissement asismique. Ce phénomène est fréquemment observé: après le séisme de Borrego Mountain (Allen *et al.*, 1972), après le séisme d'Imperial Valley (Sieh, 1982), après Morgan Hill (Schulz, 1985), Loma Prieta (Galehouse, 1990) et après Landers (Bodin *et al.*, 1994; Bodin *et Gomberg*, 1994; Gomberg *et Bodin*, 1994). Ce type de glissement se produit principalement sur des failles connues pour être asismiques. Allen *et al.* [1972] ont montré que le champ statique induit par le choc principal de Borrego Mountain ne pouvait avoir déclenché le glissement asismique sur la faille de San Andreas, car la zone sur laquelle ce glissement s'est développé a été déchargée au sens de Coulomb. Il faut donc voir là un effet des perturbations transitoires émises par la rupture principale. La corrélation temporelle entre le passage des ondes et le déclenchement du glissement est discutable. Williams *et al.* [1988] et McGill *et al.* [1989] ont montré que le glissement pouvait démarrer au passage des ondes, ou alors commencer doucement, parfois même après un certain délai. Dans le cas du séisme de Landers, Bodin *et al.* [1994] rapportent un glissement stable qui se développe après une minute de délai, et dure quelques heures à quelques semaines. Le glissement asismique est généralement de faible amplitude (quelques millimètres) et de courte durée. Ce processus peut être repris ensuite par d'autres phénomènes physico-chimiques qui prolongent sa durée de vie. Bodin *et al.* [1994] montrent que l'amplitude et la fréquence des ondes interviennent dans le déclenchement ou non du glissement stable.

### 2.2.2 Modélisation du passage d'une onde sur une faille finie

Dans le chapitre précédent, nous avons développé la théorie de la faille finie, et nous avons montré l'existence d'un domaine de stabilité de la faille finie. La pente de la loi de frottement (l'affaiblissement) intervient dans la stabilité ou non de la faille. Les développements mathématiques de Dasalu *et al.* [2000] sont valides dans le cadre de la théorie des petites perturbations. Ici, nous nous intéressons au cas d'une



faille finie munie de sa loi de frottement linéaire par morceau. L'onde considérée a une forme sinusoïdale, son amplitude et sa fréquence sont variables. Dans cette étude, nous ne nous intéressons pas au champ statique. La partie dynamique ondulatoire positive charge la faille et favorise le départ de l'instabilité. Celle-ci se développe à un rythme qui est fonction de la loi de frottement imposée. La partie négative de l'onde cicatrise la faille, et tend à arrêter le processus d'initiation. Il y a donc une compétition entre la dynamique de l'instabilité et la dynamique de l'onde. Ce conflit oppose les paramètres du frottement (glissement critique, taille de la faille et pente à l'origine dans notre modèle) et les paramètres de l'onde (amplitude, fréquence, vitesse de propagation, angle d'incidence, forme). On considère une onde de forme sinusoïdale qui atteint la faille sous un angle d'incidence de 45 degrés. La taille de la faille est fixée à 10 km (une taille commune pour un segment de faille). La loi de frottement est linéaire caractérisée par  $\mu_s$ ,  $\mu_d$  et  $D_c$ , seule variable du frottement. On prend  $\mu_s = 0.8$ ,  $\mu_d = 0.72$ ,  $\rho = 3000 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 3000 \text{ m/s}$ . Avec ces valeurs, la condition de stabilité s'écrit:

$$D_c < 1.9\text{m}$$

#### Premier cas: $D_c=1 \text{ m}$ (faille instable)

La figure 2.1 présente les résultats des simulations sous la forme suivante. L'amplitude de l'onde est normalisée par la chute de contrainte dynamique  $\tau_s - \tau_d$ , la longueur d'onde de l'onde est normalisée par la longueur de la faille. On constate que suivant les caractéristiques de l'onde incidente, la faille est déclenchée ou pas. La limite entre ces deux comportements est formée d'une droite verticale, ce qui prouve que l'amplitude de l'onde est sans importance dans le déclenchement de la sismicité, lorsque le frottement est linéaire. Par contre, plus l'amplitude est importante et plus vite la rupture est atteinte le cas échéant. Ce qui revient à dire que l'amplitude de l'onde exerce un effet de «clock-advance» sur la rupture. Le facteur déclenchant principal est donc la fréquence de l'onde. Lorsque celle-ci est trop élevée, la rupture ne se produit pas. La partie positive de l'onde provoque le départ de l'instabilité. Cette dernière ne se développe pas assez vite pour résister à la partie négative de l'onde qui cicatrise la faille. Le processus d'initiation est stoppé. La distribution de glissement n'est pas elliptique, comme c'est le cas lorsqu'il y a déclenchement

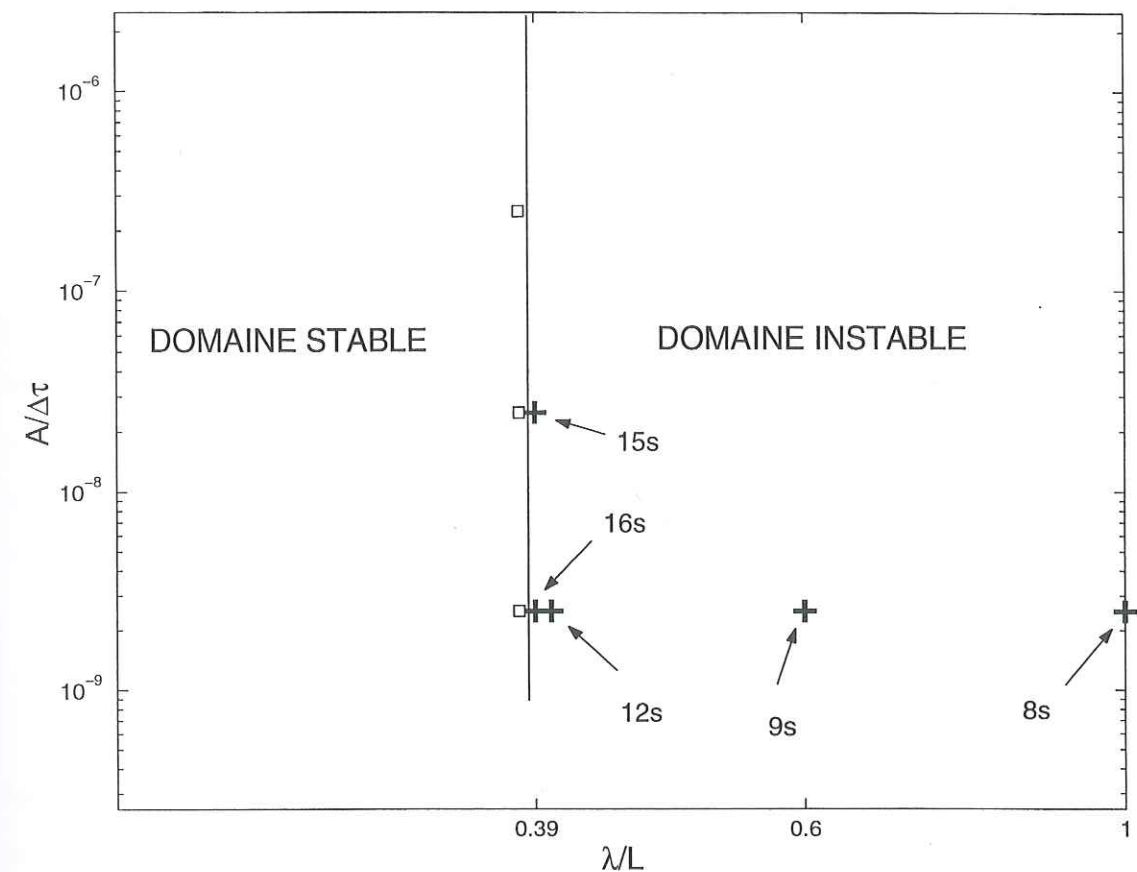


FIG. 2.1 – Déclenchement d'une faille instable. En ordonnée: l'amplitude de l'onde normalisée par la chute de contrainte. En abscisse: la longueur d'onde de l'onde normalisée par la longueur de la faille. Dans le cas présent, le glissement critique vaut 1 m. La transition stable/instable se fait pour un rapport  $\lambda/L=0.39$ . L'amplitude de l'onde n'a pas d'influence sur le déclenchement. En revanche, elle influe sur la durée de l'initiation.

(cf figure 2.2). Elle présente une directivité qui est liée au sens de propagation de l'onde. L'amplitude du glissement est dans ce cas directement corrélée à celle de l'onde. A l'inverse, lorsque la fréquence de l'onde incidente est suffisamment basse pour permettre à l'instabilité de nucléation de se développer suffisamment pour résister à la cicatrization, alors il y a déclenchement. Le processus de nucléation mène à la rupture de la faille, après un temps plus ou moins long dépendant du chargement imposé par la partie positive de l'onde. La distribution du glissement est alors elliptique. Le régime de crack s'est bien développé.



### Second cas: $D_c=5$ m (faille stable)

Il est impossible de déclencher la rupture sur ce segment de faille. Le glissement ne peut se faire que de façon stable, asismique. La distribution de glissement est extrêmement semblable à celle observée dans le cas précédent lorsque l'onde ne permet pas le déclenchement. A savoir, la distribution n'est pas symétrique mais présente un maximum déporté vers le bord de la faille, dans le sens de propagation de l'onde. Dans ce cas aussi l'amplitude du glissement est liée à celle de l'onde incidente. La répétition du passage d'onde dans toutes les directions peut créer des glissements non négligeables, glissements totalement asismiques puisque la faille est stable.

### Fréquence limite de déclenchement

A chaque valeur du déplacement critique correspond une valeur de la fréquence de l'onde incidente qui permet le déclenchement. La figure 2.3 présente la fréquence minimale en fonction du taux d'affaiblissement adimensionnel  $\beta$ . Les lignes en pointillés correspondent aux valeurs propres du problème spectral statique. D'une façon générale la fréquence maximale augmente avec la valeur de  $\beta$ . Ce qui revient à dire que plus  $\beta$  est grand, plus la faille est instable. Et par conséquent le domaine de déclenchement par l'onde s'étend vers les hautes fréquences. L'analyse spectrale montre que lorsque  $\beta < \beta_0$  la faille est stable. Ce résultat est aussi valable pour le déclenchement par une onde. Un point remarquable est le saut de la fréquence limite de déclenchement lorsque  $\beta \rightarrow \beta_1$ , la seconde valeur propre du problème spectral statique. En effet, lorsque  $\beta > \beta_1$ , alors le problème dynamique admet deux valeurs propres de carré positif: il y a donc deux modes de déformation. La faille est beaucoup plus instable. Notre investigation numérique s'étend jusqu'à la troisième valeur propre. Le saut dans la courbe limite est beaucoup moins bien marqué que le premier.

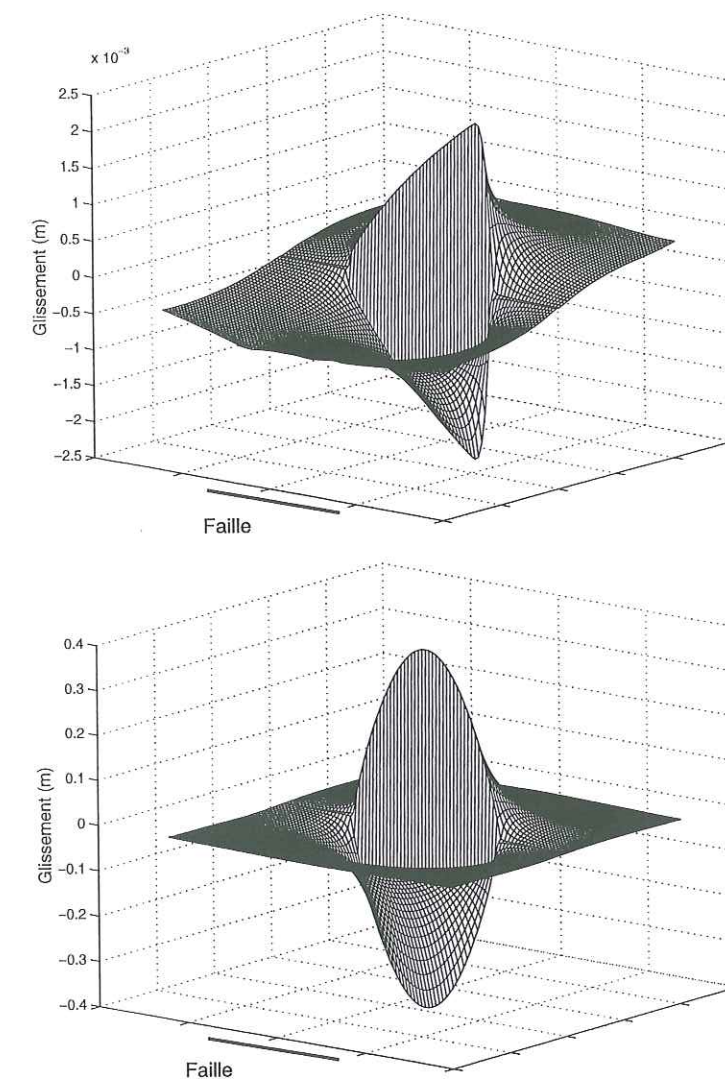


FIG. 2.2 — Distributions de glissement obtenues pour une faille instable. En haut, l'onde incidente n'a pas pu déclencher la rupture. Le processus d'initiation est arrêté. La distribution n'est pas symétrique et de faible amplitude. En bas, l'onde incidente a déclenché la rupture. Le stade de la propagation de la rupture a été atteint. La distribution de glissement est elliptique. On note la différence d'amplitude.



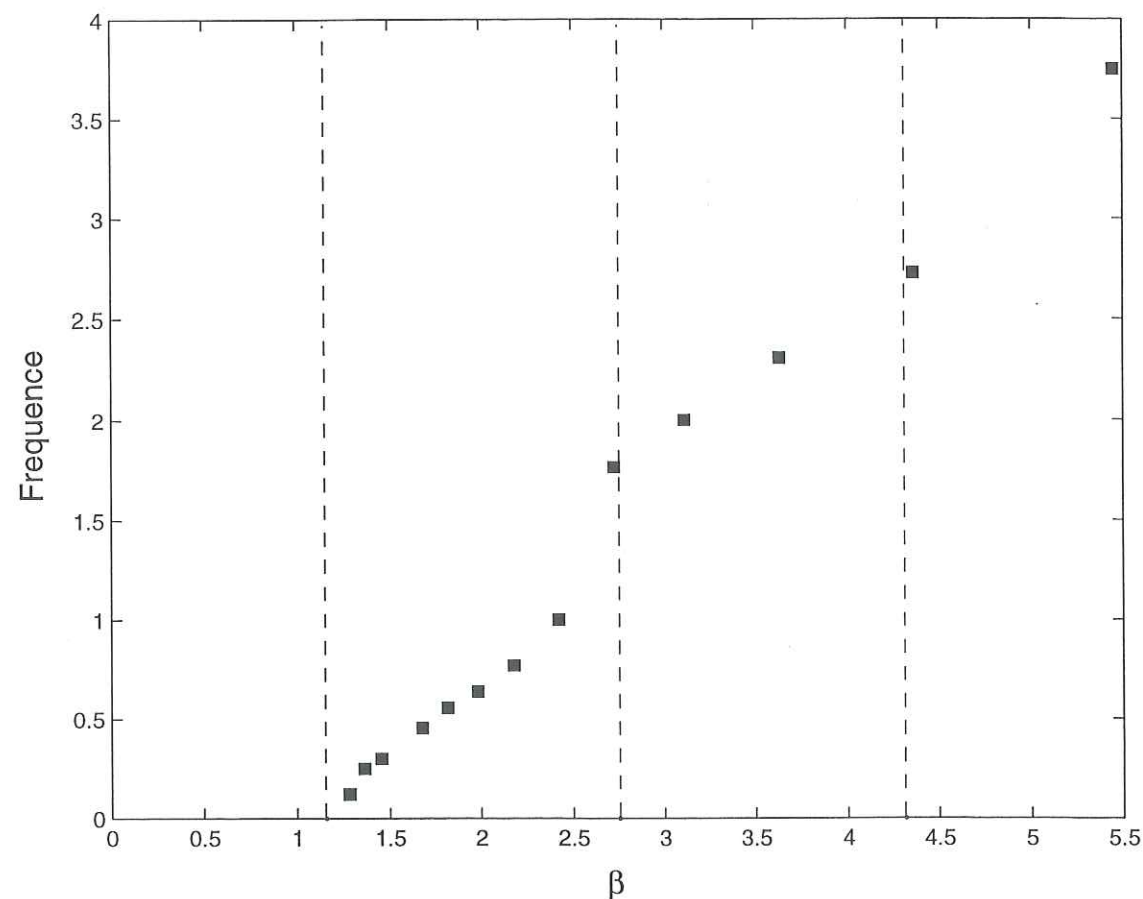


FIG. 2.3 — Fréquence limite de déclenchement en fonction du taux d'affaiblissement adimensionnel. On remarque que la fréquence limite augmente avec  $\beta$ , traduisant le caractère instable grandissant de la faille. On note la stabilité parfaite de la faille lorsque  $\beta < \beta_0$ . Enfin, on remarque le saut de la fréquence lorsque  $\beta \rightarrow \beta_1$ , traduisant l'apparition du second mode propre de la faille.

## 2.3 Le séisme d'Irpinia

Dynamic versus static stress triggering and friction parameters:

Inferences from the November 23, 1980, Irpinia earthquake

C. Voisin, M. Campillo, I.R. Ionescu, F. Cotton, O. Scotti

Article accepté à *J. Geophys. Res.*,

### Résumé

This paper concentrates on the problem of fault interaction and earthquake triggering through the 1980 Irpinia, Italy, sequence. More specifically, this paper deals with the problem of the triggering of the second subevent by the mainshock. The interaction between the two segments is modeled through a dynamic Coulomb failure function. The aims of this paper are, first, to discriminate between the dynamic and the static stress effects on the triggering, if these effects exist, second, to estimate the fault strength relative to the initial state of stress, third, to determine the parameters of a slip-dependent friction law that lead to the observed delay of 20 s. Numerical simulations show that the critical slip  $D_c$  may range from 0.03 m up to 1.7 m, and that the initial slope of the friction law  $\mu'(0)$  must be lower than  $0.04 \text{ m}^{-1}$ . We show that the relative magnitude of the fault strength and the initial state of stress govern the existence and value of a  $D_c$  lower threshold under which the fault always ruptures before 13 s. A close to failure fault is not consistent with a critical slip  $D_c$  less than 0.8 m, whereas small values of  $D_c$ , typically 0.03 m, imply a far from failure fault. General results concern the effect of a dynamic stress pulse. We show that an event can be triggered by a transient stress pulse and that in this case the event can have an initiation duration much longer than the pulse duration. We show that it is possible to explain both the triggering and the time delay only with the effect of the transient stress pulse. This may explain aftershock triggering even in regions of negative Coulomb failure function or long distance triggering of earthquakes by propagating waves.

### 2.3.1 Introduction

Fault interaction and earthquake triggering have been studied either with dynamic [Harris and Day, 1993; Hill et al., 1993; Bodin and Gomberg, 1994; Gomberg and Bodin, 1994; Gomberg and Davis, 1996; Gomberg et al., 1997, 1998] or static stress changes [e.g. Smith and Van de Lindt, 1969; Rybicki, 1973; Das and Scholz, 1981; Stein and Lisowski, 1983; Simpson et al., 1988; Okada and Kasahara, 1990; Reasenber and Simpson, 1992; Harris and Simpson, 1992; Jaumé and Sykes, 1992; Stein et al., 1992, 1994; King et al., 1994; Harris et al., 1995; Harris and Simpson, 1996; Deng and Sykes, 1996; Jaumé and Sykes, 1996; Nostro et al., 1997; Reasenber



and Simpson, 1997; Harris and Simpson, 1998; Hardebeck et al., 1998; Nalbant et al., 1998; Toda et al., 1998; Troise et al., 1998]. The latter studies use the concept of the static Coulomb failure stress ( $\Delta CFS$ ) and most clearly demonstrate the correlation between the triggering of earthquakes and the positivity of the  $\Delta CFS$ . However, it is clear that triggering also occurs in regions where  $\Delta CFS \leq 0$ , that is, in regions of stress shadows and also far away from the event, where static  $\Delta CFS \approx 0$  as observed after the 1992 Landers earthquake [e.g., Hill et al., 1993; Anderson et al., 1994; Bodin and Gomberg, 1994]. These studies and observations remind us of some unresolved questions [Harris, 1998]: Do dynamic and/or static stress changes trigger earthquakes? Is there a triggering threshold? The 1980 Irpinia earthquake offers the opportunity to answer these questions and to constrain the mechanics of earthquake triggering. First, the use of geologic observations [Pantosti et al., 1993], geodetic data [Pinguet et al., 1993] and strong motion accelerograms [Vaccari et al., 1993; Cocco and Pacor, 1993] provided a good knowledge of the history of the Irpinia rupture. This event can be decomposed into three subevents (see Figure 2.4 for the location of the fault segments). The first one is the mainshock, associated with a normal slip of 1.5 m and a seismic moment of  $10^{19}$  N m. The second shock called the 20 s event has a seismic moment of  $4.10^{18}$  N m, estimated from seismological data [Cocco and Pacor, 1993]. The last event, called the 40s event has a seismic moment of  $3.10^{18}$  N m. Second, the stress field produced by the mainshock has been modeled by Belardinelli et al. [1999] in terms of a dynamic Coulomb failure function. A transient stress peak of 0.6 MPa reach the second fault segment and is followed by the static stress field. Third, we have developped a numerical procedure that is able to model the interaction between the fault segments. This procedure is based on a finite difference method that allows the computation of a time delay of the order of 20s without encountering numerical instabilities.

Since the second event did occur, the main problem we focus on is whether the dynamic pulse or the static stress variation triggered the second subevent. The dynamic triggering theory stumbles over the problem of the time delay between the wave passage and the triggering of the event. Actually, the first question is to know

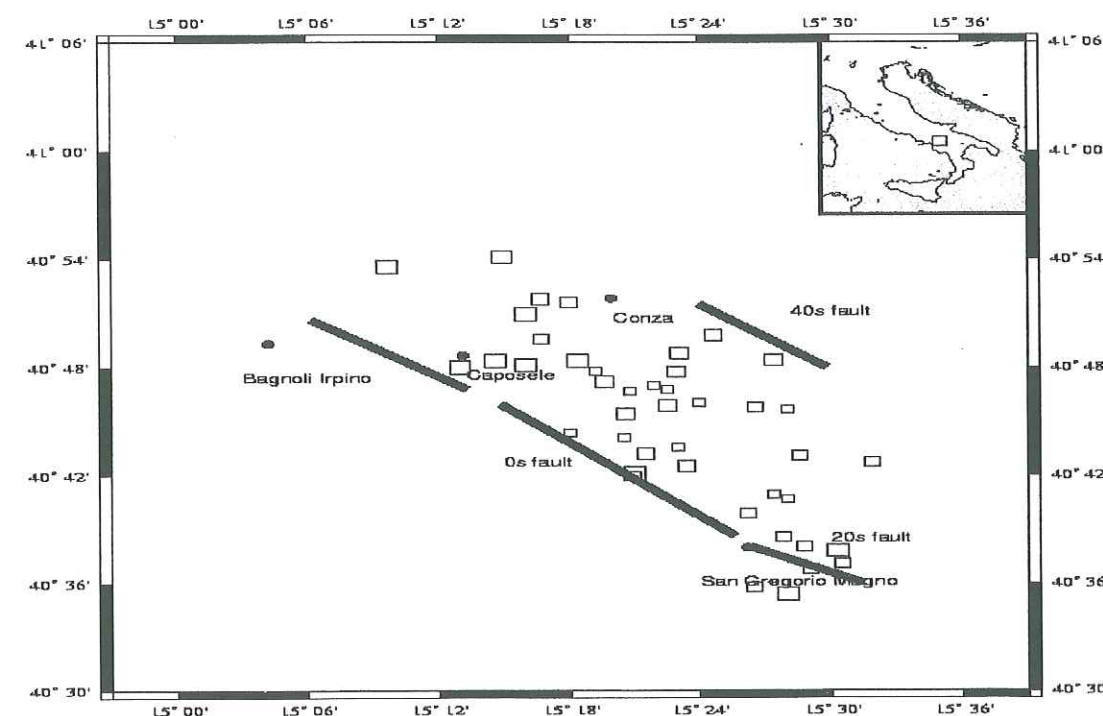


FIG. 2.4 – Map of the location of the fault segments of the November 23, 1980 Irpinia (Italy) earthquake sequence (and principal aftershocks). The rupture propagates on the 0 s fault and jumps to the 20 s fault segment. Note the strike angle between these two segments: about 10deg. After 40 s, the third segment ruptures.

why did a dynamic stress peak of 0.6 MPa not trigger the event before the static stress was reached. The two (first and second) subevents are separated in time by nearly 20 s. Belardinelli et al. [1999] computed the dynamic stress caused by the rupture of the first subevent. The origin of time  $t_0$  chosen by these authors and used in this study is the onset of the rupture on the first subevent. These modeling results of Belardinelli et al. [1999] show that the dynamic stress peak on the second subevent fault plane is reached at time  $t \approx 8$  s after  $t_0$ . The static stress level on the second event is reached nearly 14 s after  $t_0$ . In other words, the time between the arrival of the stress perturbation on the second fault and the onset of the rupture of the second segment is about 18 s, assuming 2 s for the wave propagation between the two faults. The duration of the transient dynamic stress perturbation on the second fault is about 12 s. The time between the static stress being reached and the onset of the rupture on the second segment is approximately 6 s. In this study, the details of the loading history of the second fault segment are taken into account in the initiation process simulation and analysis. The initiation duration is then



the duration between the beginning of the stress perturbation and the onset of the rupture on the second fault segment. This initiation duration is then equal to 18 s.

The rupture initiation stage has been described in papers about laboratory experiments [e.g., *Ohnaka*, 1996]: this is a slip-weakening period of time during which the slip velocity increases slowly, followed by the propagation stage. *Campillo and Ionescu* [1997] theoretically studied the initiation phase in the case of a slip weakening friction. They show how the initiation duration is linked to the friction law parameters in the case of an infinite and homogeneous fault. Furthermore, *Dasalu et al.* [2000] proposed a similar analysis for a finite fault. Our working hypothesis is to relate the time delay of 18 s with the initiation duration, assuming a slip-weakening friction. We attempt to answer to a set of questions,

1. Is it possible to discriminate between the dynamic and the static effects on the triggering of the second subevent, if these effects exist?
2. Is it possible to estimate the fault strength relatively to the initial state of stress?
3. Does the timing of rupture with respect to the loading constrain the friction law parameters?

In other words, we want to determine the domain  $\mathcal{D}$  which contains the suitable values of the friction law parameters that lead to an initiation duration of 18 s, estimate the fault strength and discuss the question of the dynamic triggering of earthquakes. To achieve these three goals, we perform a series of computations, varying the friction law parameters  $D_c$  (critical slip) and  $\mu'(0)$  (slope of the friction at the origin) with or without the static stress field, and with different assumptions on the strength of the fault segment.

### 2.3.2 Description of the Model

#### Medium

We consider the two-dimensional (2-D) antiplane elastic problem of slip instability, with two semi-infinite elastic half-spaces bounded by their common side along which a fault of finite length is defined: the second fault segment. We use a finite

difference method to approach the problem of the development of an instability on the fault surface. This method is fully described by *Ionescu and Campillo* [1999]. The medium is discretized with a grid step of  $\Delta x = \Delta y = 100$  m. The fault length is set to 10 km [*Pantosti et al.*, 1993], while the entire model has a length of 80 km. The shear wave velocity is fixed to 3000 m/s, the density of the medium to 2700 kg/m<sup>3</sup>, an average value for crustal rocks. The normal stress  $S_N$  is computed at a depth of 8000 m:  $S_N = \rho g z = 9.81 * 2700 * 8000 = 212$  MPa. This is the depth of the beginning of the rupture front on the second fault segment, as seen by *Belardinelli et al.* [1999].

#### Friction Law

We use a slip-dependent friction law derived from the experimental works performed by *Ohnaka* [1996]. These experiments clearly show the slip dependence of the friction, at least at the beginning of the evolution. Other friction laws, based on rate and state model [*Dieterich*, 1979; *Ruina*, 1983], are not so different from the slip-dependent friction law, since they are regularized with the help of a characteristic slip. The slip-dependent friction law is then the simplest law that describes the beginning of the evolution, the so-called initiation phase. The friction law is fully described by  $\tau_s$ ,  $\tau_d$ ,  $D_c$  and  $\xi$ . Figure 2.5 shows these parameters and their relations. Variables  $\tau_s$  and  $\tau_d$  represent the static friction and the dynamic friction, respectively. They are related to the normal stress  $S_N$  by

$$\tau_s = \mu_s S_N, \quad (2.4)$$

$$\tau_d = \mu_d S_N, \quad (2.5)$$

where  $\mu_s$  and  $\mu_d$  are the static and the dynamic friction coefficients. We fix  $\mu_s$  to be 0.6 [*Byerlee*, 1978; *Zoback*, 1984; *Iio*, 1997], and  $\mu_d$  to 0.56, so that the stress drop is about 8.3 MPa, a typical value for intraplate earthquakes.

$D_c$  is the critical slip: it represents the necessary amount of slip for the fault to weaken completely. Parameter  $\xi$  modulates the linear friction law with a sine function



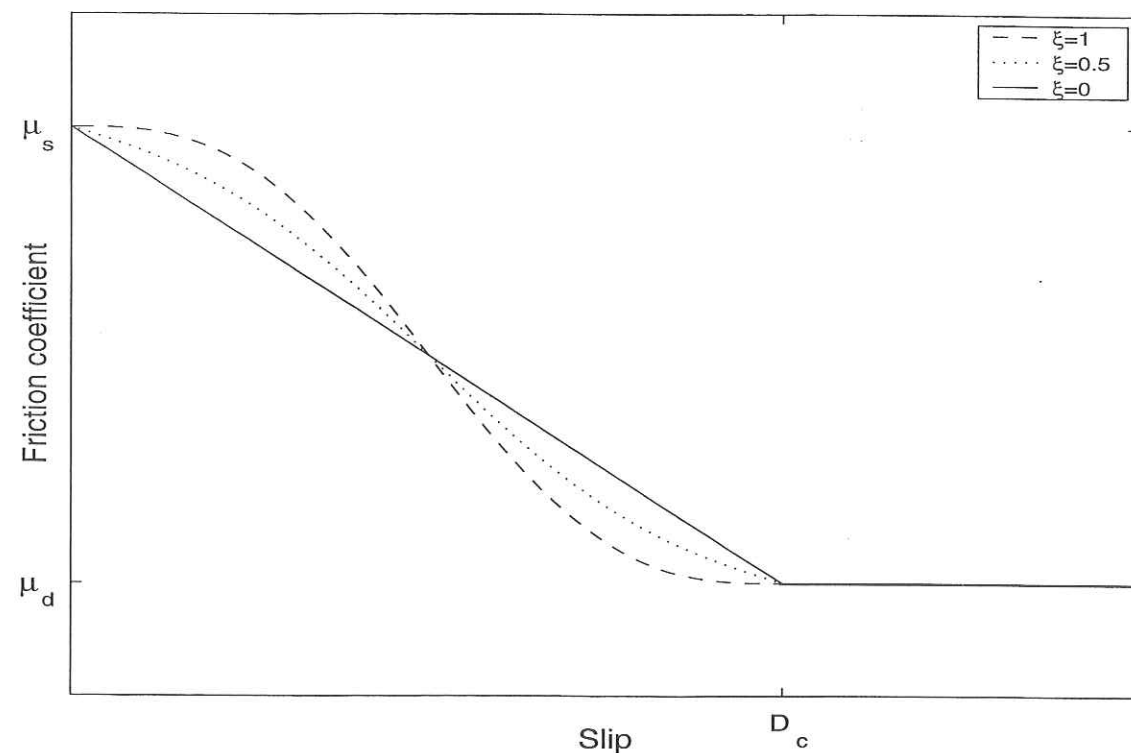


FIG. 2.5 – The slip dependent friction law used in our computations.  $D_c$  is the critical slip as defined by Ohnaka [1996]. The static ( $\mu_s$ ) and the dynamic ( $\mu_d$ ) friction coefficients are kept as constants. The parameter  $\xi$  modulates the linear friction law with a sine function;  $\mu'(0)$  is maximum when  $\xi=0$  (linear law) and minimum when  $\xi=1$  (sine law).

[Ionescu and Campillo, 1999]. This parameter ranges from 0 (linear friction) to 1 (sine friction). The slope of the friction law at the origin  $\mu'(0)$  is related to  $D_c$  by

$$\mu'(0) = \frac{(1 - \xi)}{D_c} (\mu_s - \mu_d) \quad (2.6)$$

Ionescu and Campillo [1999] demonstrate the link between  $\mu'(0)$  and the initiation duration: the lower  $\mu'(0)$  is, the longer the duration is. The extreme case  $\mu'(0) = 0$  ( $\xi = 1$ ) leads to a stable equilibrium position, when no instability can develop on the fault. We concentrate on cases  $\mu' \leq \Delta\mu/D_c$  ( $\xi \geq 0$ ). The cases  $\mu' \geq \Delta\mu/D_c$  ( $\xi \leq 0$ ) are not discussed here, but since  $\mu'(0)$  is then greater, one can expect a duration of initiation shorter than for a linear friction law, that is, an almost instantaneous rupture. Consequently, we consider the linear friction law as a limit to our study.

### Incident Stress Waveform

We consider that the interaction between the first and the second segment is done through the propagation of the waves and the static elastic response of the

medium.

Figure 2.6 presents the dynamic Coulomb failure function computed by Belardinelli et al [1999]. The origin of time is the onset of the rupture of the first segment. The first wave arrives on the second fault segment at time  $t = 2$  s. The dynamic stress peak is reached at time  $t = 8$  s. The last wave arrives at time  $t = 15$  s. This lapse in time, from 2 s to 15 s is referred to as the dynamic stage. After time  $t = 15$  s, the shear stress does not evolve anymore on the second fault segment: the static configuration is reached. The onset of the rupture of the second fault segment is recorded at time  $t = 20$  s. The dynamic stage is a transient stage that leads to the static stress configuration [Cotton and Coutant, 1997]. In accordance to the actual geometry of the Irpinia fault system, we consider a plane wave with an angle of incidence of 80deg (Figure 2.7). One of our goals is to discriminate between the dynamic and the static effects on the triggering of earthquakes. To achieve this goal, we separate the CFF in a dynamic part (from 0 s to 15 s) and a static part (from 15 s to  $\infty$ ). Figure 2.6a presents the dynamic CFF computed by Belardinelli et al. [1999] and used in section 2.3.5 of this paper. Figure 2.6b presents the shape of the dynamic pulse used in section 2.3.4. The shape of this pulse is the one of the CFF, except that the signal comes back to zero at time  $t = 15$  s. In other words, we consider the static stress field to be zero in this case. As the normal stress dynamic variation on the second fault segment is small (less than 0.1 MPa) compared to the shear stress one (more than 0.6 MPa) [Belardinelli et al., 1999], we neglect the normal stress variation effect. We assimilate the CFF computed by Belardinelli et al. [1999] as the incident shear stress  $\tau_{zx}$  on the second fault segment.



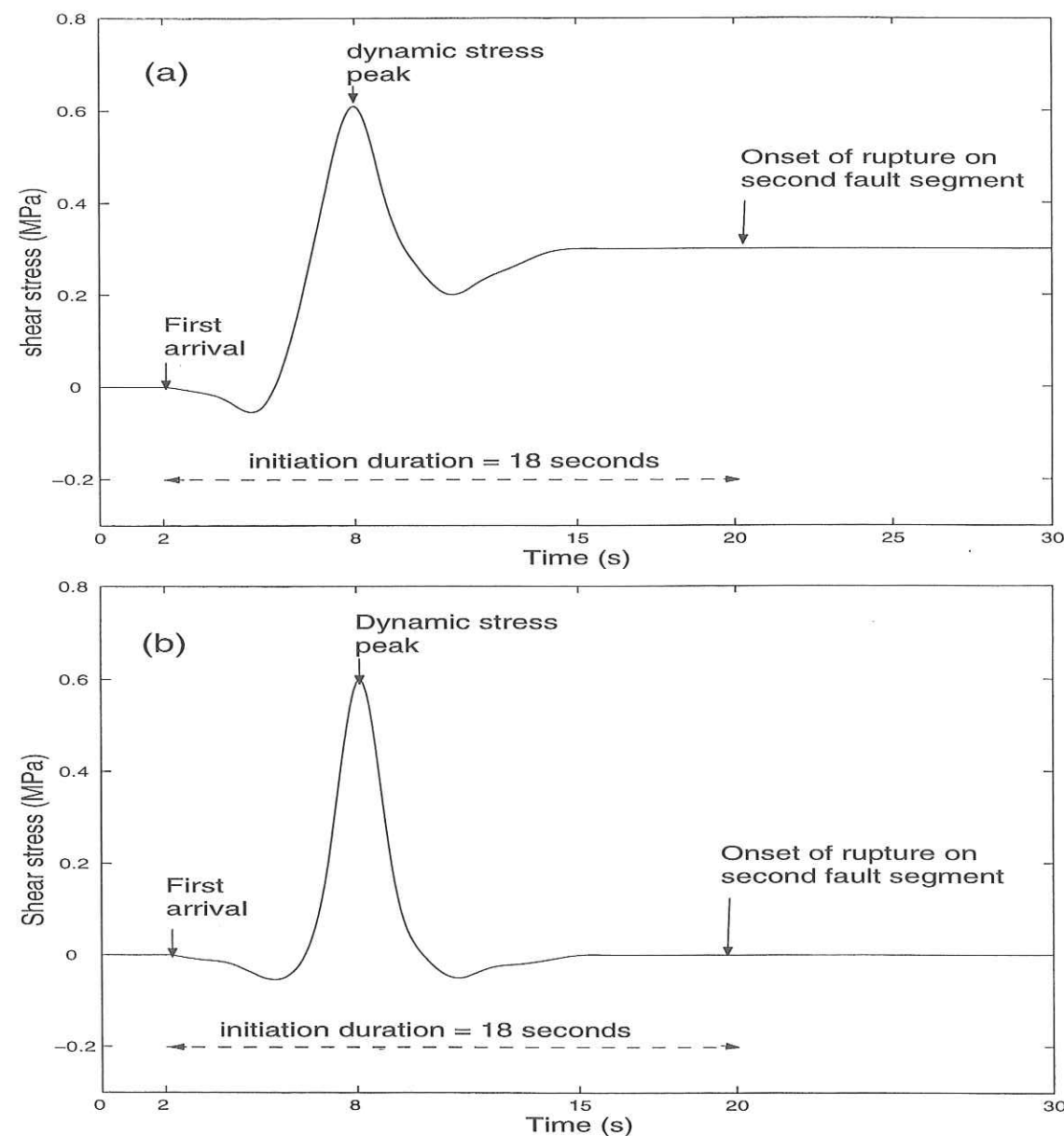


FIG. 2.6 – The wave shape used in this study. (a) The complete CFF computed by Belardinelli et al. [1999]. (b) The dynamic pulse alone, with a static stress field of 0 MPa. The origin of time corresponds to the onset of the rupture on the first segment. The maximum of the shear stress occurs at time  $t \approx 8$  s. The static stress field is reached at time  $t \approx 15$  s. The onset of the rupture on the second fault segment is recorded at  $t = 20$  s. Assuming 2 s of propagation, we then consider an initiation duration of 18 s.

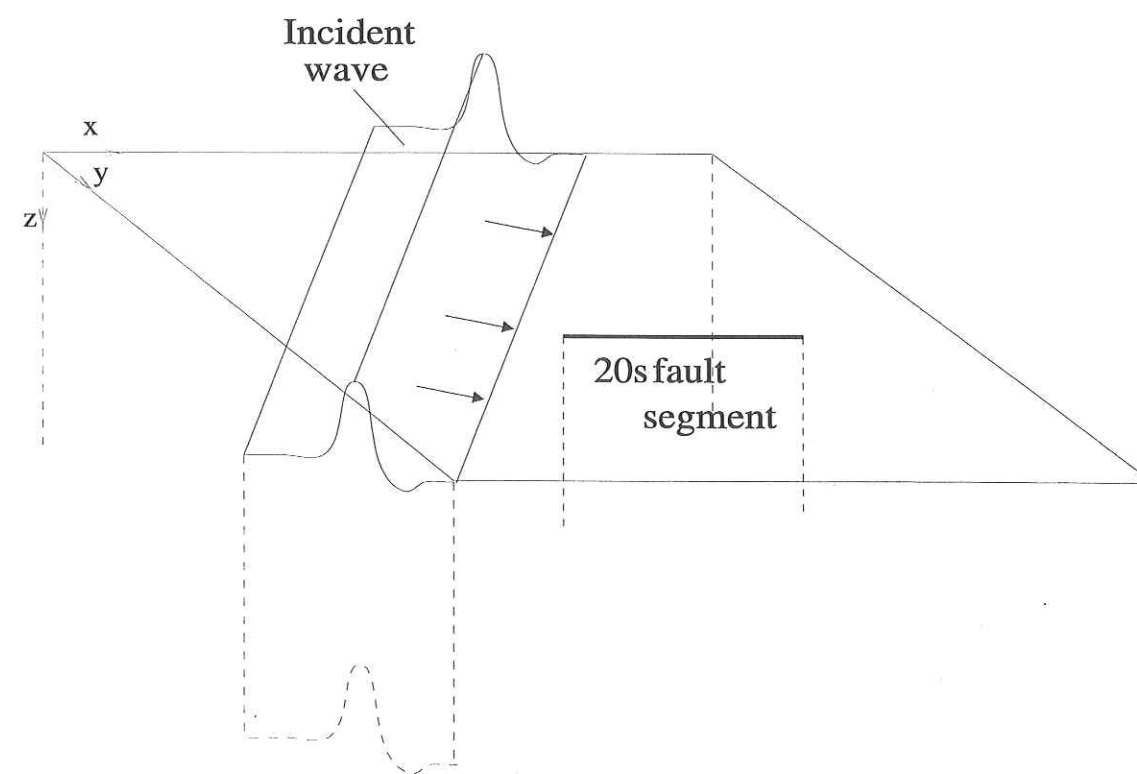


FIG. 2.7 – Schematic geometry of the problem (scales are not respected). We use a 2D antiplane geometry to investigate the triggering of the 20 s fault segment by the incident plane wave emitted by the first fault segment. This plane wave has an angle of incidence of  $80^\circ$ , since the two fault segments are approximately oriented  $N315^\circ$  and  $N305^\circ$ .



### 2.3.3 Examples of Evolution of the System

Depending on the assumptions about the strength, the loading on the second fault segment, the initial state of stress, and the friction law parameters, the system may behave in three different ways: the first one is referred to as the fast-triggering case and happens when the second fault triggers before 20 s. The second one is the slow-triggering case and happens when the second fault triggers after 20 s. The last case is referred to as the non triggering case and happens when the instability aborts and the second fault remains stable. Figures 2.8, 2.9 and 2.10 present examples of computations done with the complete CFF. The critical slip is 0.9 m, and the fault strength equals the initial state of stress. The only varying parameter is  $\mu'(0)$  (through the value of  $\xi$ ). These figures illustrate the three possible behaviors of the fault.

Figures 2.8 and 2.9 show the time evolution of the stress on the second fault segment and in the medium, for a fast-triggering case and for a slow-triggering case. The only difference is  $\mu'(0)$ ,  $0.03 \text{ m}^{-1}$  in the fast triggering case and  $0.01 \text{ m}^{-1}$  in the other case. The two figures are plotted with the same axes. The length and the width of the domain represented is 40 km. The shear stress is plotted on the vertical axis, ranging from 115 to 145 MPa. One can see that the behaviors are not fundamentally different from each other, except for the duration of the initiation phase. The stress is decreasing inside the fault segment whereas it is increasing outside. The two stress peaks at each tip of the fault correspond to  $1/\sqrt{r}$  singularities [Aki and Richards, 1980]. In the fast-triggering case the initiation phase lasts 8 to 10 s. In the slow-triggering case, the initiation duration is much longer than 20 s.

Figure 2.10 presents the third and last case, referred to as the non triggering case, that happens when there is no development of a dynamic instability. The difference with the previous case is  $\mu'(0)$ , that is now  $0.005 \text{ m}^{-1}$ . The stress evolution is limited:

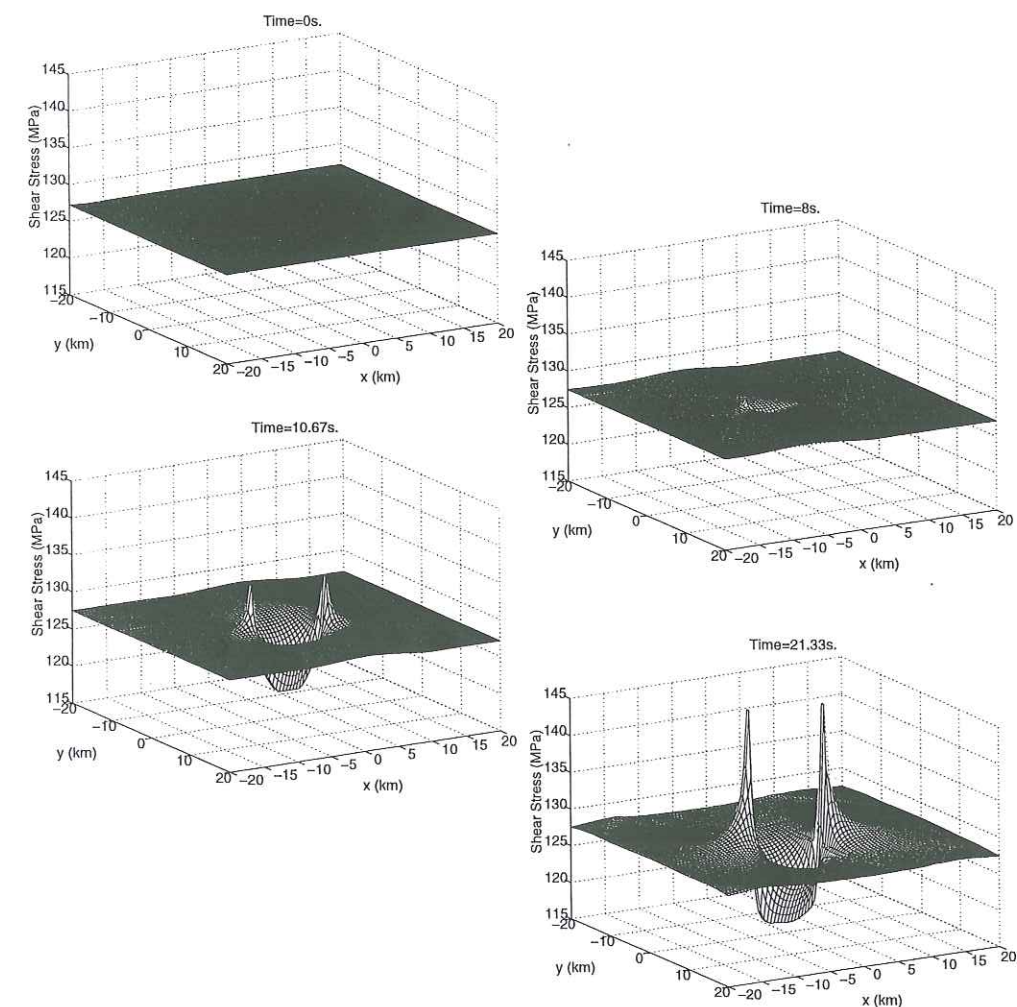


FIG. 2.8 – Map view of the shear stress time evolution of the stress in a fast-triggering case. The shear stress falls from  $\tau_s$  down to  $\tau_d$  inside the fault segment. At each tip of the fault, the stress decreases as the square root of the distance to the tip.  $\mu'(0) = 0.03 \text{ m}^{-1}$ ,  $D_c = 0.9 \text{ m}$ . The corresponding length of the initiation zone is  $l_c = 6 \text{ km}$ . The length of the fault is 10 km. Then, the ratio  $l_c/l_f \ll 1$  and the initiation duration is short: the onset of the rupture is around  $t = 9 \text{ s}$ .

one can observe small stress peaks at each tip of the fault. Inside the fault segment the stress release is very limited and non homogeneous, due to the wave reflection at each end of the fault. For such  $\mu'(0)$  the unstable evolution of the fault is so slow that the negative pulse of the incident wave stops it. Ionescu and Campillo [1999] have investigated the effect of  $\mu'(0)$  on the initiation duration, in the framework of



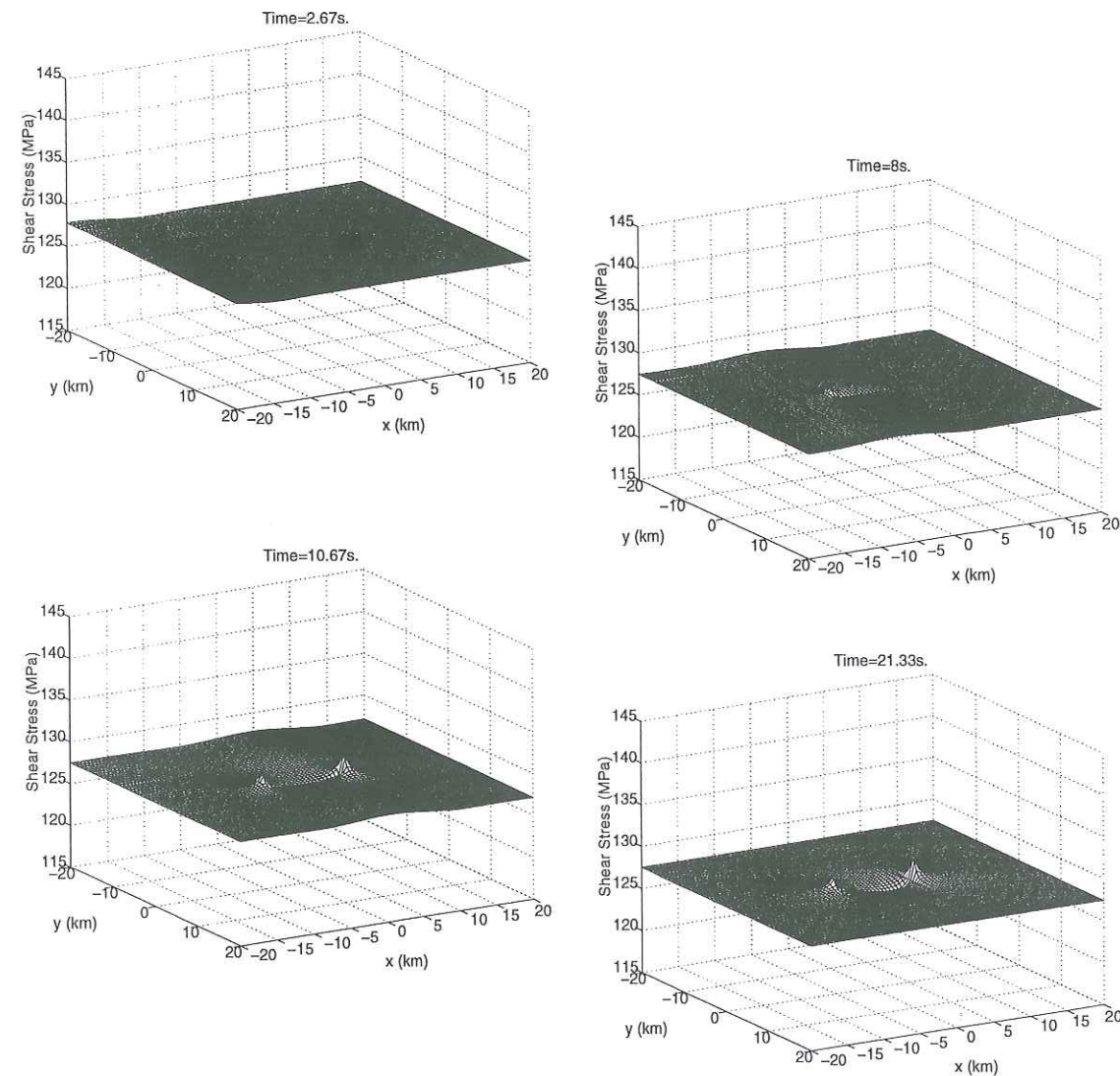


FIG. 2.9 – Map view of the shear stress time evolution of the stress in a slow-triggering case. Actually, the different stages shown here are the same as in figure 2.8. The difference lies in the time evolution, much slower in this case. The last stage ( $t=21.33$  s) of the slow-triggering case looks very similar to the second stage of the fast-triggering case ( $t=8$  s). The initial slope of friction is  $\mu'(0) = 0.01 \text{ m}^{-1}$ , and the critical slip is  $D_c=0.9$  m. The corresponding length of the initiation zone is  $l_c=18$  km. The ratio  $l_c/l_f > 1$  and consequently, the initiation duration is far more longer than in the fast-triggering case.

the perturbation theory. They have shown that the initiation duration is linked to the ratio between the theoretical length of the initiation patch  $l_c$  and the fault length  $l_f$ . When  $l_c/l_f \ll 1$ , the initiation duration is small. When  $l_c/l_f \approx 1$ , the initiation duration is longer. When  $l_c/l_f \gg 1$ , the fault is stable and the initiation duration is infinite. The rupture is not observed. Ionescu and Campillo [1999] relates  $\mu'(0)$  to

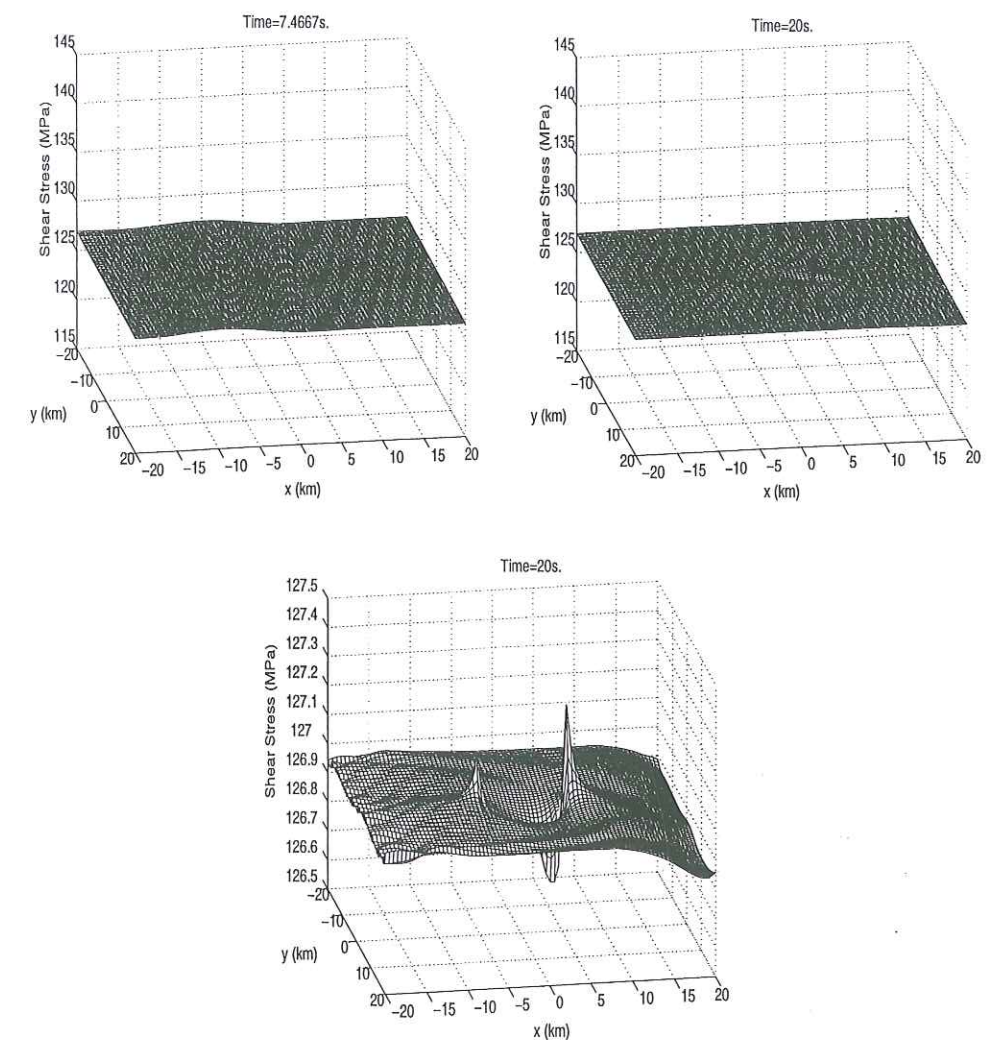


FIG. 2.10 – Map view of the time evolution of the shear stress in a nontriggering case. The two first snapshots ( $t \approx 7$  s and  $t=20$  s) have the same vertical axis values for the comparison with the previous cases. The third snapshot is a zoom of the second one. Once again, the tips of the fault exhibit small stress concentrations. The main difference lies in the stress release inside the fault, inhomogeneous in this case. The initial slope of friction is  $\mu'(0) = 0.005 \text{ m}^{-1}$ , the critical slip is  $D_c=0.9$  m. The corresponding length of the initiation zone is  $l_c=36$  km. The ratio  $l_c/l_f \gg 1$ , and consequently, the initiation process is stopped. The rupture (propagation) stage will never be attained.

$l_c$  (equation (24) in their paper) by

$$l_c = \frac{\pi G}{2S_N \mu'(0)} \quad (2.7)$$

Since the length of the initiation patch is related to  $\mu'(0)$ , the lower  $\mu'(0)$  is, the longer the duration of the initiation phase is. Equation (2.7) defines  $l_c$  in the case of



an infinite fault. In our simulations the fault has a finite length of 10 km. However, if we calculate  $l_c$ , the theoretical length of the initiation zone, for the three cases previously described, we obtain  $l_c=6$  km for the fast-triggering case, 18 km for the slow-triggering case and 36 km for the non triggering case. These three theoretical lengths are to be compared with the fault length: 10 km. When  $l_c$  is lower than the fault length, the triggering is easy. This is the fast-triggering case. When  $l_c$  is of the same order than the fault length, the initiation duration is much longer. This is the slow-triggering case. When  $l_c$  is much greater than the fault length, the initiation process is not possible: this is the non triggering case [Dascalu *et al.*, 2000]. The friction parameters govern the fault evolution. The transition from one case to the other is continuous, which allows us to determine a set of friction parameters relevant to our problem.

### 2.3.4 Numerical Study Without the Static Stress Field

Our aim in this section is to show that an event can be triggered by a transient stress pulse and that, in this case, the initiation duration can be much longer than the pulse duration.

#### Case of a "Close to Failure" Fault Segment

We assume that the shear strength equals the initial state of stress, in such a way that any perturbation leads to an unstable evolution of the fault. The fault segment is in an equilibrium position, exactly on the verge to slip. Figure 2.11 shows the results of our computations. The critical slip  $D_c$  is plotted on the x axis versus the initial slope of the friction law  $\mu'(0)$ .

All symbols correspond to the fast-triggering cases, except the squares that correspond indifferently to slow-triggering or non triggering cases. The fast-triggering cases are sorted by initiation duration. The relevant cases are the 15-20 s cases. Some of them are shown by big asterisks in Figure 2.11. However, since the initiation duration is a continuous function of  $\mu'(0)$ , no doubt that we could find relevant cases for  $D_c$  between 0.8 m up to 1.5 m. These cases are not apparent because of

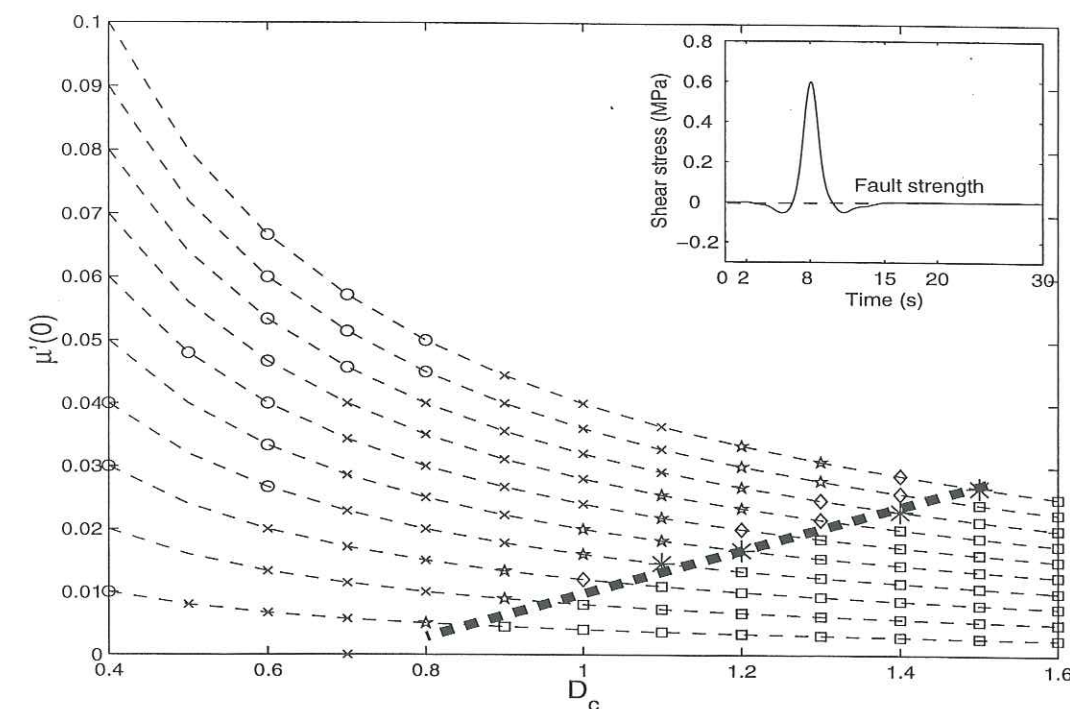


FIG. 2.11 – Time before rupture for a close to failure fault segment. The snapshot shows the configuration used for these simulations: we consider only the dynamic stress pulse. The fault strength equals the initial state of stress. The results are sorted by range of duration of initiation (7 to 9 s: circles; 9 to 11 s: crosses; 11 to 13s: stars; 13 to 15s: diamond; 15 to 20s: big asterisks; nonevent: squares). The label nonevent correspond to the second and third cases described in section 2.3.3. The dashed lines correspond to theoretical relations between  $\mu'$  and  $D_c$  for  $\xi$  varying from 0.0 to 0.9. The thick dashed line describes the domain  $\mathcal{D}$ : the complying values range from 0.8 m to 1.6 m for  $D_c$  with  $\mu'(0)$  lower than  $0.038 \text{ m}^{-1}$ .

the discreteness of the calculations but are shown by the thick dashed line. Relevant cases correspond to  $D_c$  values lower than 1.5 m, and ranging from 0.015 to  $0.025 \text{ m}^{-1}$  for  $\mu'(0)$ . Values of  $\mu'(0)$  smaller than  $0.015 \text{ m}^{-1}$  lead to the third case referred to as the non triggering case. For such  $\mu'(0)$ , the unstable evolution of the fault is so slow that the negative pulse of the incident wave stops it. We assume a complete restoration of the friction when a point stops sliding [Scholz, 1990]: it means that each stopped point has to be reloaded to  $\tau_s$  to start sliding again. As soon as the sliding at some points on the fault is stopped, the actual length of the slipping patch is reduced. The unstable evolution of the fault is made more difficult, in some cases impossible. Finally, the shear stress on the fault has been partially released to a value between  $\tau_s$  and  $\tau_d$ . The evolution of the whole fault is the result of two competing effects: the positive pulse that loads the fault and produces the



instability, and the negative pulse that unloads it and may lead to a complete arrest of the process (Figure 2.10). Since we deal with a nonlinear problem, it is not trivial to find any relation between the triggering and the friction law that prescribes the evolution of the system. The initiation process will continue if the dynamic effects dominate over the unloading of the fault by the stress wave. If not, the evolution is stopped before the propagation phase is reached. Small values of  $D_c$  (lower than 0.8 m) always lead to short initiation duration (less than 13 s), whatever the value of  $\mu'(0)$ . For such values of  $D_c$  the fault is sufficiently loaded by the stress pulse to rupture regardless of the initial shape of the friction law. This particular value of  $D_c$  constitutes a minimum critical slip threshold that must be exceeded to match the observed initiation duration.

#### Case of a "Far From Failure" Fault Segment

The previous section was supported by the idea of a close to failure fault, which can be related to the hypothesis of a critical state of stress for the upper crust [e.g., Bak and Tang, 1989; Grasso and Sornette, 1998]. In this section we explore the possible behaviors of a fault segment for which the initial stress is lower than the strength (see the snapshot in Figure 2.12). In this particular case, the shear strength is set 0.3 MPa above the initial state of stress. The incident stress wave is the same as in the previous section.

The results are shown on Figure 2.12, on which we plot  $D_c$  versus  $\mu'(0)$ . The comparison with Figure 2.11 shows that there is now a larger range of  $(D_c, \mu')$  couples leading to a nontriggering case (see section 2.3.3) and therefore not relevant for our study. A careful look at Figure 2.12 indicates that small values of  $D_c$  (0.6 m) can lead to long duration of initiation. When the critical slip is lower than 0.4 m, the fault segment always turns to a fast-triggering case, independently from the initial shape of the friction law. This implies that the time evolution of the finite fault segment is more sensitive to  $\mu'(0)$ , rather than to  $D_c$ . The values of  $\mu'(0)$  complying with the observed delay are lower than  $0.038 \text{ m}^{-1}$ , whereas  $D_c$  ranges from 0.5 m to 1.2 m. They are shown by the thick dashed line in Figure 2.12.

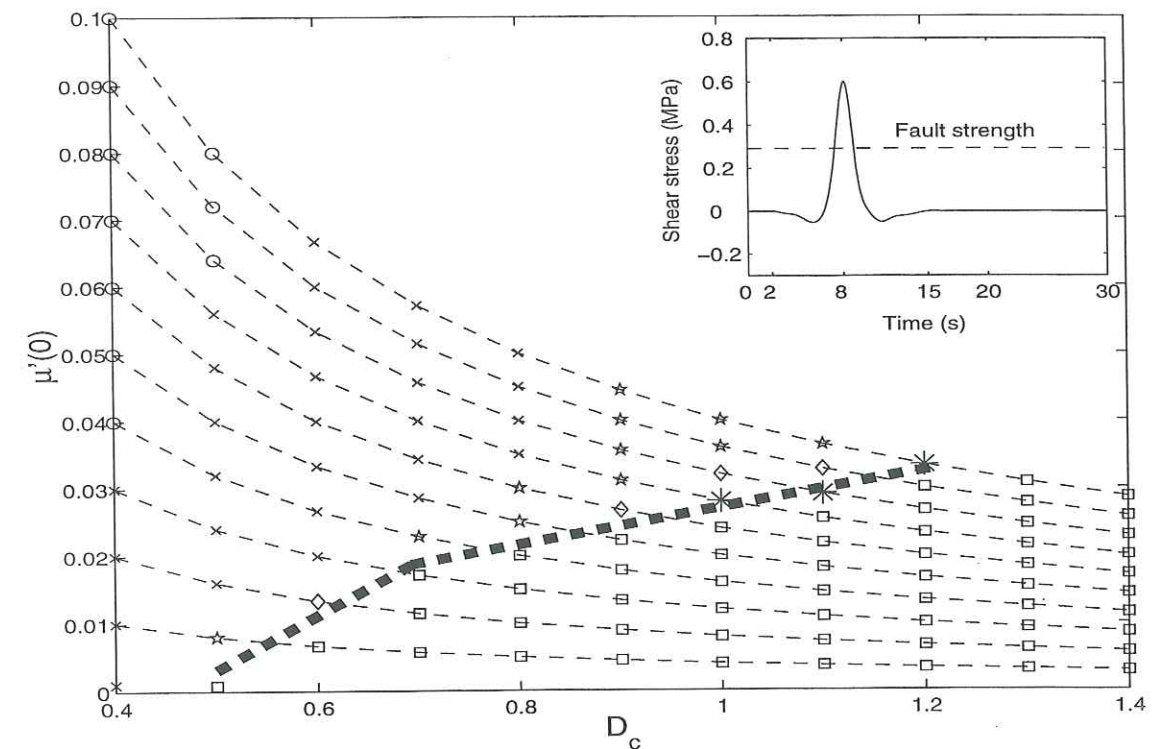


FIG. 2.12 – Same legend as in Figure 2.11. We use only the dynamic stress pulse. The fault strength is greater than the initial state of stress. The thick dashed line shows the values of  $D_c$  and  $\mu'(0)$  that fit with the observed delay of approximately 18 s.

#### 2.3.5 Numerical Study With the Complete CFF

The aim of the previous sections was to demonstrate that it is possible to explain a 20 s delay before the rupture really occurs only by considering the effect of a transient stress pulse. This was done without taking into account the static stress field. The CFF computed by Belardinelli *et al.* [1999] shows that the static stress is reached after 15 s. We have already seen that the shear strength on the fault is not well constrained by the value of the observed delay, since it is possible to reach long initiation duration in both cases of far or close to failure fault. The question is now to know what are the implications of the static stress field component on the duration of the initiation phase and if it is possible to constrain the fault strength relatively to the static stress field using the delay duration.

#### Computations for a Close to Failure Fault

In this section, the fault strength is set to the initial state of stress, that is the fault is on the verge to slip. Figure 2.13 summarizes all the computations carried



out under these particular conditions.

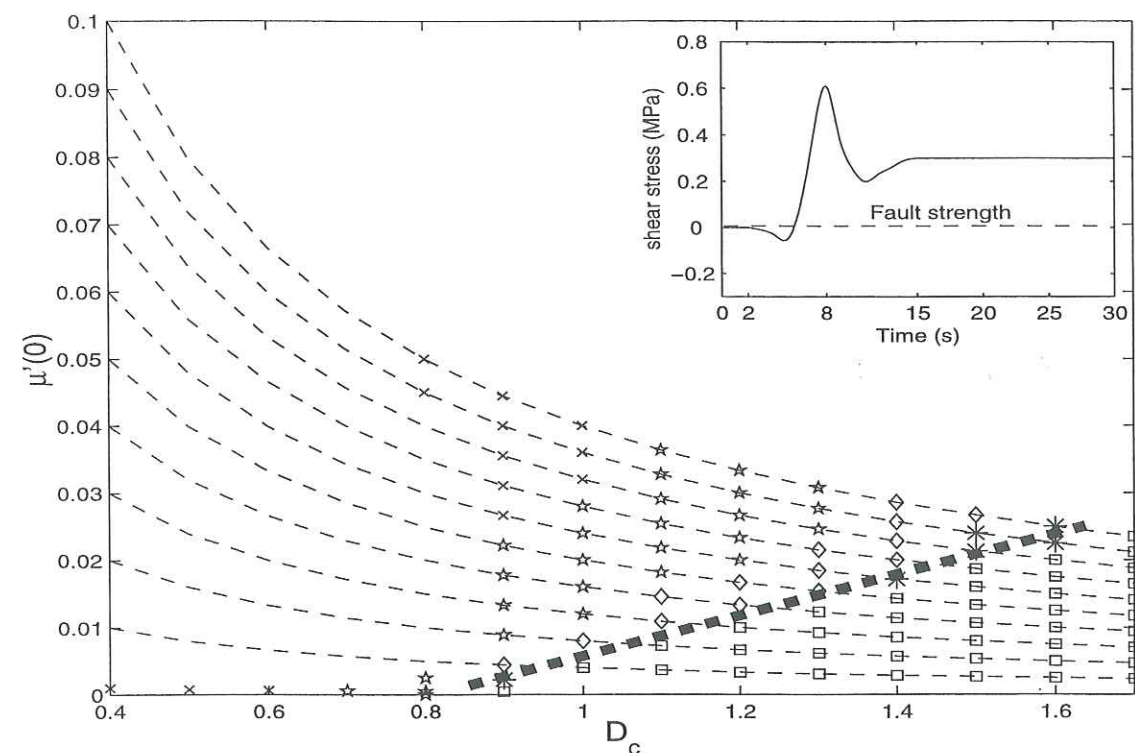


FIG. 2.13 – Same legend as Figure 2.11. We use the complete CFF computed by Belardinelli et al. [1999]. The fault strength equals the initial state of stress. The thick dashed line shows the complying values of the critical slip  $D_c$  and of  $\mu'(0)$ . The domain  $\mathcal{D}$  extends from 0.8 m to 1.7 m for  $D_c$ , with  $\mu'(0)$  lower than  $0.038 \text{ m}^{-1}$ .

The comparison between Figures 2.11 and 2.13 highlights the role played by the static stress, since it is the only difference between these two sets of simulations. There is no fundamental difference between these two figures. The threshold for the  $D_c$  values is 0.8 m, the same as in figure 2.11: under 0.8 m, the second fault segment always ruptures before 13 s. Figure 2.13 shows that even in this configuration of a close to failure fault, highly favourable to the rupture, it is possible to find long initiation duration: the domain  $\mathcal{D}$  is now extended from 0.8 to 1.6 m for  $D_c$ , and range from 0 to  $0.028 \text{ m}^{-1}$  for  $\mu'(0)$ . This has to be compared with the result of section 2.3.4: the domain  $\mathcal{D}$  was from 0.8 to 1.5 m for  $D_c$ , and from 0 to  $0.028 \text{ m}^{-1}$  for  $\mu'(0)$ . The static stress slightly extends the domain  $\mathcal{D}$  towards greater  $D_c$ , for which the dynamic pulse was not efficient enough to trigger the event.

### Computations for a Far From Failure Fault

In this section, the fault strength is equal to the static stress field provided by the first event. The results of our computations are shown in Figure 2.14.

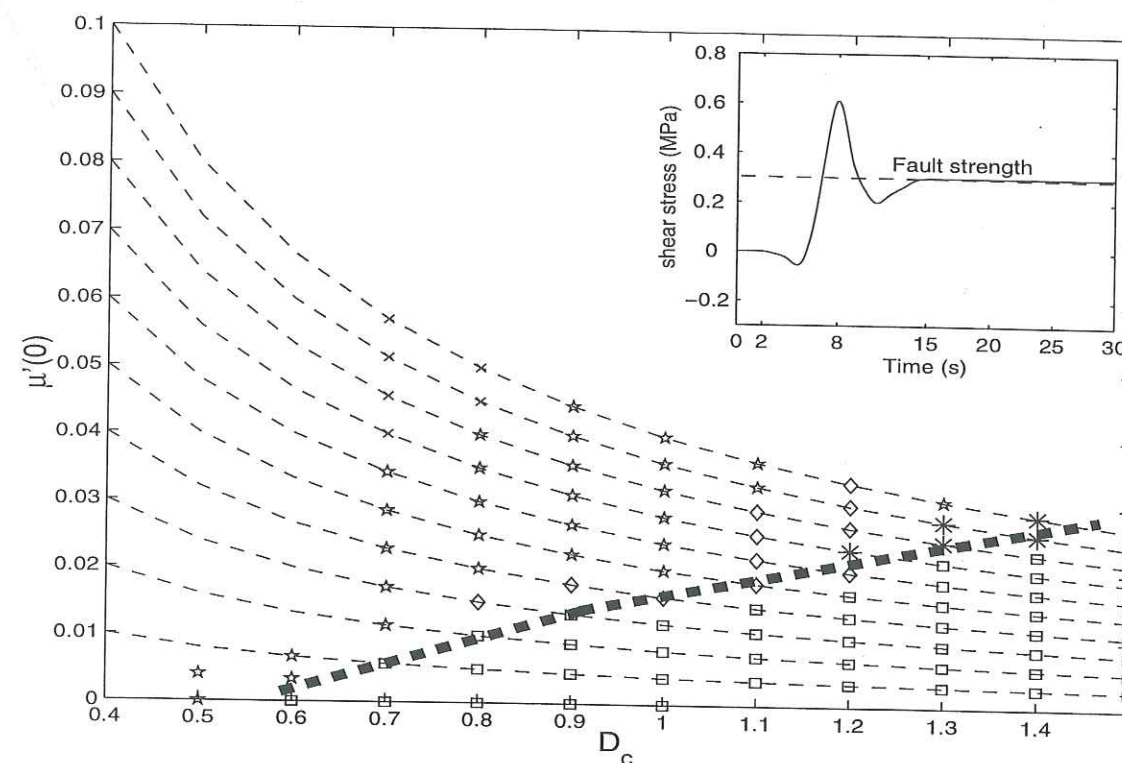


FIG. 2.14 – Same legend as in Figure 2.11. We use the complete CFF computed by Belardinelli et al. [1999]. The fault strength is greater than the static stress field. The thick dashed line shows the domain  $\mathcal{D}$  that extends from 0.2 m to 1 m for  $D_c$ , with  $\mu'(0)$  lower than  $0.04 \text{ m}^{-1}$ .

The main difference between Figures 2.13 and 2.14 is the position of the threshold. From 0.8 m, it has fallen down to 0.6 m. The relative positions of the fault strength and of the initial stress control the value of this threshold: it is around 0.8 m for a close to failure fault, and around 0.6 m for a far from failure fault. The domain  $\mathcal{D}$  now extends from 0.6 to 1.4 m for  $D_c$  and from 0 to  $0.038 \text{ m}^{-1}$  for  $\mu'$ . This has to be compared with the results of section 2.3.4: the domain  $\mathcal{D}$  was from 0.5 to 1.2 m for  $D_c$  and less than  $0.028 \text{ m}^{-1}$  for  $\mu'(0)$ . Once again we see that the static stress field extends the domain  $\mathcal{D}$  toward greater  $D_c$  values.



### Computations for a Very Far From Failure Fault

We have shown that the difference  $R$  between  $\sigma$  the shear strength and the initial stress level  $\tau_0$  governs the existence and the position of a threshold for the critical slip on fault. In the previous paragraphs the shear strength was equal to the initial stress level ( $R = 0$  MPa) or to the static stress level ( $R = 0.3$  MPa). Here we present two other cases for which the shear strength is higher than the static stress level. Figures 2.15 and 2.16 show the results of the computations for  $R = 0.5$  MPa and  $R = 0.6$  MPa (close to the maximum of the stress pulse) respectively.

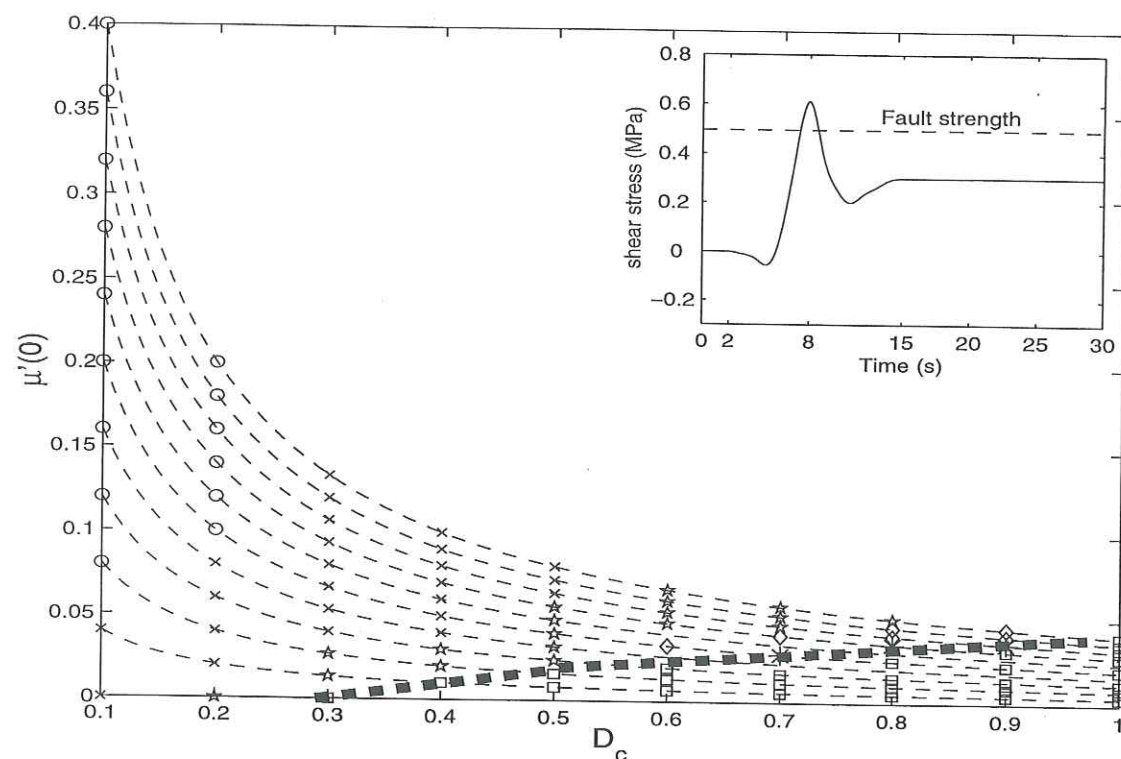


FIG. 2.15 – Same legend as in Figure 2.11. We use the complete CFF computed by Belardinelli et al. [1999]. The fault strength is greater than the initial state of stress. The thick dashed line shows the domain  $\mathcal{D}$  that extends from 0.5 m to 1.5 m for  $D_c$ , with  $\mu'(0)$  lower than  $0.038 \text{ m}^{-1}$ .

The only difference is the threshold position. In the case  $R = 0.5$  MPa, the threshold is around 0.2-0.3 m. In the case  $R = 0.6$  MPa, this threshold falls down to only 0.03 m. Figure 2.17 represents the evolution of the lowest possible value for

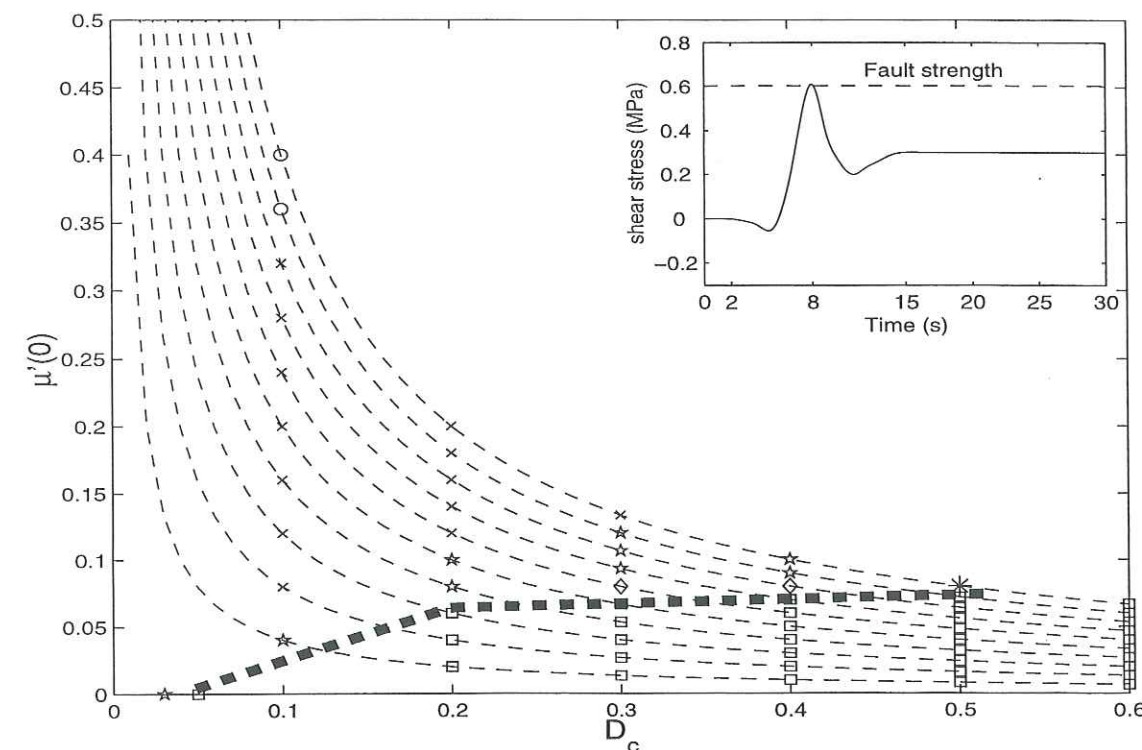


FIG. 2.16 – Same legend as in Figure 2.11. We use the complete CFF computed by Belardinelli et al. [1999]. The fault strength is greater than the initial state of stress, close to the dynamic stress peak. The strong dashed line shows the domain  $\mathcal{D}$  that extends from 0.03 m to 0.6 m for  $D_c$ , with  $\mu'(0)$  lower than  $0.05 \text{ m}^{-1}$ .

$D_c$  (the threshold value) with  $R$ , the difference between the initial stress and the fault strength. This figure summarizes all our results and permits us to constrain a domain  $(R, D_c)$  that complies with the observed delay.

Our simulations suggest that when a fault is far from failure the triggering threshold is independent of  $D_c$  (for values between 0.03 m and 0.8 m). It is worth noting that the lowest possible value for  $D_c$  is only a function of the relative values of the shear strength and of the initial state of stress. The static stress field is of no importance for this threshold and this explains why we have the same threshold for a “close to failure” fault with or without the static stress field (0.8 m). The upper limit to the triggering threshold is provided by the maximum of the dynamic stress peak, which has to be greater than the fault strength. The upper  $D_c$  limit that separates the triggering and the nontriggering domain is given by the maximum value of  $D_c$  that leads to the observed delay. The lower limit is given by the theoretical work by



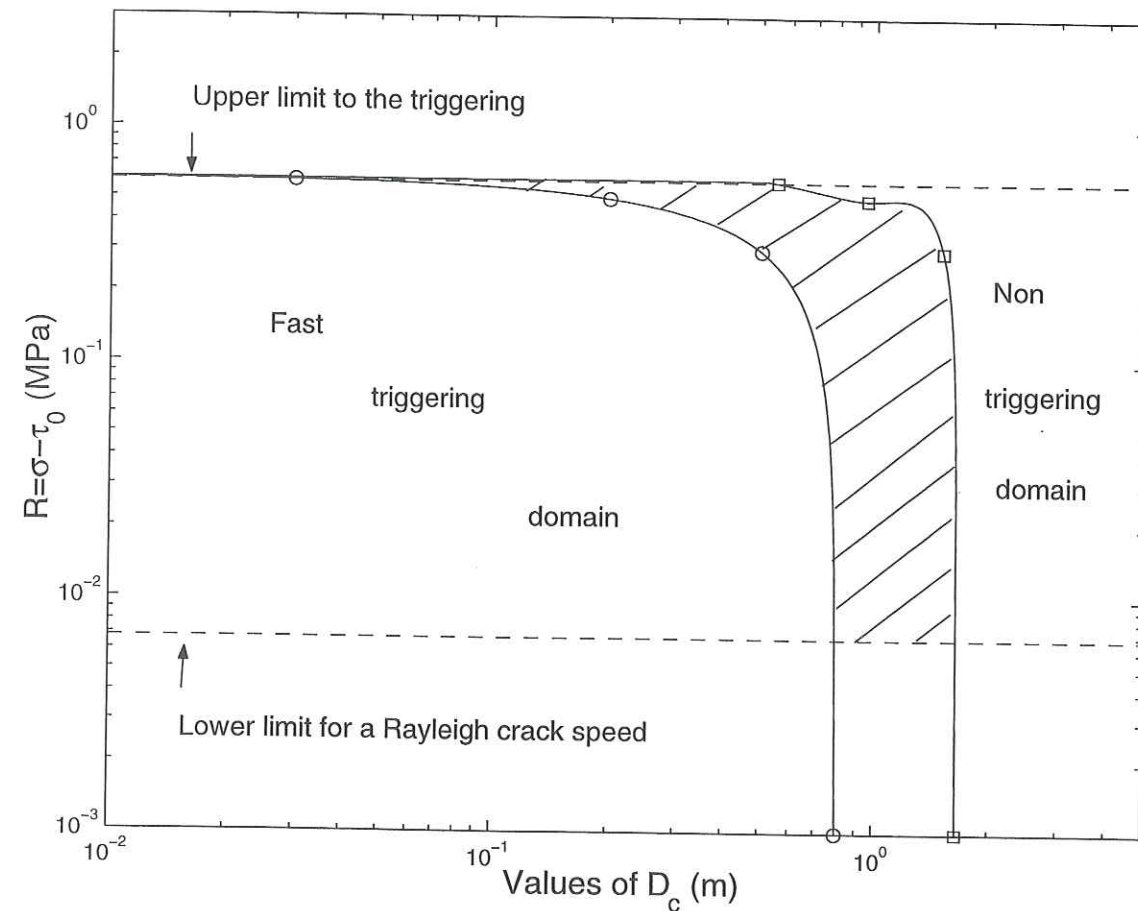


FIG. 2.17 – Evolution of the lowest (circles) and largest (squares) possible  $D_c$  values with  $R$ , the difference between the fault strength and the initial stress level  $\sigma - \tau_0$ . The upper limit for the triggering is determined by the maximum amplitude of the dynamic stress peak that has to be greater than the fault strength. The right lateral limit between the triggering and the nontriggering domain is given by the greater value of  $D_c$  that matches the observed delay. The lower limit is derived from the theoretical work by Burridge [1973]. The hatched area is the domain of the admissible values for  $D_c$ .

Burridge [1973]. He has demonstrated, for the plane-strain self-similar shear crack, that the rupture front velocity is a function of the relative values of  $\tau_0$ ,  $\sigma$ , and  $\tau_d$ : the parameter

$$S = \frac{\sigma - \tau_0}{\tau_0 - \sigma_d} \quad (2.8)$$

controls the rupture front velocity. Following Belardinelli *et al.* [1999], the rupture front velocity is about 2.8 km/s on the second fault segment, close to the Rayleigh velocity. This implies according to Burridge [1973], that  $S > 1.63$  and therefore:

$$R \geq 1.63(\mu_s - \mu_d). \quad (2.9)$$

This lower limit is plotted on Figure 2.17. Figure 2.17 provides a correlation between the strength of the fault and the lowest admissible value for the critical slip. If the fault is close to failure,  $D_c$  may range from 0.8 to 1.5 m. If the fault is far from failure, it allows smaller values for  $D_c$ . In the extreme case  $D_c$  may decrease to only 0.03 m. Inversely, small critical slip  $D_c$  values imply a high strength of the fault.

### 2.3.6 Discussion

The third question we asked was: Does the timing of the Irpinia sequence constrain the friction law parameters? Our numerical simulations indicate that the critical slip  $D_c$  may range from 0.03 m to 1.7 m. This range has to be compared with other studies. Ohnaka [1996] performed a series of laboratory experiments on block of granite of 30 cm in length. He measured a critical slip  $D_c$  of the order of 1-2  $\mu\text{m}$ . From the seismological records, Matsu'ura [1992] has estimated the width of the initiation zone (so-called  $l_c$ ) for major earthquakes ( $M = 7.0 - 7.7$ ) to 5-10 km, which leads to a characteristic length  $D_c$  of the order of 1 m. In the same way, Iio [1992] and Ellsworth and Beroza [1995, 1998] have compiled a series of earthquakes with magnitudes 2.0-8.0: they infer an initiation phase and they propose a critical slip  $D_c$  ranging from 1 mm to 1 m. These authors propose that the critical slip and the initiation duration both scale with the magnitude of the associated event, such that a duration of 10 s would correspond to a  $M=8$  earthquake. The total moment magnitude of the Irpinia sequence is 6.9, and the second subevent is much smaller. This contradiction caused Belardinelli *et al.* [1999] to interpret the 10 s time delay (between the dynamic stress peak and the onset of the rupture on the second fault segment) in terms of rate-and-state-dependent friction law. However, their analysis did not take into account the finite fault effect on the initiation duration. Ionescu and Campillo [1999] show that the fault finiteness is of great influence on the initiation duration when the length of the fault is of the order of the width of the initiation zone prescribed by  $D_c$  or  $\mu'(0)$ . Since the length of the fault is fixed in our geometry to 10 km, we propose to explain this time delay with a simple slip dependent friction law and to consider not only  $D_c$ , but also  $\mu'$  as a main control parameter of the initiation phase. The permissible values of  $D_c$  range from 0.03 m to 1.7 m, and are always less than  $0.04 \text{ m}^{-1}$  for  $\mu'(0)$ . Our simulations are consistent



with the seismological estimations of the critical slip  $D_c$  rather than with the laboratory measures. These values have been found considering a stress drop of 8.3 MPa, a static friction coefficient  $\mu_s = 0.6$ , a dynamic friction coefficient  $\mu_d = 0.56$ . These limits to the threshold in the critical slip are likely to change with the choice of the model parameters. Moreover, these numerical results may be consistent only for the case of Irpinia.

The second question we asked was: Is it possible to constrain the fault strength? Unfortunately, our numerical simulations are unable to discriminate between a close to failure fault and a far from failure fault, since both of them may explain a time delay of 20 s. Despite the fact that the absolute magnitude of the fault strength is still unknown, we have showed that the relative magnitude of the fault strength to the initial stress one governs the existence and the value of a lower  $D_c$  threshold. We have derived a general relation between the fault strength and the critical slip  $D_c$ : a close to failure fault implies a critical slip  $D_c \geq 0.8$  m, and a small critical slip  $D_c \approx 0.03$  m implies a far from failure fault in order to match to the triggering delay observed in the Irpinia sequence. The existence of a threshold for the critical slip provides a relation between admissible critical slip values and the fault strength relative to the initial stress. It takes on 0.4-0.5 m for a far from failure fault segment, and 0.7-0.8 m for a close to failure fault segment. The very far from failure fault, for which the fault strength is higher than the static stress field value leads to a even smaller  $D_c$  threshold: it takes on 0.2 m for the intermediate case ( $R = 0.5$  MPa) and 0.03 m for the extreme case. Once again, the numerical value of this threshold may be sensitive to the choice of the parameters of our model. However, the existence of this threshold is independent from the values of the parameters.

The first question we asked was: Is it possible to discriminate between the dynamic and the static effects on the triggering of the second subevent, if these effects exist? Our simulations provide a good argument in favor of the dynamic aspect of the triggering that could help to understand these two points. Our work shows that an event can be triggered by a transient stress perturbation where positive values of the CFF alternates with negative values during the wave arrivals on the fault of the triggered event. We show that this triggering can occur even if the final static stress perturbation is equal to zero. We also show that in the case of triggering by a

transient pulse, the initiation duration can be much longer than the pulse duration. Even if we have concentrated on friction law parameters that provide long initiation duration, in a lot of cases the fault ruptured before the static stress was reached. The static stress field simply extends the domain  $\mathcal{D}$  toward greater  $D_c$ . That is, in a lot of cases, the dynamic stress pulse is sufficient to trigger the event. *King et al.* [1994] describes the static stress changes after a series of mainshocks in California, culminating in the Landers, California, earthquake. They show the existence of a correlation between areas in which the static stress is increased, and many after-shocks (the stress trigger zones), and also between areas in which the static stress is decreased and few aftershocks (the stress shadow zones). Despite the first correlation, the existence of some aftershocks in the stress shadow zones is not easy to explain. The decrease in stress unloads the fault region and should delay the next event in the concerned area. Our simulations provide a possible explanation for these aftershocks. In the stress shadow the difference between the fault strength and the static stress increases, that is, the faults become farther from failure. However, we saw previously that the dynamic and transient stress pulse may trigger events on such faults. The Irpinia sequence has been studied because of the relatively short time delay between the two first events: 20 s. We have shown that for such a short delay, the dynamic stress field is more important than the static stress field. Could other events associated with longer duration be explained in the same way? *Kilb et al.* [1999] have considered the Landers, California, aftershocks map. They consider not only the static stress field but the complete  $\Delta CFS(t)$ , that is, they account for the dynamic phase. They have shown that the peak of the  $\Delta CFS(t)$  (the dynamic stress peak) better correlates with the map of seismicity rate change, positive or negative than the static stress field do. This would imply that the dynamic stresses exert a controlling influence on the aftershock triggering, even for long (months to years) time delays. Since the dynamic stress pulse may trigger an event, even in regions where the  $\Delta CFS < 0$ , it is probable that the same dynamic stress pulse is able to trigger an event in regions where  $\Delta CFS \approx 0$ . That is to say the dynamic stress pulse is a possible explanation for long-distance triggering.



### 2.3.7 Conclusions

By considering the time evolution of a dynamic instability, we have shown that the delay before the triggering, that is, the duration of the initiation phase, depends on the friction parameters. We have shown, assuming a stress drop of 8.3 MPa, that the initial slope of the friction has to be lower than  $0.04 \text{ m}^{-1}$ , whereas  $D_c$  ranges from 0.03 m up to 1.7 m. Thus we propose  $\mu'(0)$  is a primary controlling parameter in the friction law when invoked to explain delayed rupture, as suggested by Ionescu and Campillo [1999]. Our simulations show the existence of a lower threshold in  $D_c$  under which the fault always ruptures before 13 s. The value of this threshold seems to be a function of the relative magnitudes of the fault strength and the initial stress. A close to failure fault is not consistent with a critical slip lower than 0.8 m, and small critical slip values (0.03 m) are consistent with a far from failure fault to explain such an observed delay of 20 s between the first and second rupture. Our study shows that it is possible to trigger an event with dynamic variations of the shear stress and to explain long initiation duration without the effect of the static stress field. This suggests that the triggering of events can occur even in areas where the static stress is decreased, since it can be due only to dynamic variations of stress. This result provides a possible explanation for long-distance triggering by propagating waves.

### Bibliographie

Aki, K., and P.G. Richards, *Quantitative Seismology*, vol. II, 932 pp., W.H. Freeman, New York, 1980.

Allen, C.R., M. Wyss, J.N. Brune, A. Granz, and R. Wallace, Displacements on the Imperial, Superstition Hills, and San Andreas faults triggered by the Borrego Mountain earthquake, in *The Borrego Mountain Earthquake, U.S. Geol. Surv. Profess. Pap. 787*, 87-104, 1972.

Anderson, J.G., J.N. Brune, J.N. Louie, Y. Zeng, M. Savage, G. Yu, Q. Chen, and D. dePolo, Seismicity in the western Great Basin apparently triggered by the Landers, California, earthquake, 28 June 1992, *Bull. Seismol. Soc. Am.*,

84, 863-891, 1994.

Bak, P., and C. Tang, Earthquakes as a self-organized critical phenomenon, *J. Geophys. Res.*, 94, 15,635-15,637, 1989.

Belardinelli, M.E., M. Cocco, O. Coutant, and F. Cotton, The redistribution of dynamic stress during coseismic ruptures: Evidence for fault interaction and earthquake triggering, *J. Geophys. Res.*, 104, 14,925-14,945, 1999.

Bodin, P., R. Bilham, J. Behr, J. Gomberg, and K.W. Hudnut, Slip triggered on southern California faults by the 1992 Joshua Tree, Landers and Big Bear earthquakes, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 84, 806-816, 1994.

Bodin, P., and J. Gomberg, Triggered seismicity and deformation between the Landers, California, and Little Skull Mountain, Nevada, earthquakes, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 84, 835-843, 1994.

Burridge, R., Admissible speeds for plane-strain self-similar shear cracks with friction but lacking cohesion, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 35, 439-455, 1973.

Byerlee, J.D., Friction of rock, *Pure Appl. Geophys.*, 116, 615-626, 1978.

Campillo, M. and I. Ionescu, Initiation of antiplane shear instability under slip-dependent friction, *J. Geophys. Res.*, 102, 20,363-20,371, 1997.

Cocco, M., and F. Pacor, Space time evolution of the rupture process from the inversion of strong motion waveforms, *Tectonophysics* 218, 157-177, 1993.

Cotton, F., and O. Coutant, Dynamic stress variations due to shear faults in a plane layered medium, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 128, 676-688, 1997.

Das, S., and C. Scholz, Off-fault aftershock clusters caused by shear stress increase?, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 71, 1669-1675, 1981.

Dascalu, C., I.R. Ionescu, and M. Campillo, Fault Finiteness and Initiation of Dynamic Shear Instability, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 177, 163-176, 2000.



- Deng, J., and L.R. Sykes, Triggering of the 1812 Santa Barbara earthquake by a great San Andreas shock: Implications for future seismic hazards in southern California, *Geophys. Res. Lett.*, **23**, 1155-1158, 1996.
- Dieterich, J.H., Modeling of rock friction, 1, Experimental results and constitutive equations, *J. Geophys. Res.*, **84**, 2161-2175, 1979.
- Ellsworth, W.L. and G.C. Beroza, Seismic evidence for an earthquake nucleation phase, *Science*, **268**, 851-854, 1995.
- Ellsworth, W.L. and G.C. Beroza, Observation of the seismic nucleation phase in the Ridgecrest, California, earthquake sequence, *Geophys. Res. Lett.*, **25**, 401-404, 1998.
- Galehouse, J.S., Effect of the Loma Prieta earthquake on surface slip along the Calveras fault in the Hollister area, *Geophys. Res. Lett.*, **17**, 2019-2022, 1990.
- Gomberg, J., and P. Bodin, Triggering of the  $M_s = 5.4$  Little Skull mountain, Nevada, earthquake with dynamic strain, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **84**, 844-853, 1994.
- Gomberg, J., and S. Davis, Stress/strain changes and triggered seismicity at the Geysers, California, *J. Geophys. Res.*, **101**, 733-749, 1996.
- Gomberg, J., M.L. Blanpied, and N.M. Beeler, Transient triggering of near and distant earthquakes, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **87**, 294-309, 1997.
- Gomberg, J., N.M. Beeler, M.L. Blanpied, and P. Bodin, Earthquake triggering by transient and static deformations, *J. Geophys. Res.*, **103**, 24,411-24,426, 1998.
- Grasso, J.R. and D. Sornette, Testing self organized criticality by induced seismicity, *J. Geophys. Res.*, **103**, 29,965-29,988, 1998.
- Hardebeck, J.L., J.J. Nazareth, and E. Haucksson, The static stress change triggering model: Constraints from two southern California aftershocks sequences, *J. Geophys. Res.*, **103**, 24,427-24,438, 1998.

- Harris, R.A., Stress triggers, stress shadows, and implications for seismic hazard, *J. Geophys. Res.*, **103**, 24,347-24,358, 1998.
- Harris, R.A., and S.M. Day, Dynamics of fault interaction: Parallel strike-slip faults, *J. Geophys. Res.*, **98**, 4461-4472, 1993.
- Harris, R.A., and R.W. Simpson, Changes in static stress on southern California faults after the 1992 Landers earthquake, *Nature*, **360**, 251-254, 1992.
- Harris, R.A., and R.W. Simpson, In the shadow of 1857: The effect of the great Ft. Tejon earthquake on subsequent earthquakes in southern California, *Geophys. Res. Lett.*, **23**, 229-232, 1996.
- Harris, R.A., and R.W. Simpson, Suppression of large earthquakes by stress shadows: A comparison of Coulomb and rate and state failure, *J. Geophys. Res.*, **103**, 24,439-24,452, 1998.
- Harris, R.A., R.W. Simpson, and P.A. Reasenberg, Influence of static stress changes on earthquakes location in southern California, *Nature*, **375**, 221-224, 1995.
- Hill, D.P., P.A. Reasenberg, A. Michael, W.J. Arabaz, and G.C. Beroza, Seismicity remotely triggered by the magnitude 7.3 Landers, California, earthquake, *Science*, **260**, 1617-1623, 1993.
- Iio, Y., Slow initial phase of the  $P$  wave velocity pulse generated by microearthquakes, *Geophys. Res. Lett.*, **19**, 477-480, 1992.
- Iio, Y., Frictional coefficients on faults in a seismogenic region inferred from earthquake mechanism solutions, *J. Geophys. Res.*, **102**, 5403-5412, 1997.
- Ionescu, I.R. and M. Campillo, The influence of the shape of the friction law and fault finiteness on the duration of initiation, *J. Geophys. Res.*, **104**, 3013-3024, 1999.
- Jaumé, S.C., and L.R. Sykes, Change in the state of stress on the southern San Andreas fault resulting from the California earthquakes sequence of April to June 1992, *Science*, **258**, 1325-1328, 1992.



Jaumé, S.C., and L.R. Sykes, Evolution of moderate seismicity in the San Francisco Bay region, 1850 to 1993: Seismicity changes related to the occurrence of large and great earthquakes, *J. Geophys. Res.*, 101, 765-789, 1996.

Kilb, D., J. Gombert, and P. Bodin, Complete coulomb failure stress changes and earthquake triggering, (abstract), *Eos Trans. AGU*, 80, (46), Fall Meet. Suppl., F1005-F1006, 1999.

King, G.C.P., R.S. Stein, and J. Lin, Static stress changes and the triggering of earthquakes, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 84, 935-953, 1994.

McGill, S.F., C.R. Allen, K.W. Hudnut, D.C. Johnson, W.F. Miller, and K.E. Sieh, Slip on the Superstition Hills fault and on nearby faults associated with the 24 November 1987 Elmore Ranch and Superstition Hills earthquakes, southern California, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 79, 362-375, 1989.

Matsu'ura, M., H. Kataoka, and B. Shibazaki, Slip-dependent friction law and nucleation processes in earthquake rupture, *Tectonophysics*, 211, 135-148, 1992.

Nalbant, S.S., A. Hubert, and G.C.P. King, Stress coupling between earthquakes in northwest Turkey and the north Aegean Sea, *J. Geophys. Res.*, 103, 24,469-24,486, 1998.

Nostro, C., M. Cocco, and M.E. Belardinelli, Static stress changes in extensional regimes: An application to southern Apennines (Italy), *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 87, 234-248, 1997.

Ohnaka, M. Nonuniformity of the constitutive law parameters for shear rupture and quasistatic nucleation to dynamic rupture: A physical model of earthquake generation processes, *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.*, 93, 3795-3802, 1996.

Okada, Y., and K. Kasahara, Earthquake of 1987, off Chiba, central Japan and possible triggering of eastern Tokyo earthquake of 1988, *Tectonophysics*, 172, 351-364, 1990.

Pantosti, D., D.P. Schwartz, and G. Valensise, Paleoseismology along the 1980 Irpinia earthquake fault and implications for earthquake recurrence in the southern Apennines, *J. Geophys. Res.*, 98, 6561-6577, 1993.

Pingue, F., G. De Natale, and P. Briole, Modeling of the 1980 Irpinia earthquake source: Constraints from geodetic data, *Ann. Geofis.*, 36, 27-40, 1993.

Reasenber, P.A., and R.W. Simpson, Response of regional seismicity to the static stress change produced by the Loma Prieta earthquake, *Science*, 255, 1687-1690, 1992.

Ruina, A.L., Slip instability and state variable friction laws. *J. Geophys. Res.*, 88, 10,359-10,370, 1983.

Rybicki, K., Analysis of aftershocks on the basis of dislocation theory, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 7, 409-422, 1973.

Scholz, C.H., *The Mechanics of Earthquakes and Faulting*, 439 pp., Cambridge Univ. Press, New York, 1990.

Schulz, S.S., Triggered slip near Hollister after the April 24, 1984, Morgan Hill, California earthquake, J.H. Bennett and R.W. Sherburne (editors) *Calif. Div. Mines Geol. Spec. Pub.* 687, 175-182, 1985.

Sieh, K.E., Slip along the San Andreas fault associated with the earthquake, in *The Imperial Valley Earthquake of October 15, 1979*, U.S. Geol. Surv. Profess. Pap., 1254, 155-160, 1982.

Simpson, R.W., S.S. Schulz, L.D. Dietz, and R.O. Burford, The response of creeping parts of the San Andreas fault to earthquakes on nearby faults: Two examples, 126, 665-685, 1988.

Smith, S.W. and W. Van de Lindt, Strain adjustments associated with earthquakes in southern California, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59, 1569-1589, 1969.

Spudich, P., L.K. Steck, M. Hellweg, J.B. Fletcher, and L. Baker, Transient stresses at Parkfield, California, produced by the M7.4 Landers earthquake



of June, 28, 1992: Observations from the UPSAR dense seismograph array, *J. Geophys. Res.*, 100, 675-690, 1995.

Stein, R.S., and M. Lisowski, The 1979 Homestead Valley earthquake sequence, California: Control of aftershocks and postseismic deformation, *J. Geophys. Res.*, 88, 6477-6490, 1983.

Stein, R.S., G.C.P. King, and J. Lin, Change in failure stress on the southern San Andreas fault system caused by the 1992 magnitude = 7.4 Landers earthquake, *Science*, 258, 1328-1332, 1992.

Stein, R.S., G.C.P. King, and J. Lin, Stress triggering of the  $M = 6.7$  Northridge, California, earthquake by its predecessors, *Science*, 265, 1432-1435, 1994.

Toda, S., R.S. Stein, P.A. Reasenberg, J.H. Dieterich, and A. Yoshida, Stress transferred by the 1995  $M_w = 6.9$  Kobe, Japan, shock: Effect on aftershocks and future earthquake probabilities, *J. Geophys. Res.*, 103, 24,543-24,565, 1998.

Troise, C., G. De Natale, F. Pingue, and S.M. Petrazzuoli, Evidence for static stress interaction among earthquakes in the south-central Apennines (Italy), *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 134, 809-817, 1998.

Vaccari, F., P. Harabaglia, P. Suhadolc, and G.F. Panza, The Irpinia (Italy) 1980 earthquake: waveform modeling of accelerometric data and macroseismic considerations, *Ann. Geofis.*, 36, 93-108, 1993.

Williams, P.L., S.F. McGill, K.E. Sieh, C.R. Allen and J.N. Louie, Triggered slip along the San Andreas fault after the 8 July 1986 North Palm Springs earthquake, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 78, 1112-1122, 1988.

Zoback, M.D. and J. Healy, Friction, faulting and in-situ stress, *Ann. Geophys.*, 2, 689-698, 1984.

## 2.4 Le problème des antishocks

Les antishocks sont définis comme les répliques qui surviennent dans les régions déchargées au sens de Coulomb. Le champ statique  $y$  est négatif et donc ne doit pas déclencher de séisme dans ces zones alors que près de 30% des répliques  $y$  surviennent quand même. Nous proposons d'expliquer ces répliques à l'aide de la fonction de Coulomb dynamique, c'est à dire en modélisant la partie dynamique et la partie statique du champ émis par la rupture principale. Nous allons montrer qu'il est possible de déclencher un séisme même dans une zone déchargée au sens de Coulomb.

La figure 2.18 présente la simulation du passage d'une onde formée d'un pulse dynamique positif et d'une partie statique négative. La valeur de la chute statique est de quatre fois la valeur du pic dynamique. Le pulse positif permet le départ de l'instabilité: le processus d'initiation se développe. Lorsque le champ statique atteint la faille, il est déjà trop tard. La dynamique du processus d'initiation est telle que la chute de contrainte imposée par le champ statique ne peut pas arrêter le processus, qui ira jusqu'à son terme (atteint à un peu plus de 16 s). La valeur de la chute de contrainte statique joue un rôle important dans l'arrêt du processus d'initiation. En fait, c'est plus certainement le rapport entre la valeur du pulse dynamique et celle de la chute statique qui contrôle le développement de l'instabilité jusqu'à son terme. Pour illustrer ce point, la figure 2.19 présente la simulation du passage d'une autre onde sur la même faille. Le changement est que la chute de contrainte statique vaut 6 fois le pulse dynamique. Cette fois, lorsque le champ statique s'établit sur la faille, il est capable d'arrêter la dynamique du processus d'initiation. La situation est gelée au temps  $t=8.8$  s. Le processus d'initiation est bloqué. De nombreux autres paramètres doivent être pris en compte dans l'analyse de ce problème complexe. Du point de vue de l'onde, on doit prendre en compte l'amplitude et la fréquence du pulse dynamique, la chute de contrainte statique et comme on l'a vu ci dessus, le rapport entre l'amplitude du pulse dynamique et celle du champ statique. Du point de vue de la faille, les paramètres du frottement vont intervenir au travers de  $\mu'(0)$  et de  $D_c$  le glissement critique. Le fait que la faille soit oui ou non à son seuil de rupture, que la loi de frottement soit linéaire ou pas augmente encore la complexité



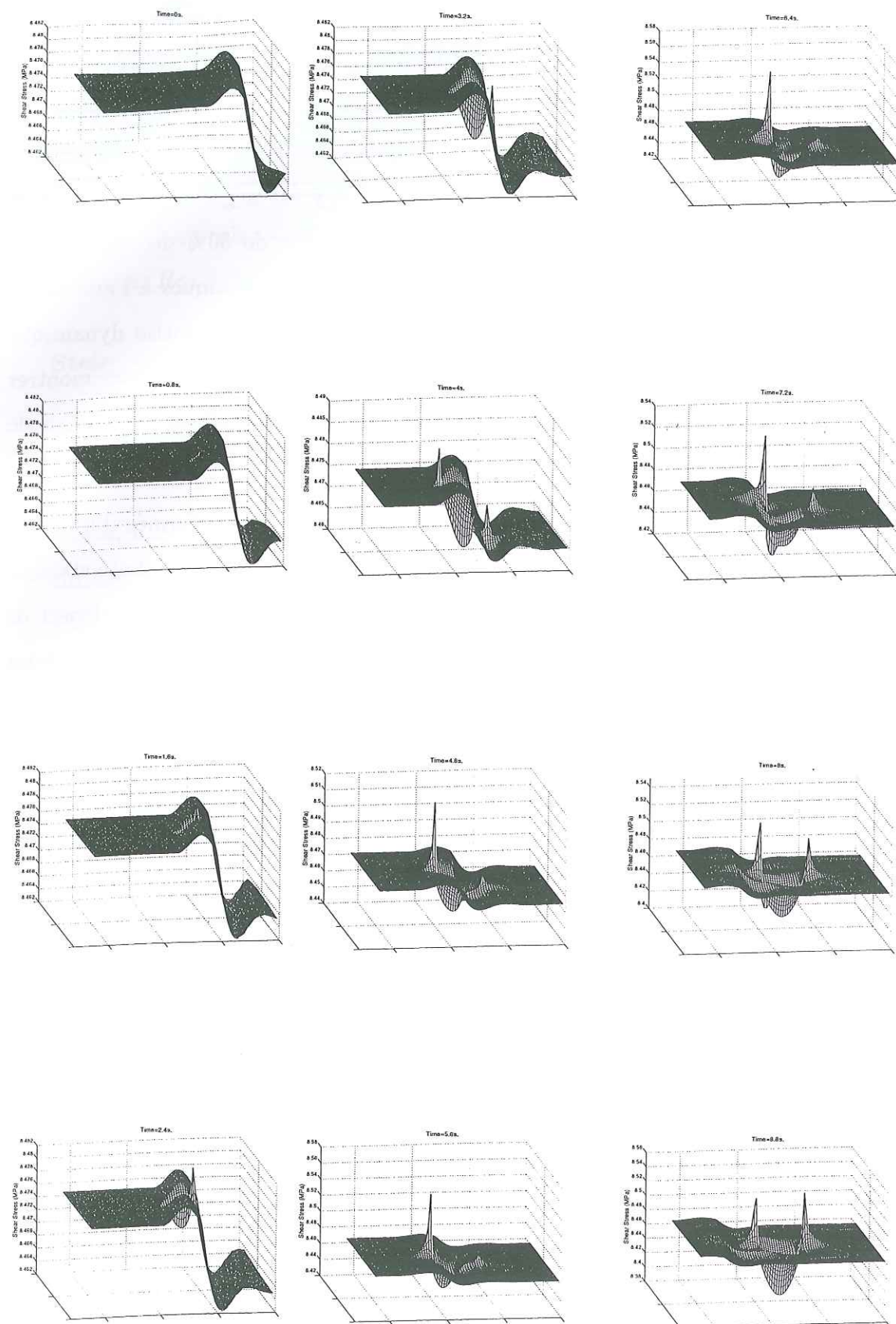


FIG. 2.18 – Exemple de déclenchement malgré un champ statique négatif. Le déclenchement démarre au passage du pulse dynamique.

de ce problème. Une façon simple (mais grossière) de décrire ce qui se passe sur la faille est la suivante: lorsque le pulse dynamique excite la faille, il impose un certain déplacement en chaque point. A ce déplacement correspond une chute de contrainte prescrite par la loi de frottement. L'évolution de la faille est forcée par l'onde et l'instabilité se développe ensuite à un rythme qui lui est propre. Si l'action cumulée du forçage et de l'instabilité crée une chute de contrainte suffisante, c'est à dire supérieure (en valeur absolue) à la chute de contrainte statique imposée par l'onde, alors le processus ne s'arrête pas et l'instabilité continue à se développer. Dans le cas contraire, la chute statique imposée peut arrêter le processus. L'initiation est alors stoppée. La rupture n'aura pas lieu.



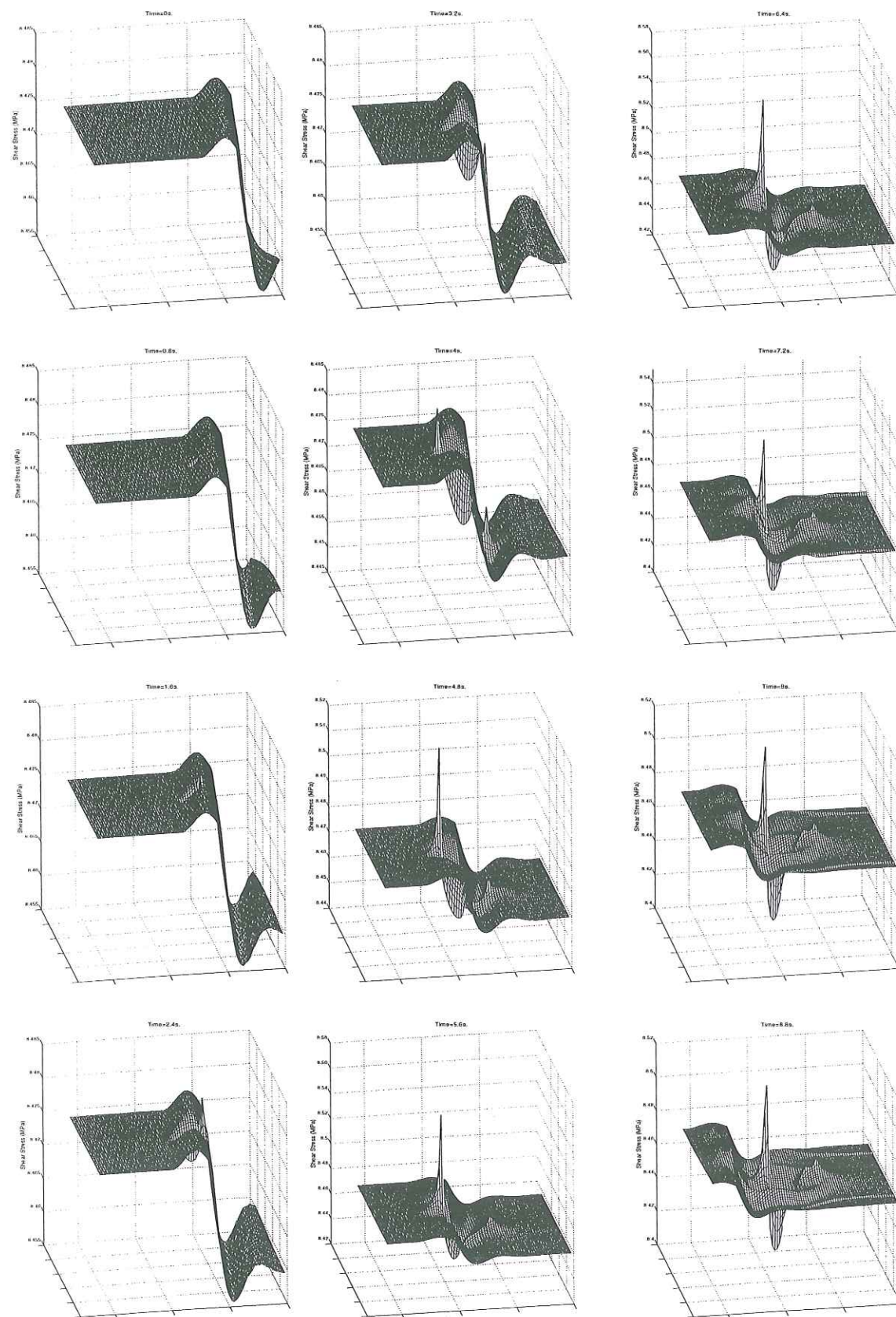


FIG. 2.19 – Exemple de non déclenchement avec un champ statique négatif. Le déclenchement démarre au passage du pulse dynamique mais est arrêté lorsque le champ statique atteint la faille.

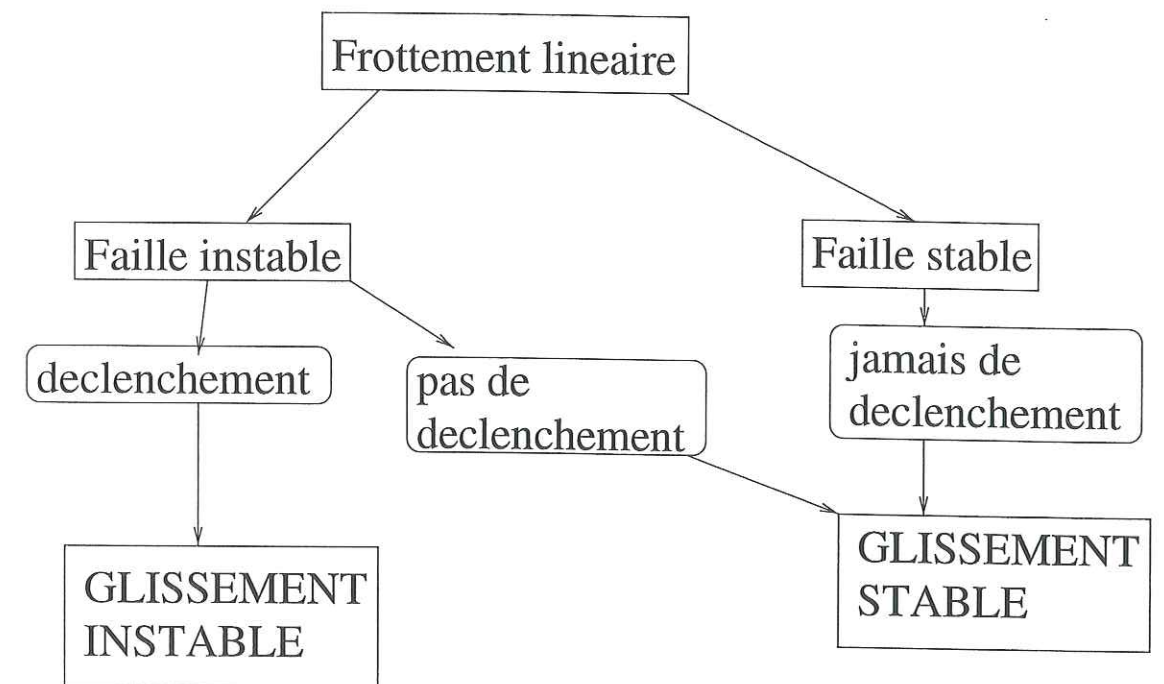


FIG. 2.20 – Schéma explicatif du déclenchement de la rupture dans le cas du frottement linéaire.

## 2.5 Récapitulatif

Nous avons dans ce chapitre étudié le déclenchement de la rupture sur une faille finie, dans le cadre du frottement en glissement. Nos calculs (dynamiques) montrent plusieurs résultats. Le premier est qu'une onde, une perturbation transitoire, est capable de déclencher la rupture d'une faille. Ce résultat n'était pas acquis, et notamment dans le cadre du frottement «rate and state», les perturbations transitoires n'ont que peu ou prou d'effet sur le déclenchement. Le second résultat est que toutes les ondes ne déclenchent pas la rupture d'une faille donnée. Il y a compétition entre les paramètres du frottement et le chargement imposé par l'onde. Dans le cas du frottement linéaire, la fréquence de l'onde incidente est seule responsable du déclenchement ou non. Dans le cas non linéaire, la fréquence et l'amplitude interviennent ensemble dans le contrôle du déclenchement (cf les figures 2.20 et 2.21).

Dans l'hypothèse du déclenchement, le délai observé avant la rupture est associé à la phase d'initiation. La durée intrinsèque de cette phase est contrôlée par la pente initiale de la loi de frottement (et la taille de la faille). L'onde intervient comme un terme de forçage qui accélère ou arrête le processus d'initiation. On peut inverser



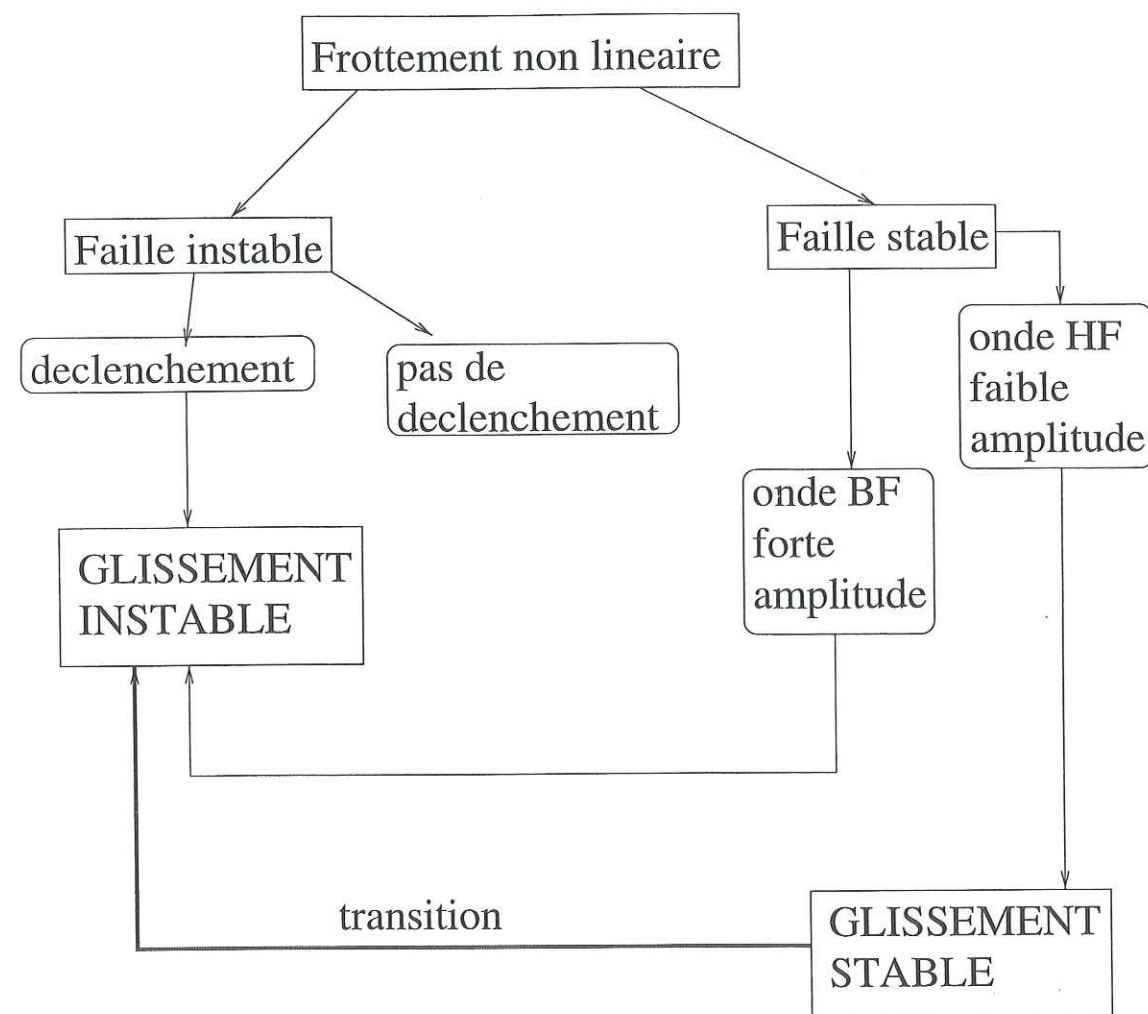


FIG. 2.21 — Schéma explicatif du déclenchement de la rupture dans le cas du frottement non linéaire.

ces propriétés du déclenchement dans le cas du séisme d'Irpinia. Le délai avant la rupture (18s) et la forme de l'onde incidente sont connues. La taille du segment de faille aussi. On se sert de ces données pour déterminer l'ensemble des paramètres du frottement qui expliquent un tel délai. Nos calculs fournissent un argument solide en faveur de l'hypothèse dynamique du déclenchement des séismes. Le problème majeur demeure l'explication des temps longs. Nos simulations en différences finies permettent d'aller jusqu'à la centaine de secondes. Au delà, l'évolution est si lente qu'elle se perd dans le bruit numérique. Les méthodes d'éléments finis nous permettent de simuler des temps intermédiaires, de l'ordre de l'heure. Des temps plus longs semblent incompatibles avec un déclenchement dynamique. Et il est probable que l'effet instigateur éventuel de l'onde soit repris par d'autres forçages aux constantes de temps plus grandes. Un exemple de ce type de forçage est fourni par les ondes visco-élastiques qui se propagent à des vitesses très lentes dans la croûte inférieure et le manteau. Ces ondes chargent la croûte supérieure et les failles sont susceptibles de céder.





### Chapitre 3: Influence de l'hétérogénéité

#### Résumé

Jusqu'à présent, nous avons considéré une faille finie ou infinie, mais toujours homogène. L'observation des failles -objets géologiques- montre qu'elles sont hétérogènes. L'hétérogénéité est modélisée comme des variations latérales des propriétés de frottement le long de la faille. L'effet principal de l'hétérogénéité est d'allonger la durée de l'initiation. Nous présentons ici les résultats obtenus par la méthode spectrale sur la faille finie homogène. Puis nous appliquons la même méthode à une faille hétérogène. Nous montrons: 1/ L'équivalence spectrale entre cette faille hétérogène et une faille homogène associée à une valeur d'affaiblissement plus faible (ce qui explique l'allongement de la durée de l'initiation). 2/ L'existence d'un domaine de confiance qui permet de mesurer des propriétés du frottement dans le milieu élastique. Ces deux propriétés sont exploitées pour définir une loi de frottement effective qui prend en compte les effets principaux des hétérogénéités.

*Les représentations conventionnelles des sources géométriques de la nature ne sont séduisantes qu'en fonction de leur puissance d'obscurcissement.*

*Paul Eluard et André Breton.*



Univ. J. Fourier - O.S.U.G.  
MAISON DES GÉOSCIENCES  
DOCUMENTATION  
F. 38041 GRENoble CEDEX  
B.P. 53  
Tél. 04 76 63 54 27 - Fax 04 76 51 40 58  
Mail : ptalour@ujf-grenoble.fr  
22 AOUT 2003

## Chapitre 3

# Influence de l'hétérogénéité

### 3.1 L'hétérogénéité des failles

L'observation géologique d'un miroir de faille montre immédiatement la caractéristique essentielle des failles: leur hétérogénéité. Celle-ci est présente depuis l'échelle du grain ( $10\ \mu m$ ) à celle de la segmentation (10 km). Ces hétérogénéités de la surface de faille se traduisent par des variations locales de la résistance à la rupture. Une bonne illustration est fournie par les expériences de frottement décrites au Chapitre 1. L'hétérogénéité est également présente dans les résultats récents de l'inversion des mouvements forts des grands séismes (e.g., *Beroza et Mikumo*, 1996). Ce chapitre a pour but de montrer de quelle façon l'hétérogénéité affecte le processus de l'initiation tel qu'il est envisagé au Chapitre 1. Nous montrons ici le principal effet de l'hétérogénéité qui est de retarder la phase de propagation de la rupture.

### 3.2 Effet des hétérogénéités sur l'initiation

Jusqu'à présent, toutes les simulations numériques concernaient une faille, finie ou non, homogène du point de vue de ses caractéristiques. Dans cette partie, nous introduisons des variations latérales des paramètres du frottement le long de la faille. Les hétérogénéités sont définies par une augmentation du coefficient de frottement



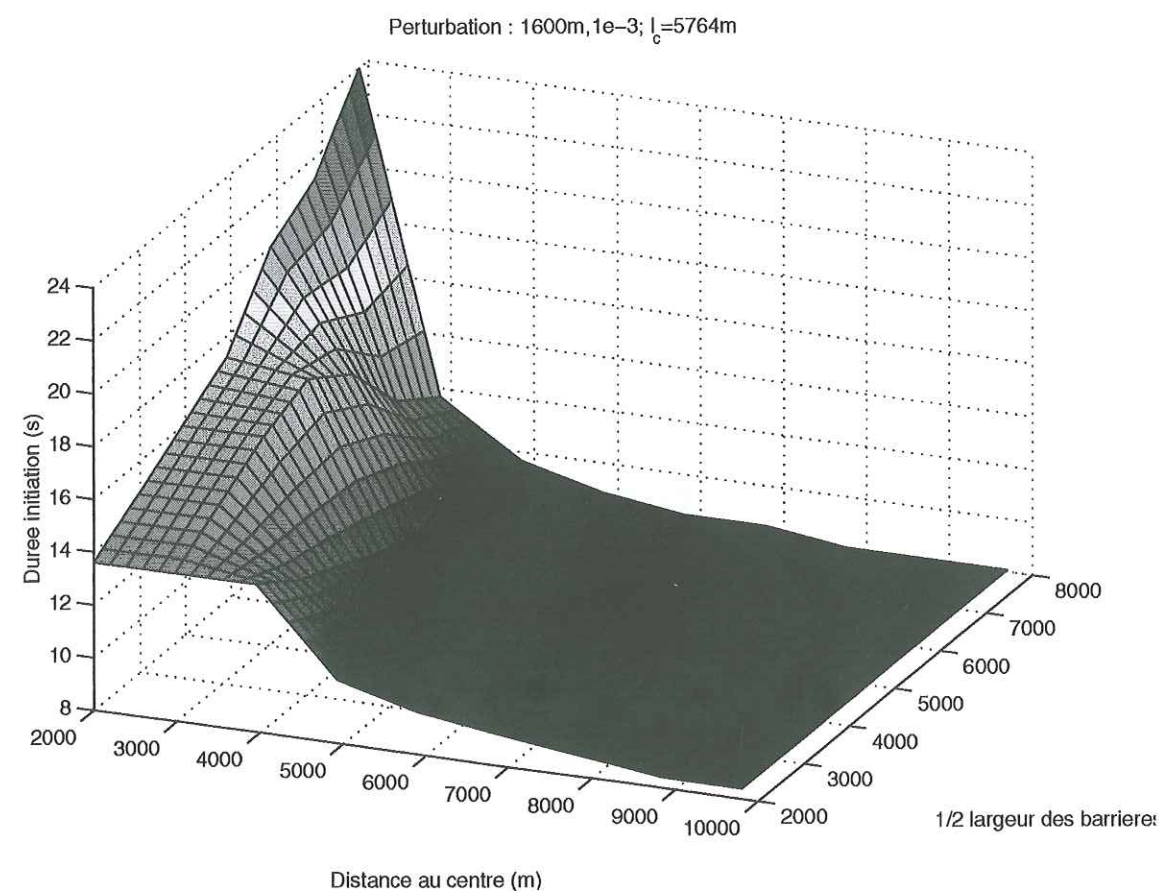


FIG. 3.1 – Durée de la phase d'initiation en fonction de la taille et de la distance des hétérogénéités. La durée sans hétérogénéités est de 8 s. L'introduction de l'hétérogénéité augmente de façon considérable la durée de l'initiation.

statique  $\mu_s$  le long de la surface de frottement. Le champ de contrainte initial est uniforme, égal à la plus petite valeur de  $\mu_s$  ce qui permet le départ de l'instabilité dynamique. Pratiquement, nous allons considérer le cas d'une faille infinie qui présente des hétérogénéités périodiques. La faille est soumise à une petite perturbation placée au centre du modèle. On étudie la façon dont se développe le processus d'initiation, et notamment l'effet de l'hétérogénéité sur la durée de la phase d'initiation. La figure 3.1 présente la compilation de plusieurs dizaines de simulation variées dans lesquelles on a fait varier à la fois la taille des hétérogénéités et la distance entre elles. L'effet principal est d'augmenter la durée de la phase d'initiation (d'un facteur 3, soit un temps de 24s).

L'augmentation de la durée de la phase d'initiation est liée à la résistance des hétérogénéités. En effet, aux premiers temps, seuls les segments faibles glissent. Le

glissement sur ces segments est accompagné par la chute de contrainte imposée par la loi de frottement. L'énergie libérée sert à charger les hétérogénéités. Lorsque la contrainte atteint le  $\mu_s$  des hétérogénéités, alors celles-ci se mettent aussi à glisser. Il y a donc deux phases au cours de l'initiation hétérogène. Dans les deux sections suivantes, nous allons préciser l'effet de l'hétérogénéité sur le processus d'initiation. L'analyse spectrale permet d'établir une équivalence spectrale entre la faille hétérogène associée à un certain affaiblissement de frottement, et une faille homogène associée à une valeur plus faible de l'affaiblissement, que l'on peut déterminer. La simulation en différences finies du processus d'initiation hétérogène permet quant à elle de compléter la réflexion en mettant à jour la notion de loi de frottement effective qui prend en compte l'effet de l'hétérogénéité.

### 3.3 Analyse spectrale de l'initiation hétérogène

#### Spectral analysis of the initiation process on a bounded fault zone

C. Voisin, I.R. Ionescu, M. Campillo, R. Hassani, Q.L. Nguyen

article soumis à *Geophys. J. Int.*,

#### Résumé

We present a numerical approach, based on a spectral analysis, for the initiation of the unstable slip on a bounded fault region. First we focus to the one fault model. An universal constant of stability, useful to prescribe the existence, or not, of a catastrophic evolution of the slip, is computed. We study the relation between the weakening parameter and the largest positive eigenvalue of the dynamic spectral problem. We show that long initiation duration are expected and how the weakening rate is transmitted in the elastic medium over a domain of confidence. The spectral analysis and the numerical methods used for the single fault model remains valid for more complex fault systems. The interaction between two faults is studied. The «spectral equivalence» between an heterogeneous fault system and an homogeneous fault is pointed out.

#### 3.3.1 Introduction

Earthquake prediction is actually the Holy Grail of seismologists. Laboratory experiments on friction [Dieterich, 1979; Ohnaka et al, 1987; Ohnaka and Kuwahara, 1990] point out the existence of a so-called quasistatic phase of slow motion that precedes the propagation phase, leading to the rupture. They pointed out that



this preseismic stable slip should be recognized as a manifestation of the nucleation process preceding the unstable, dynamic rupture. They propose to split up the nucleation phase into three parts. The phase I is the static formation of the slip failure nucleus. The phase II is the subsequent slow growth of the local breakdown zone. The phase III is an accelerating growth of the breakdown zone up to a critical size at which rupture occurs and propagates. *Ohnaka et al* [1986] have shown, through high resolution friction experiments, the relevance of the slip dependent friction law in the nucleation process. They have shown the existence of a characteristic length scale  $D_c$ , the critical slip. The shear stress degrades from the initial state  $\tau_i$  to a residual dynamic level of friction  $\tau_d$  with the ongoing slip. They have shown also the existence of a nucleation zone over which the nucleation process occurs. The length of this zone can be related to the constitutive parameters of the friction law.

On the basis of these experiments, *Campillo and Ionescu* [1997] have studied the initiation phase of an unstable antiplane shear process on an infinite fault under slip-weakening friction. They give an analytical expression of the slip, interpreted in terms of an eigenvalue analysis. Considering only the part of the displacement associated with positive eigenvalues, they define the dominant part  $w_d(t, x, y)$  as follows:

$$w_d(t, x, y) = \frac{\alpha}{\pi} \exp(-\alpha y) \int_{-\alpha}^{\alpha} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\alpha s + i\xi(x-u)) [\cosh(ct\sqrt{\alpha^2 - \xi^2})w_0(u, s) + \frac{1}{c\sqrt{\alpha^2 - \xi^2}} \sinh(ct\sqrt{\alpha^2 - \xi^2})w_1(u, s)] du ds d\xi \quad (3.1)$$

where  $\alpha$  is the weakening rate on the fault ( $y = 0$ ),  $w_0$  and  $w_1$  the initial perturbation. Equation (3.1) shows that  $w_d(t, x, y)$  is characterized by an exponential growth with time and a simple exponential dependence of the slip distribution with respect to the perpendicular coordinate to the fault. In response to a small perturbation ( $w_0, w_1$ ) the instability will develop in a limited spectral domain. The limiting wavenumber is a function of the friction law and the elastic properties. At this point it is useful to compare the Ohnaka's experiments and the analytical model. The phase I, described above, would correspond to the initial perturbation ( $w_0, w_1$ ). The phase II and phase III are parts of the same process, the exponential growth with time of  $w_d(t, x, y)$ . It starts very slowly and gradually increases with time. The transition

from the nucleation phase to the propagation phase occurs at the point on the fault which has slipped by  $D_c$ , the critical slip. At this time the crack front begins to propagate away on the fault. The duration of the initiation phase is approximated by:

$$T_c = \frac{b}{c} + \frac{1}{c\alpha} \ln \frac{\pi D_c}{2l(W_0 + W_1/c)} \quad (3.2)$$

where  $l$  is the half width of the perturbation,  $b$  its distance to the fault,  $c$  the S wave velocity,  $W_0$  and  $W_1$  the weighted average of the initial perturbation. At time  $t = T_c$  the length of the initiation zone is given by:

$$l_c = \frac{\pi G D_c}{(\mu_s - \mu_d)S} \quad (3.3)$$

where  $G, D_c, \mu_s, \mu_d$  and  $S$  are respectively the rigidity modulus, the critical slip, the static friction coefficient, the dynamic friction coefficient and the normal stress. Note that  $l_c$  is the only characteristic length scale associated with the infinite fault model.

*Dasalu et al* [2000] have studied the initiation process on a 2D finite fault of length  $2a$ . They introduced a non dimensional parameter  $\beta = a\alpha$ , and they performed a stability analysis to determine an universal constant  $\beta_0$  that depends only on the geometry of the antiplane problem. This constant was found as:

$$\beta_0 = 1.15777388 \quad (3.4)$$

This constant gives quantitatively the limit between stable ( $\beta < \beta_0$ ) and unstable ( $\beta > \beta_0$ ) behaviors of the fault. For a given weakening rate on the fault, the minimum length for an unstable behavior is:

$$2a_c = \frac{\beta_0}{\alpha} = \frac{\beta_0 G D_c}{(\mu_s - \mu_d)S} \quad (3.5)$$

The critical fault length  $2a_c$  for unstable behavior is a concept completely different from the critical crack length  $l_c$ , defined in the infinite fault context. By consequence, when the fault length  $2a$  is much larger than  $2a_c$ , the pertinent characteristic length scale is  $l_c$ . The "free" initiation process, as it would develop on an infinite fault, provides a good description of what really happens on the finite fault. The finite fault effect arises when the fault length  $2a \rightarrow 2a_c$ . One can feel that this time, the "free" initiation process (infinite problem) is unlikely to describe the real initiation



process. The fault finiteness will have an effect on the initiation process. This effect was shown by *Ionescu and Campillo* [1999]. The main effect is that the initiation duration is greatly increased as the fault length  $2a$  tends to  $2a_c$ . The goal is to determine how strongly the initiation process is affected by the fault finiteness.

We present here a numerical approach to the initiation of unstable slip on a 2D finite fault, based on a Finite Element Method (FEM). Considering the static spectral problem, as discussed by *Dascalu et al* [2000], we find a series of positive and increasing static eigenvalues  $\{\beta_i\}_{i=1,n}$ . The smallest eigenvalue is  $\beta_0$  as introduced by *Dascalu et al*. This universal constant is useful to prescribe the existence or not of a catastrophic evolution of the slip on the fault. If we note  $\beta = a\alpha$  the weakening rate times the half length of the fault, then the existence of positive eigenvalues of the dynamic spectral problem depends on the value of  $\beta$  with respect to the  $\beta_i$ . We choose  $\beta$  between  $\beta_0$  and  $\beta_1$ , so that  $\lambda_0$  ( $\lambda_0^2$  is the largest eigenvalue) is the only positive eigenvalue of the dynamic spectral problem. We compute  $\lambda_0$  as a function of  $\beta$  for the finite fault model and we show that  $\lim_{\beta \rightarrow \beta_0} \lambda_0 = 0$ . Since  $T_c \approx \lambda_0^{-1}$ , long initiation duration is expected when  $\beta \rightarrow \beta_0$ . We compute the associated eigenfunction  $\Phi_0(x, y)$  and the following ratio:

$$-\frac{\partial_y \Phi_0(x, y)}{\Phi_0(x, y)}$$

where  $\partial_y$  is the partial derivative with respect to the perpendicular coordinate. This ratio represents the information on the weakening parameter. In the infinite case, this ratio exactly equals  $\alpha$  everywhere in the elastic space. In the case of the finite fault zone, we point out the existence of an initiation pattern that develops in the elastic body. This pattern is associated with the unstable behavior of the fault zone. Moreover, we show the existence of a domain over which  $-\frac{\partial_y \Phi_0(x, y)}{\Phi_0(x, y)}$  is nearly constant. More precisely, in case of a single fault segment, this ratio equals the weakening rate  $\alpha$  over a so called domain of confidence, which size is an increasing function of  $\alpha$ . Hence, the weakening parameter that is defined only on the fault can be estimated during the initiation phase outside of the fault, inside the bulk. This analysis remains valid for more complex fault systems. We consider a system composed of 2 identical fault segments. We show that  $\beta_0$  decreases as the distance between the two segments also decreases. This proves that fault segments may interact during

the initiation process. Then, we consider a more complex fault system, composed of 11 fault segments, separated by rigid barriers. Each fault segment is characterized by the weakening parameter  $\beta_{local}$ . We show the existence of the initiation pattern associated with each of the segments (locally, the fault system is reduced to only one fault segment). We also point out the existence of a global initiation pattern that is associated with the unstable behavior of the whole fault system. We compute the dynamic spectral problem and derive the largest eigenvalue of the complex system. With the help of the relation between  $\lambda_0$  and  $\beta$  computed in the one fault model, we get the corresponding equivalent weakening parameter  $\beta_{equivalent}$ . A simple homogeneous fault with a weakening rate  $\beta = \beta_{equivalent}$  will have the same largest eigenvalue  $\lambda_0$ , and therefore the same general initiation features.

The global initiation pattern associated with the unstable behavior of the whole system is characterized by a wide domain over which the ratio  $-\frac{\partial_y \Phi_0(x, y)}{\Phi_0(x, y)} = \frac{\beta_{equivalent}}{a}$ . Several fault segments each have their own domain of confidence over which we can measure the local weakening rate, and also a domain of confidence that is associated with the interaction of the segments altogether. This collective domain of confidence provides an estimation of  $\beta_{equivalent}$ . There is a complete spectral equivalence, in terms of initiation process, between a complex fault system with  $\beta = \beta_{local}$  and a simple homogeneous one fault model with  $\beta = \beta_{equivalent}$ .

### 3.3.2 Spectral approach of the general problem

#### Problem statement

We consider the 2D antiplane shearing on a bounded fault region  $\Gamma_f$  included in the plane  $y = 0$  in an homogeneous linear elastic space. The fault region can be composed of a set of simple faults on which the contact is described by a slip dependent friction law. We assume that the displacement field is 0 in directions  $Ox$  and  $Oy$  and that  $u_z$  does not depend on  $z$ . The displacement is therefore denoted simply by  $w(t, x, y)$ . The elastic medium has the shear rigidity  $G$ , the density  $\rho$  and the shear velocity  $c = \sqrt{G/\rho}$ . The nonvanishing shear stress components are  $\sigma_{zx} = \tau_x^\infty + G\partial_x w(t, x, y)$  and  $\sigma_{zy} = \tau_y^\infty + G\partial_y w(t, x, y)$ , and the normal stress on



the fault plane is  $\sigma_{yy} = -S$  ( $S > 0$ ). The equation of motion is

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(t, x, y) = c^2 \nabla^2 w(t, x, y) \quad (3.6)$$

for  $t > 0$  and  $(x, y)$  outside of the fault  $\Gamma_f$ . The boundary conditions on  $\Gamma_f$  are

$$\sigma_{zy}(t, x, 0+) = \sigma_{zy}(t, x, 0-), \quad x \in \Gamma_f, \quad (3.7)$$

$$\sigma_{zy}(t, x, 0) = \mu(\delta w(t, x))S \operatorname{sign}\left(\frac{\partial \delta w}{\partial t}(t, x)\right), \quad x \in \Gamma_f, \quad (3.8)$$

if  $\partial_t \delta w(t, x) \neq 0$  and

$$|\sigma_{zy}(t, x, 0)| \leq \mu(\delta w(t, x))S, \quad x \in \Gamma_f, \quad (3.9)$$

if  $\partial_t \delta w(t, x) = 0$ , where  $\delta w(t, x) = \frac{1}{2}(w(t, x, 0+) - w(t, x, 0-))$  is the half of the relative slip and  $\mu(\delta w)$  is the coefficient of friction on the fault region.

The initial conditions are denoted by  $w_0$  and  $w_1$ , that is,

$$w(0, x, y) = w_0(x, y), \quad \frac{\partial w}{\partial t}(0, x, y) = w_1(x, y). \quad (3.10)$$

Since our intention is to study the evolution of the elastic system near an unstable equilibrium position, we shall suppose that  $\tau_y^\infty = S\mu_s$ , where  $\mu_s = \mu(x, 0)$  is the static value of the friction coefficient on the fault. We remark that taking  $w$  as a constant satisfies (4.1)-(4.3); hence  $w \equiv 0$  is a metastable equilibrium position, and  $w_0, w_1$  may be considered as small perturbation of the equilibrium. We shall suppose that the friction law has the form of a piecewise linear function:

$$\mu(x, \delta w) = \mu_s - \frac{\mu_s - \mu_d}{D_c} \delta w \quad \delta w \leq D_c, \quad (3.11)$$

$$\mu(\delta w) = \mu_d \quad \delta w > D_c, \quad (3.12)$$

where  $\mu_s$  and  $\mu_d$  ( $\mu_s > \mu_d$ ) are the static and dynamic friction coefficients, and  $D_c$  is the critical slip. Let us assume in the following that the slip  $\delta w$  and the slip rate  $\partial_t \delta w$  are nonnegative. Having in mind that we deal with a fault plane and with the evolution of one initial pulse, we may put (for symmetry reasons)  $w(t, x, y) = -w(t, x, -y)$ , hence we consider only one half-space  $y > 0$  in (4.1) and (4.4). With these assumptions, (3.41)-(4.3) become

$$w(t, x, 0) = 0, \quad \text{for } x \notin \Gamma_f, \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y}(t, x, 0) = -\alpha w(t, x, 0+) \quad \text{if } w(t, x, 0) \leq D_c, \quad \text{for } x \in \Gamma_f, \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y}(t, x, 0) = -\alpha D_c \quad \text{if } w(t, x, 0) > D_c, \quad \text{for } x \in \Gamma_f, \quad (3.15)$$

where  $\alpha$  is a parameter which has the dimension of a wavenumber ( $\text{m}^{-1}$ ) given by

$$\alpha = \frac{(\mu_s - \mu_d)S}{GD_c}. \quad (3.16)$$

Since the initial perturbation  $(w_0, w_1)$  of the equilibrium state  $w \equiv 0$ , is small, we have  $w(t, x, 0+) \leq D_c$  for  $t \in [0, T_c]$  for all  $x$ , where  $T_c$  is a critical time for which the slip on the fault reaches the critical value  $L_c$  at least at one point, that is,  $\sup_{x \in \Gamma_f} w(T_c, x, 0+) = D_c$ . Hence for a first period  $[0, T_c]$ , called in what follows the initiation period, we deal with a linear initial and boundary value problem (4.1), (4.4), (3.14).

### Nondimensional problem and its spectral expansion

In order to give a non dimensional formulation let us introduce  $a$  the characteristic length i.e. we put

$$x_1 =: \frac{x}{a}, \quad x_2 =: \frac{y}{a}$$

and we introduce the following nondimensional constant

$$\beta = a\alpha = a \frac{(\mu_s - \mu_d)S}{GL_c}. \quad (3.17)$$

Let us use the same notation  $\Gamma_f$  for the fault region in these new coordinates (i.e.  $x_1 \in \Gamma_f$  if  $x \in \Gamma_f$ ). From (4.1), (4.4), (3.14) we deduce

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(t, x_1, x_2) = \frac{c^2}{a^2} \nabla^2 w(t, x_1, x_2) \quad (3.18)$$

$$w(t, x_1, 0) = 0, \quad \text{for } x_1 \notin \Gamma_f, \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x_2}(t, x_1, 0) = -\beta w(t, x_1, 0), \quad \text{for } x_1 \in \Gamma_f, \quad (3.20)$$

$$w(0, x_1, x_2) = w_0(x_1, x_2), \quad \frac{\partial w}{\partial t}(0, x_1, x_2) = w_1(x_1, x_2). \quad (3.21)$$

Let us consider the following eigenvalue problem connected to (3.18)-(3.21): find  $\Phi : R \times R_+ \rightarrow R$  and  $\lambda^2$  such that  $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \Phi^2(x_1, x_2) dx_1 dx_2 = 1$  and



$$\nabla^2 \Phi(x_1, x_2) = \lambda^2 \Phi(x_1, x_2) \quad \text{for } x_2 > 0, \quad (3.22)$$

$$\Phi(x_1, 0) = 0, \quad \text{for } x_1 \notin \Gamma_f, \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \Phi(x_1, 0) = -\beta \Phi(x_1, 0) \quad \text{for } x_1 \in \Gamma_f. \quad (3.24)$$

Since we deal with a symmetric operator we have real-valued eigenvalues  $\lambda^2$ , i.e.  $\lambda$  is real or purely imaginary. This symmetry property is specific to the slip dependent friction law used here. The solution of (3.18)-(3.21) can be generically written (in its spectral expansion) as:

$$w = w^d + w^w,$$

where  $w^d$  is the "dominant part" and  $w^w$  is the "wave part", given by:

$$w^d(t, x_1, x_2) = \sum_{n=0}^{N-1} [\cosh(c|\lambda_n|t/a) W_n^0 + a \frac{\sinh(c|\lambda_n|t/a)}{c|\lambda_n|} W_n^1] \Phi_n(x_1, x_2), \quad (3.25)$$

$$w^w(t, x_1, x_2) = \sum_{n=N}^{\infty} [\cos(c|\lambda_n|t/a) W_n^0 + a \frac{\sin(c|\lambda_n|t/a)}{c|\lambda_n|} W_n^1] \Phi_n(x_1, x_2). \quad (3.26)$$

where  $(\lambda_n^2, \Phi_n)$  are the associated eigenvalues and eigenfunctions of (3.22)-(3.24), and

$$W_n^0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \Phi_n(x_1, x_2) w_0(x_1, x_2) dx_1 dx_2, \quad (3.27)$$

$$W_n^1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \Phi_n(x_1, x_2) w_1(x_1, x_2) dx_1 dx_2, \quad (3.28)$$

the projections of the initial data on the eigenfunctions. Let  $N$  be such that

$$\lambda_0^2 > \lambda_1^2 > \dots > \lambda_{N-1}^2 > 0 > \lambda_N^2 > \dots$$

The use of the expression of the dominant part  $w^d$  instead of  $w$  leads to a solution in which the perturbation has been severely smoothed by the finite wavenumber integration. However, after a while, the propagative terms are rapidly negligible and the shape of the slip distribution is almost perfectly described by the dominant part.

### Stability analysis. Static eigenproblem

One can easily remark that  $w \equiv 0$  is a stable position if  $\lambda_0^2 < 0$  (i.e.  $N = 0$ ). In this case the dominant part  $w^d$  vanishes and the system has a stable behavior. Hence

it is important to obtain a simple condition on  $\beta$  which determines the positiveness of the eigenvalues  $\lambda^2$ . Since  $\beta$  is adimensional such a condition depends only on the geometry of  $\Gamma_f$  (number of fault segments) and completely characterizes the stability. In order to perform a stability analysis let us introduce the eigenvalue problem corresponding to the static case: find  $\varphi : R \times R_+ \rightarrow R$  and  $\beta$  such that  $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \varphi^2(x_1, x_2) dx_1 dx_2 = 1$  and

$$\nabla^2 \varphi(x_1, x_2) = 0; \quad \text{for } x_2 > 0, \quad (3.29)$$

$$\varphi(x_1, 0) = 0, \quad \text{for } x_1 \notin \Gamma_f, \quad (3.30)$$

$$\partial_{x_2} \varphi(x_1, 0) = -\beta \varphi(x_1, 0) \quad \text{for } x_1 \in \Gamma_f. \quad (3.31)$$

This problem has a sequence of positive eigenvalues  $0 < \beta_0 < \beta_1 < \dots$  with  $\lim_{n \rightarrow \infty} \beta_n = +\infty$ . The eigenvalues  $\beta_k$  may be viewed in connection with the dynamic eigenvalue problem (3.22)-(3.24). Indeed, they correspond to the intersection points of the increasing curves  $\beta \rightarrow \lambda_k^2(\beta)$  with the axis  $\lambda^2 = 0$  (i.e.  $\lambda_k^2(\beta_k) = 0$ ). The first eigenvalue  $\beta_0$  has a major signification in the static stability analysis:

$$\text{if } a \frac{(\mu_s - \mu_d)S}{GL_c} = \beta < \beta_0 \quad \text{then } w \equiv 0 \quad \text{is stable.} \quad (3.32)$$

### 3.3.3 The Finite Element Approach

In order to use a FEM, the bounded fault zone is embedded in an bounded elastic domain  $\Omega = ]-L, L[ \times ]0, L[$ . The infinite elastic half space is limited by a fictitious boundary all over which the displacement is negligible. So that we impose a nul displacement all along  $\Gamma_d$ , the part of the boundary of  $\Omega$  which is not on the fault  $\Gamma_f$ .

Let us give first the variational formulation of (3.22)-(3.24): find  $\Phi : \Omega \rightarrow R$  and  $\lambda^2$  such that  $\Phi = 0$  on  $\Gamma_d$  and

$$\int_{\Omega} \nabla \Phi(x_1, x_2) \cdot \nabla v(x_1, x_2) dx_1 dx_2 - \beta \int_{\Gamma_f} \Phi(x_1, 0) v(x_1, 0) dx_1 = -\lambda^2 \int_{\Omega} \Phi(x_1, x_2) v(x_1, x_2) dx_1 dx_2,$$

for all function  $v \in V_h$  ( $V_h$  is a finite element space of dimension  $N$ , composed of continuous and affine functions over each triangle) such that  $v = 0$  on  $\Gamma_d$ . The



domain  $\Omega$  has a polygonal boundary  $\Gamma_d \cup \Gamma_f$ . Therefore it is possible to cover exactly  $\Omega$  with triangles.  $\Omega$  is meshed using Delaunay conditions. The size of the elements is decreasing as we go closer to  $\Gamma_f$ , as we can expect there a strong variation of the stress. Let  $\{e_1, e_2, \dots, e_N\}$  be the canonical base of  $V_h$  and let us denote by

$$M_{ij} = \int_{\Omega} e_i(x_1, x_2) e_j(x_1, x_2) dx_1 dx_2, \quad K_{ij} = \int_{\Omega} \nabla e_i(x_1, x_2) \cdot \nabla e_j(x_1, x_2) dx_1 dx_2,$$

$$B_{ij} = \int_{\Gamma_f} \alpha e_i(x_1, 0) e_j(x_1, 0) dx_1$$

mass, stiffness and boundary matrices. If we put

$$\Phi(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^N F_i e_i(x_1, x_2), \quad \varphi(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^N f_i e_i(x_1, x_2)$$

then the eigenvalue problems (3.22)-(3.24) and (3.29)-(3.31) can be written as:

$$(K - B)F = -\lambda^2 MF, \quad Kf = \beta Bf. \quad (3.33)$$

The stiffness matrix is factorized using a Cholevsky decomposition. The results are passed to a numerical solver based upon an Arnoldi-Lanczos algorithm that provides good approximations of the couples  $(\lambda_i^2, \Phi_i)$ . The positive eigenvalues contribute to the dominant part of the slip evolution. The largest one,  $\lambda_0$ , governs the essential of the slip evolution and controls the duration of the initiation phase.

### 3.3.4 The case of one homogeneous fault

We consider the case of one homogeneous fault of length  $2a$  embedded in an elastic half space  $\Omega = [-L, L] \times [0, L]$ , as shown in Figure 3.2. We have chosen  $L$  large enough ( $L = 10a$ ) to reduce the influence of the fictitious boundary conditions.

#### The spectral problems

The static spectral problem provides the calculation of  $\beta_0$ , an universal constant, so useful to prescribe the existence of an unstable behavior of the fault, or not. The table 3.1 presents the ten first eigenvalues  $\beta_0$  to  $\beta_9$ . We compare these values obtained by a Finite Element Method with 250 points on the fault with the results obtained by *Dascalu et al* [2000] with an integral equation method, more precise (1000 points on

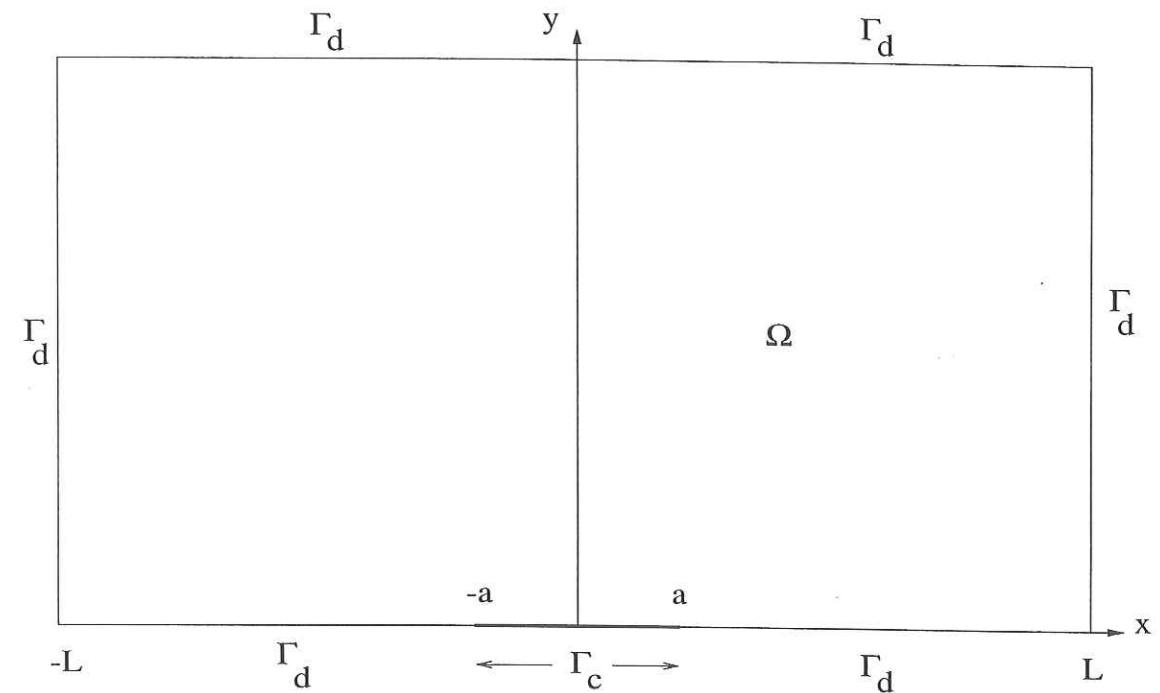


FIG. 3.2 – Geometry of the problem.  $\Gamma_f = [-a, a]$  is the frictional surface.  $\Gamma_d$  is the fictitious boundary.  $\Omega = [-L, L] \times [0, L]$  is the elastic half space.  $x$  and  $y$  are the two coordinates. For symmetry reasons, we consider only  $y > 0$  values.

the fault). The finite element method employed here provides good approximations of the  $\{\beta_i\}$ . The resolution of this spectral problem by two independent numerical methods validate both of them. The figure 3.3 presents the normalized eigenfunction  $\varphi_0(x, y)$  corresponding to  $\beta_0$ . The maximum of the amplitude is attained at the center of the fault. Outside of the fault ( $y > 0$ ), the amplitude of  $\varphi_0$  is rapidly decaying. The shape of  $\varphi_0$  is in agreement with the unstable evolution of the slip velocity on the fault, as computed by a Finite Difference Method (see section 3.3.4).

For a finite fault of length  $2a$ , the unstable behavior is promoted if the weakening parameter  $\beta = a\alpha > \beta_0$ . In the following, we consider that this condition is always satisfied. The goal is now to compute the dynamic positive eigenvalues associated with the unstable behavior. We focus here on the dependency of the positive eigenvalues  $\{\lambda_i\}_{i=1,n}$  on the weakening parameter  $\beta$ . The curves  $\lambda_0 = \Lambda_0(\beta)$ ,  $\lambda_1 = \Lambda_1(\beta)$  and  $\lambda_2 = \Lambda_2(\beta)$  are presented in Figure 3.4. As expected, the number of positive eigenvalues depends on the value of  $\beta$ . When  $\beta < \beta_0$ , there is no positive eigenvalue. We have seen that in such a case, the fault is stable. When  $\beta_0 < \beta < \beta_1$ , we have only one positive eigenvalue  $\lambda_0$ , and so on.  $\lambda_0$ , the largest positive eigenvalue plays a significant role in the unstable behavior. It is associated with the eigenfunction



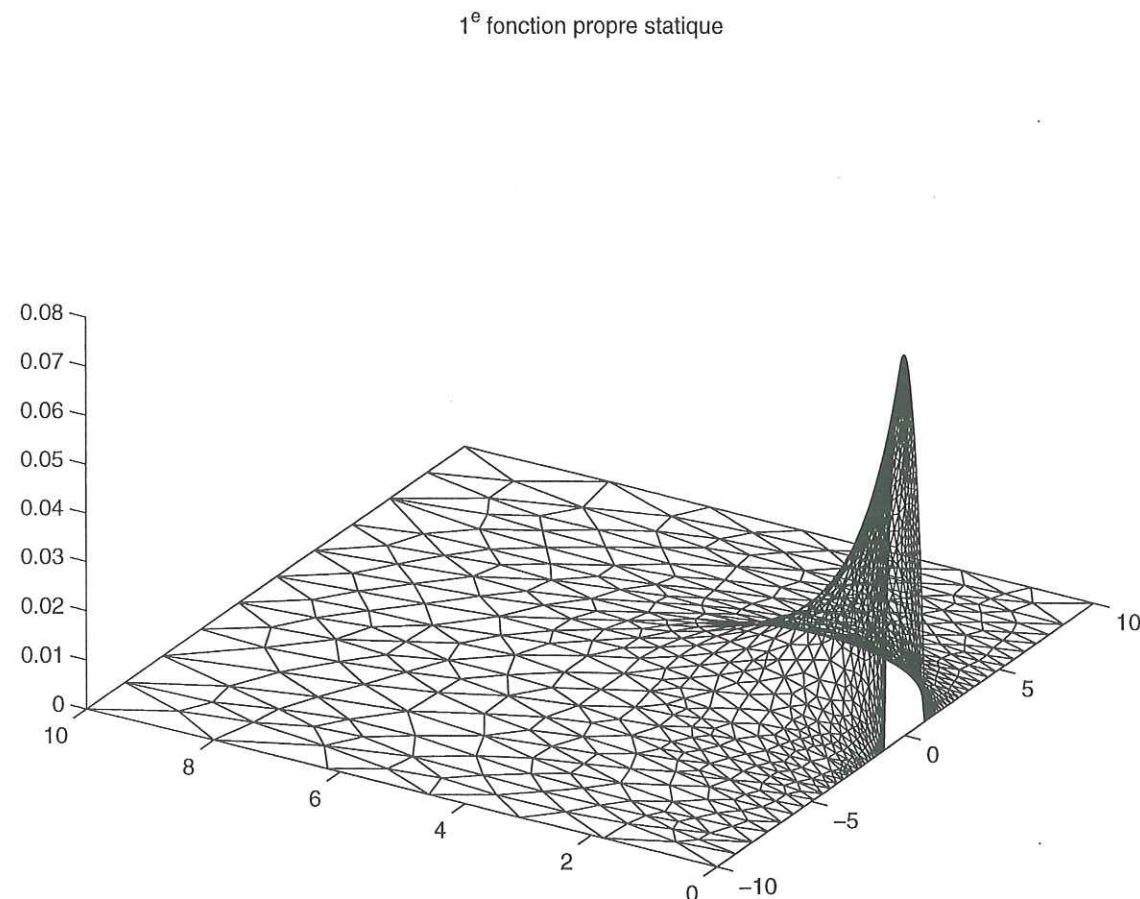


FIG. 3.3 – The first adimensional static eigenfunction  $\varphi_0(x, y)$ . The maximum is located at the center of the fault. The distribution of  $\varphi_0$  on the fault is in good agreement with the slip distribution obtained by FDM. We note the rapid decay of  $\varphi_0$  with  $x_2$  the perpendicular coordinate.

$\beta_i$	Finite Element	Integral Method
$\beta_0$	1.157742	1.157741
$\beta_1$	2.743668	2.754674
$\beta_2$	4.301687	4.316674
$\beta_3$	5.873882	5.891976
$\beta_4$	7.440607	7.459955
$\beta_5$	9.013102	9.032580
$\beta_6$	10.584338	10.601979
$\beta_7$	12.159675	12.173759
$\beta_8$	13.7349582	13.743695
$\beta_9$	15.313719	15.315106

TAB. 3.1 – The ten first eigenvalues of the static spectral problem, computed with a Finite Element Method (250 points on the fault) and with an integral equation method (1000 points on the fault) [Dascalu et al, 2000]

$\Phi_0(x, y)$  that corresponds to the fundamental mode of deformation of the system. The curve  $\lambda_0 = \Lambda_0(\beta)$  is monotonically increasing. This signifies that high values of  $\beta$  lead to very unstable behavior. The asymptotic behavior of the function  $\Lambda_0$  when  $\beta \rightarrow +\infty$  is  $\lambda_0 = \beta$ , also obtained for an infinite fault. For high weakening rate, a finite fault behaves like an infinite fault. That is, the fault finiteness is not important in the qualitative behavior of the system. Equation (3.3) leads to:

$$l_c = \frac{a\pi}{\beta} \quad (3.34)$$

Consequently, we have:

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} l_c = 0 \quad (3.35)$$

Practically, when  $\beta$  is sufficiently high, we have  $l_c \ll a$ . A “free” initiation process is possible, like on an infinite fault. The same qualitative behavior would be expected if  $\alpha$  was kept as a constant and  $a \rightarrow +\infty$ . When  $a$  is large enough, the relation  $l_c \ll a$  is also satisfied, and the finite fault behaves like a infinite fault.

#### Accuracy of the spectral approach

In the previous section, we focused on  $\lambda_0$ , the largest positive eigenvalue. The underlying idea is that  $\lambda_0$  and  $\Phi_0(x, y)$  are associated with the dominant part of the



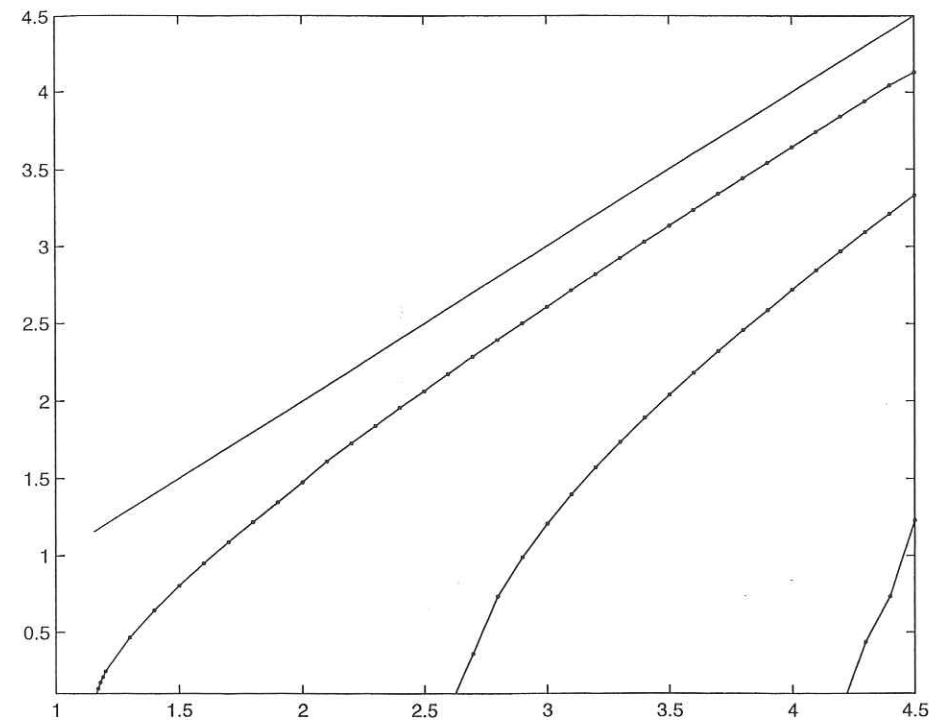
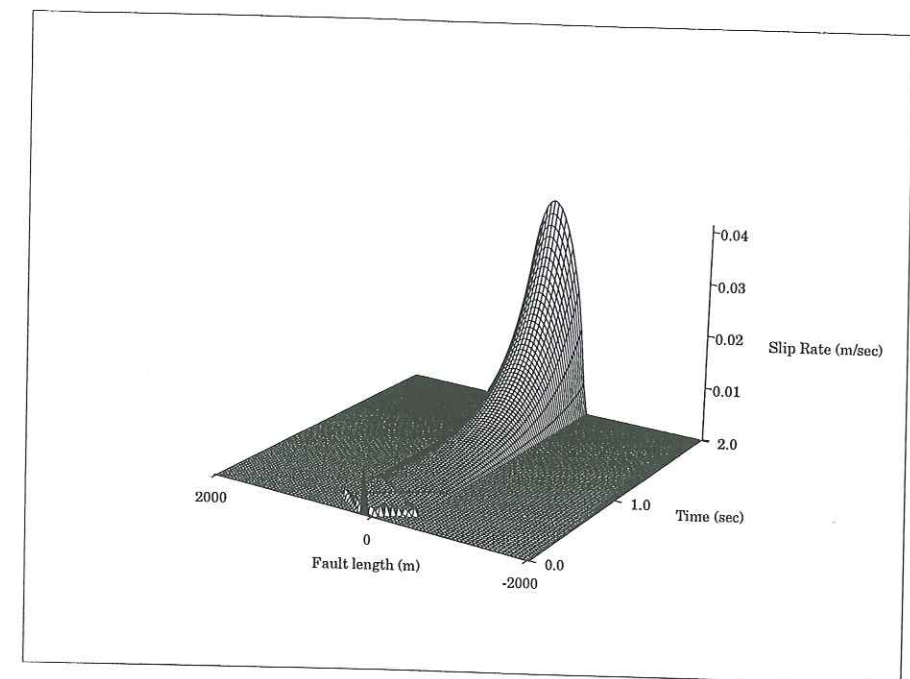


FIG. 3.4 — The functions  $\lambda_0 = \Lambda_0(\beta)$ ,  $\lambda_1 = \Lambda_1(\beta)$ ,  $\lambda_2 = \Lambda_2(\beta)$  and the asymptote  $\lambda = \beta$ . Note that positive eigenvalues are reached when  $\beta > \beta_0$ . The static eigenvalues  $\beta_i$  can be seen in connection with the dynamic spectral problem. The  $\beta_i$  are defined as it follows:  $\{\beta_i / \Lambda_i(\beta_i) = 0\}$ .

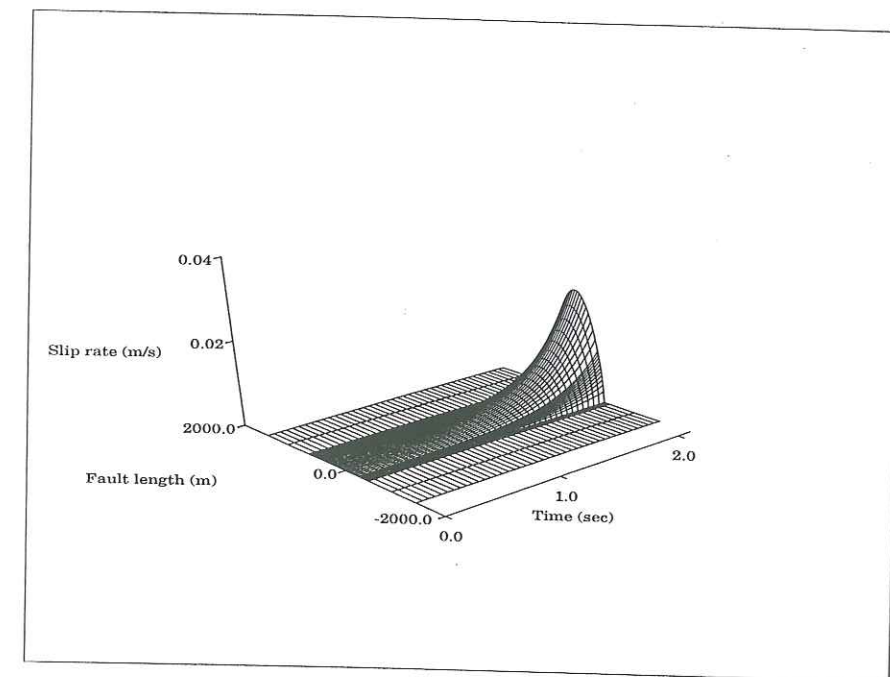
unstable evolution. The question is to know whether this assumption is correct, or not. To clear this point, we compute the slip rate evolution on a finite fault, either with a Finite Difference Method and a Finite Element Method. We consider a linear slip dependent friction :

$$\mu(u) = \max\left\{\mu_s - \frac{\mu_s - \mu_d}{D_c}u, \mu_d\right\}$$

where  $u$  is the slip,  $\mu_s$  and  $\mu_d$  the friction coefficients and  $D_c$  the critical slip. We take  $\mu_s = 0.8$ ,  $\mu_d = 0.72$ ,  $D_c = 0.17$ . The weakening rate  $\alpha$  is given by equation ( ).  $S = \rho g z$  is the normal stress computed at a depth of 5000m, and  $G = \rho c^2$  is the rigidity modulus. The fault half length  $a$  is 500m. We finally get:  $\beta = a\alpha = 1.3$ . We can expect only one positive eigenvalue  $\lambda_0$ . Figure 5(a) presents the slip rate evolution on a finite fault, computed by a FDM over a period of 2 seconds. The initial perturbation propagates on the fault. After a few reflections, another process appears. This is the development of the unstable behavior, characterized by an exponential growth with time. Figure 5(b) presents the same slip rate evolution, computed with a FEM. The agreement between the two methods is really good.



(a) The FDM computation gives the total solution  $w = w_d + w_w$ .



(b) The FEM computation takes into account for  $w_d$  only.

FIG. 3.5 — Comparison of the Finite Difference and the Finite Element Methods. The parameters are given in the text. We note that the dominant part  $w_d(t, x, y)$  provides a correct description of the unstable evolution of the slip.



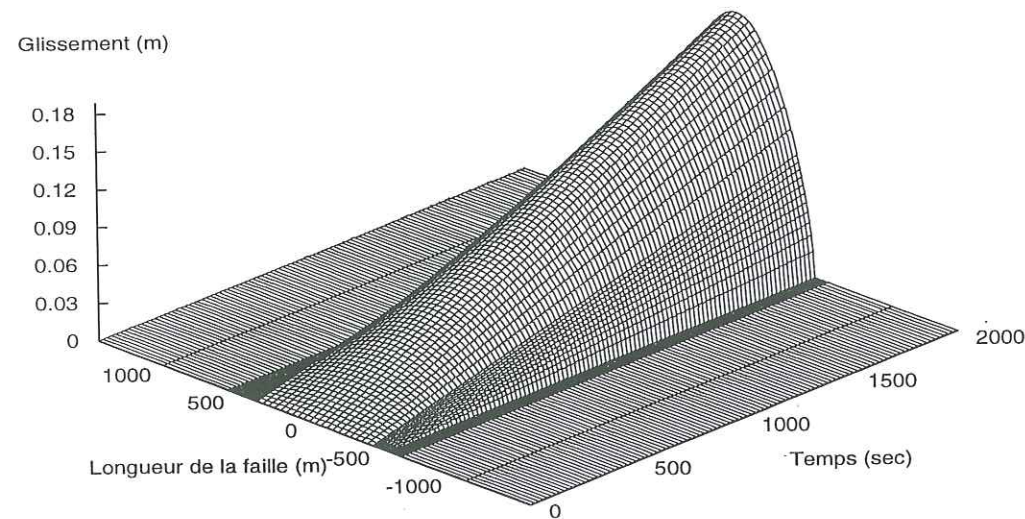
Glissement du cas de l'affaiblissement lineaire avec  $a^* \alpha = 1.155219718$ 

FIG. 3.6 – The unstable behavior of the slip evolution may take time to develop as  $\lambda_0 \rightarrow 0$ . In this example, the critical time  $T_c$  is about 2000 seconds. The beginning of the slip velocity evolution is so slow that it is often qualified of “quasistatic” growth.

The main difference is that the dominant part, characterized by  $(\lambda_0, \Phi_0(x, y))$  does not take into account the propagative part of the solution. However, the dominant part gives a correct description of the slip rate distribution. We can conclude that the dominant part represents the essential of the unstable behavior of the fault, and that the assumption that we made is correct. The Finite Element Method allows to investigate the fault behavior when  $\beta \rightarrow \beta_0$ , that is when  $\lambda_0 \rightarrow 0$ . For these values, long initiation duration are expected. Figure 3.6 presents the slip evolution on a finite fault with a weakening parameter  $\beta = \beta_0 + \epsilon$ . The computation gives  $\lambda_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ . The corresponding critical time (initiation duration) is  $T_c = 2000$ s. For such a value of  $T_c$ , the FDM is inefficient. The slip evolution is so slow that the numerical noise dominates over the initiation process. The model and the numerical method that we present here is able to produce long initiation duration (more than 30 minutes in the example). The spectral analysis that we propose is valid for any  $\lambda_0 > 0$ , even for really small values close to zero. So it is theoretically possible to produce a very broad range of initiation duration, even with this extremely simple model of a finite fault with linear friction.

### Initiation pattern

Characterize the unstable behavior of a fault will be a step in earthquake prediction. We have seen through equation (3.1) the simple dependency of the dominant part of the unstable slip evolution with respect to the  $y$  coordinate in the case of an infinite fault. This can be presented as follows

$$-\frac{\partial_y w^d(t, x, y)}{w^d(t, x, y)} = \alpha, \quad \text{everywhere in } R \times R_+, \quad (3.36)$$

i.e. during the initiation phase the linear weakening condition on the fault is transmitted everywhere in the interior of the elastic medium. This property can be a candidate for the signature of the instable evolution of the finite fault model. The question is now to find a similar property in case of a bounded fault region. Let us suppose that we deal with a slow initiation (i.e.  $N = 1, \lambda_1^2 < 0 < \lambda_0^2 \ll 1$ ) or we can neglect the contribution of the all other eigenfunctions with respect to the first one (i.e.  $0 < \lambda_{N-1}^2 < \dots < \lambda_1^2 \ll \lambda_0^2$ ). In this case

$$w^d(t, x_1, x_2) \approx [\cosh(c|\lambda_0|t/a)W_0^0 + a \frac{\sinh(c|\lambda_0|t/a)}{c|\lambda_n|}W_0^1]\Phi_0(x_1, x_2),$$

and the associated ratio given by (3.36) can be deduced as:

$$B_\beta(x_1, x_2) = -\frac{\partial_{x_1} \Phi_0(x_1, x_2)}{\Phi_0(x_1, x_2)}, \quad (3.37)$$

This ratio represents the information about the weakening rate of the fault, when it is defined. Actually,  $B_\beta$  is defined everywhere on  $\Omega - \Gamma_d$ . On  $\Gamma_c$  ( $y = 0$ ) we have the relation  $B_\beta = \beta$ . Figure 3.7 presents the function  $B_{\beta_0}(x_1, x_2)$  computed in the static case. We have focus on the behavior of  $B_{\beta_0}$  close to the fault  $\Gamma_c$ . The minimum value of the function is  $\beta_0$ . It is reached on the fault and on a small domain close to the fault. Note the typical shape of the function, organized in a narrow band of the size of the fault length. Figure 3.8 presents some computations for different weakening rate  $\beta$ . The general shape of  $B_\beta$  is the same for all  $\beta$  and then defines an initiation pattern that qualitatively characterize the unstable behavior of the fault. The most interesting point is the existence of a domain of  $B_\beta$  over which  $B_\beta(x, y) = \beta$ . This signifies that the weakening parameter can be measured in the surrounding elastic body. We can define now the domain of confidence as the part of the elastic body where the previous property is satisfied:

$$D_c(\beta) = \{(x_1, x_2); B_\beta(x_1, x_2) = \beta\} \quad (3.38)$$



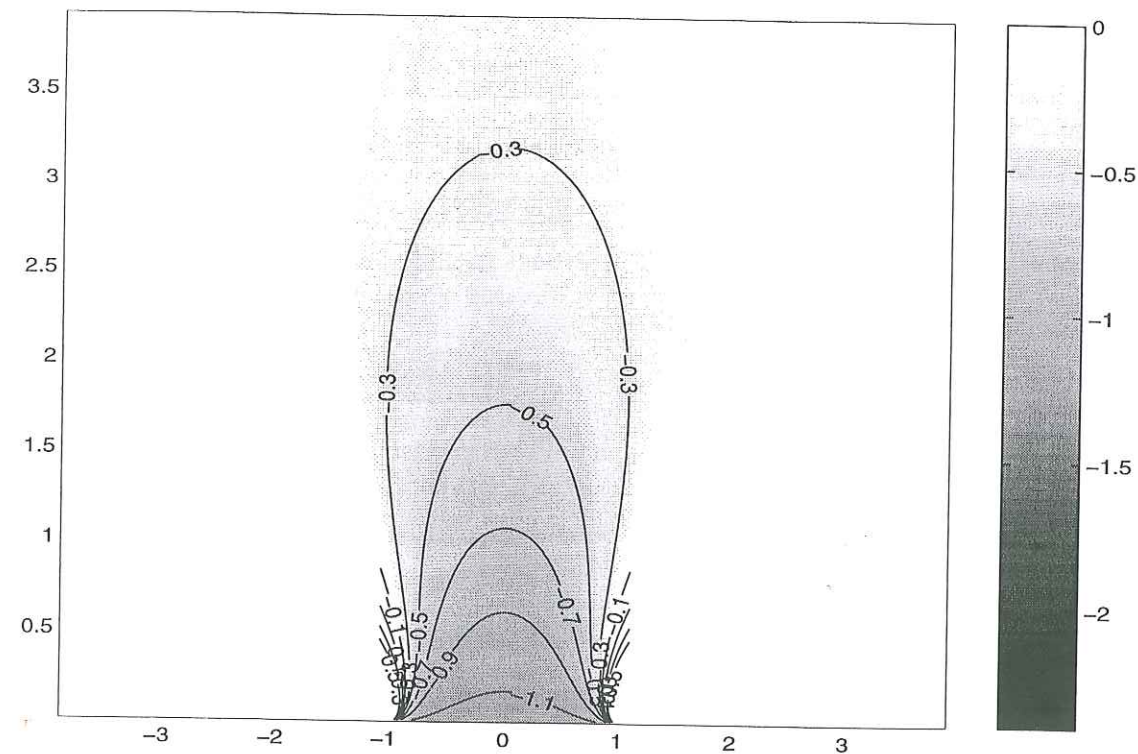


FIG. 3.7 — Map view of the function  $B_{\beta_0}(x_1, x_2)$ . Note the typical shape of the function in the vicinity of the fault surface  $\Gamma_f$  (emphasised by the black lines). Note also that the minimum of the function is  $\beta_0$  and that this minimum is reached on  $\Gamma_f$  and on a small domain close to the fault.

In any case, the fault surface  $\Gamma_f$  is included in  $D_c$ . The extension of the domain of confidence is an increasing function of the weakening rate  $\beta$ . The relation between  $\lambda_0$  and  $\beta$  (see Figure 3.4) and the measure of  $\beta$  over the domain of confidence, it is possible to get the largest positive eigenvalue. Since the initiation duration is inversely proportional to  $\lambda_0$ , we are able to prescribe a critical time, that is we can predict the time of occurrence of the future event.

### 3.3.5 Fault interaction

Up to now, we have considered only a simple homogeneous fault. However, it is an open secret to say that faults are heterogeneous, composed of segments that may interact or not. This last point is of importance in earthquake studies. The interaction of fault segments is a key issue in the prediction of the highest possible magnitude of the next event. In this section, we study the possible interaction of fault segments during the initiation process. This problem is completely different from the possible interaction of fault segments during the propagation of the rupture front.

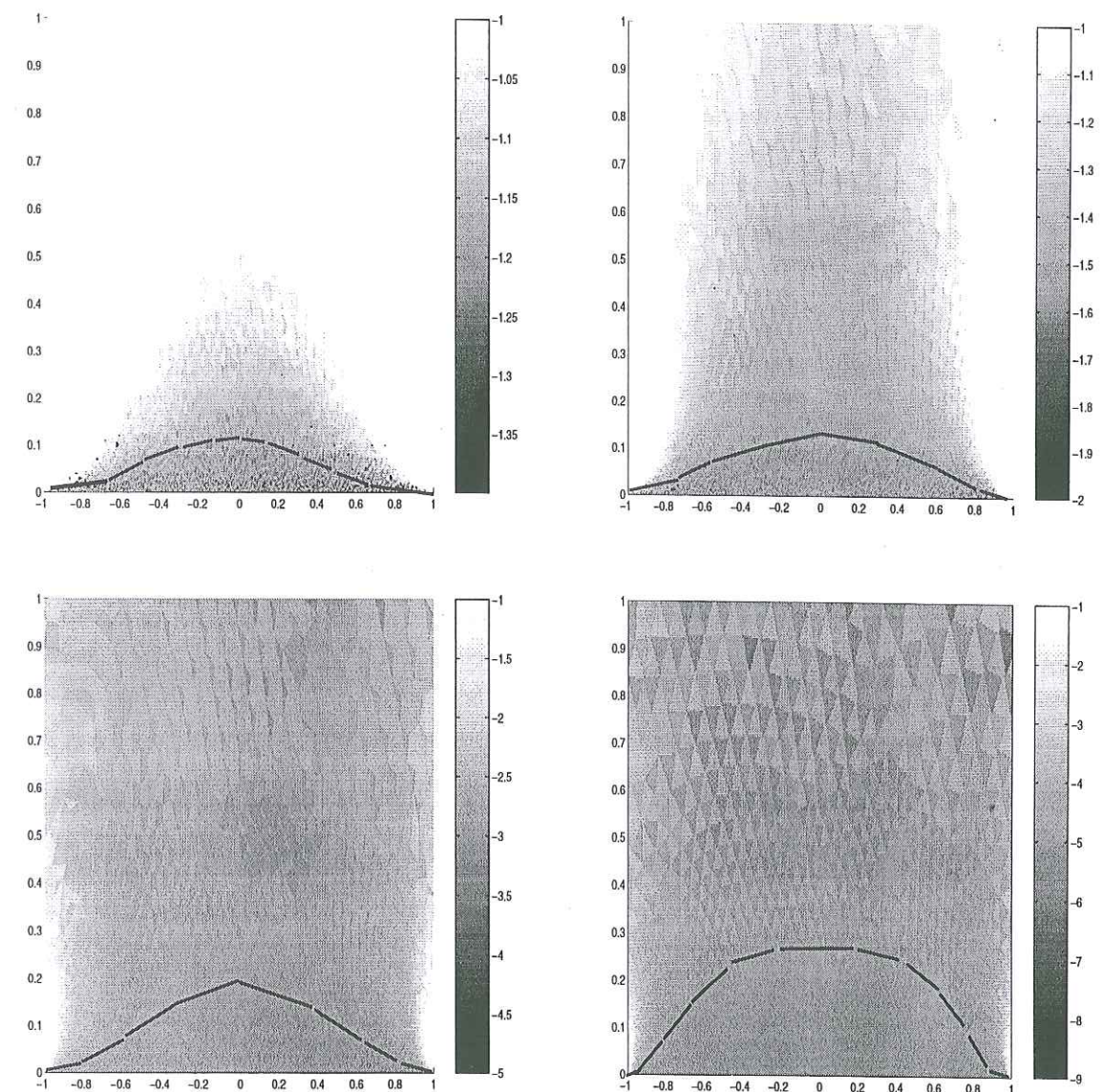


FIG. 3.8 — Map view of the  $B_{\beta}(x_1, x_2)$  in the vicinity of the fault for different values of the weakening parameter. From left to right and top to bottom:  $\beta = 1.2, 1.5, 3, 5$ . Note the same shape of the function in the four different cases. The black line emphasizes the limit of the domain of confidence over which the function is nearly constant and equals  $\beta$ . The size of this domain is an increasing function of  $\beta$ .



### Interaction of two fault segments

We consider here the case of a fault zone composed of two segments separated by a rigid barrier of variable size. The goal is to show the reality of the interaction between the two segments during the eventual initiation process. We use the numerical approach already described to investigate the behavior of the fault system. The distance between the two segments is variable. We solve the static spectral problem and compute the value of  $\beta_0$ . The results are presented in Figure 3.9. The constant of stability  $\beta_0$  decreases as the distance between the two segments decreases. That is, the fault system is more and more unstable as the distance decreases. This proves the interaction between the two segments. When the distance between the segments increases,  $\beta_0$  also increases up to the constant of stability of an homogeneous fault. That is the two segments do not interact. The distance of interaction is of the order of  $10a$ , where  $a$  is the half length of a segment.

### The case of an heterogeneous fault

We consider a fault composed of several (11) segments, all identical, with the same weakening rate  $\beta_{local}$ , separated by rigid barriers. We aim to show that the dynamic behavior of this complex fault system is equivalent to the dynamic behavior of a simple homogeneous fault with a weakening rate  $\beta_{equivalent}$ . The static spectral problem associated to this complex geometry is solved. We get  $\beta_0 = 10.3$ . The weakening parameter of each individual segment has to be greater than  $\beta_0$  to promote the unstable behavior of the fault system. We choose  $\beta_{local} = 13.08$ . Then, the dynamic spectral problem is solved for this particular geometry. We get three positive eigenvalues. The largest one is computed to be  $\lambda_0^h \approx 4.6$ . With the help of the curve  $\lambda_0 = \Lambda_0(\beta)$  (defined for one homogeneous fault segment) it is possible to derive the value of the corresponding weakening parameter:

$$\beta = \Lambda_0^{-1}(\lambda_0^h)$$

An homogeneous fault with such a weakening rate will lead to  $\lambda_0 = \lambda_0^h$ . We argue that this particular value of  $\beta$  is the equivalent weakening rate. That is:

$$\beta_{equivalent} = \Lambda_0^{-1}(\lambda_0^h) \quad (3.39)$$

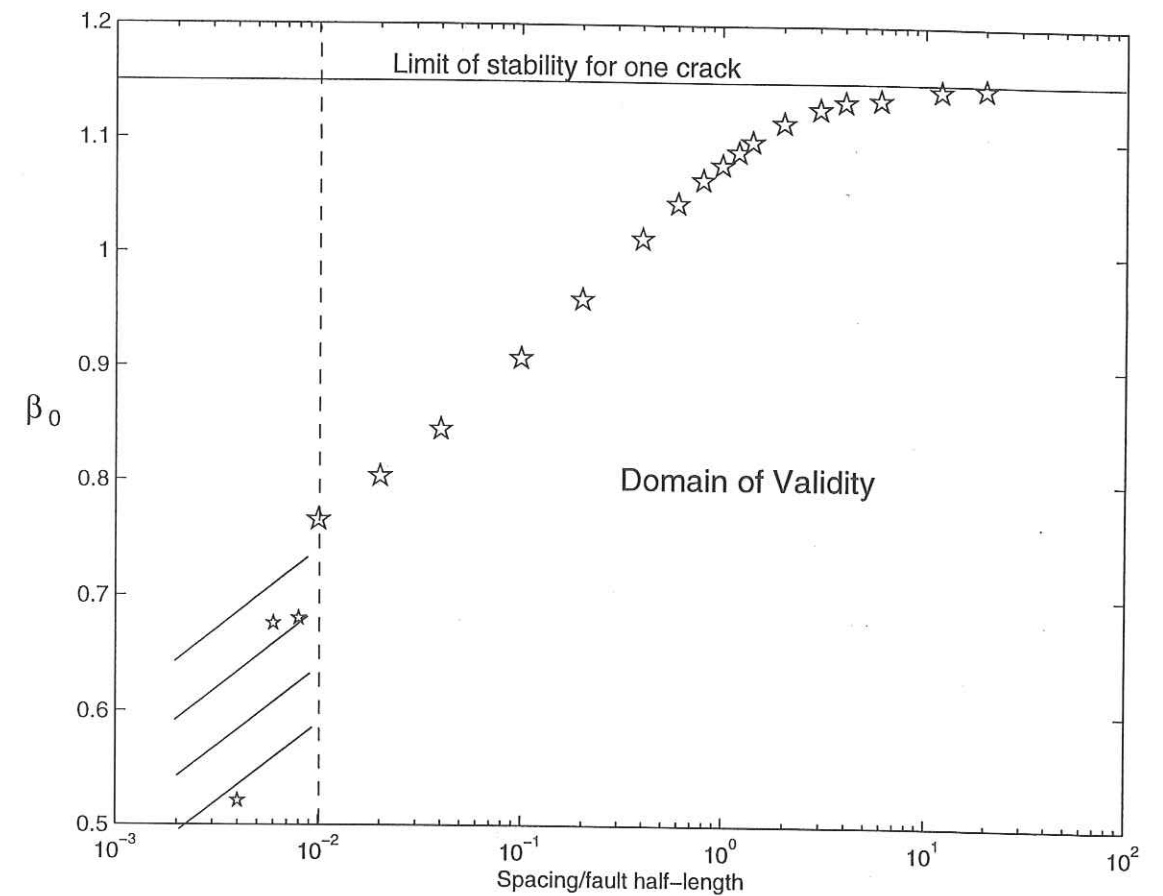


FIG. 3.9 – Interaction of two fault segments. Two identical fault segments (of length  $2a$ ) are distant from  $d$ , variable. The constant of stability  $\beta_0$  of the system is computed. Note the decreasing of  $\beta_0$  as  $d$  decreases. The distance of interaction is of the order of  $10a$ . Over this distance, the universal constant of stability is nearly constant and equals the constant of stability of one fault segment.



Keeping in mind this simple calculation, we now compute the function  $B_\beta(x_1, x_2)$  for the complex fault system. The result is presented in Figure 3.10. As already seen, close to each individual fault segment, an initiation pattern develops in the elastic medium, associated with a local domain of confidence over which  $\beta_{local}$  can be measured. But now, the striking feature is the existence of a wide domain over which  $B_\beta(x_1, x_2)$  is nearly constant, independent from the individual fault segments but closely related to the whole fault system. All over this domain, we have the following relation:

$$-\frac{\partial_y \Phi_0(x, y)}{\Phi_0(x, y)} = \beta_{equivalent}$$

That is, all over this wide domain, it is possible to measure the collective behavior of all the fault segments, similar to the behavior of an homogeneous fault with  $\beta = \beta_{equivalent}$ . Some strong results arise from these computations:

1. An initiation pattern develops inside the elastic medium and is characteristic of the unstable behavior of the fault system.
2. The collective behavior of all the segments is transmitted in the medium and can be measured over a wide domain.
3. There is a spectral equivalence between a complex heterogeneous fault ( $\beta_{local}, \lambda_0^h, \Phi_0^h$ ) and an homogeneous fault ( $\beta_{eq} = \Lambda_0^{-1}(\lambda_0^h), \lambda_0^h, \Phi_0$ ).

### 3.3.6 Discussion

The unstable behavior of a fault is successfully modeled by the dominant part of the slip rate evolution. The model that we develop in this paper is rather simple: a finite homogeneous fault under a linear slip dependent friction law, characterized by the weakening rate  $\alpha$  and its length  $a$  through the parameter  $\beta = a\alpha$ . This model is able to produce long initiation duration, up to at least 30 minutes, as presented in Figure 3.6. Many other processes may be involved in the initiation process over such a long period of time. We do not argue that these physical mechanisms, such as fluids effects, are not important. Simply, we show that a simple model of fault is able to produce a very broad range of initiation duration with no need of other mechanisms. With a slightly more complex model, it will be soon possible to modelize

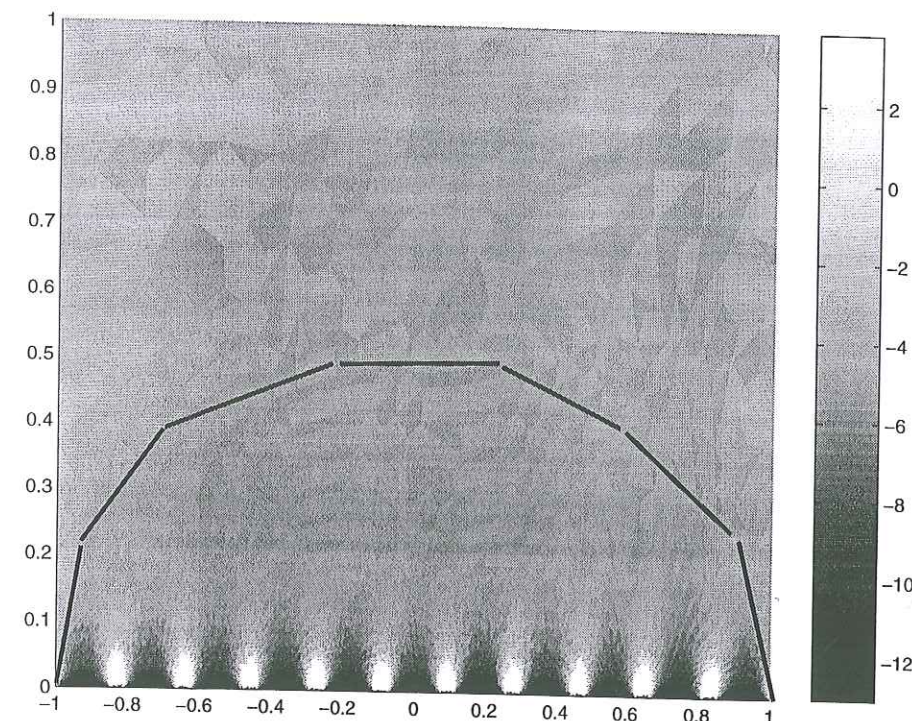


FIG. 3.10 – Map view of the function  $B_\beta(x_1, x_2)$  in the vicinity of the fault zone, composed of 11 interacting fault segments. Note the local initiation pattern associated with each of the fault segment, and also the global initiation pattern. The black line limits the global domain of confidence associated with the unstable behavior of the whole fault system. All over this domain, the function  $B_\beta(x_1, x_2) \approx \beta_{equivalent}$ .

long time fault interaction, such as aftershocks.

We have shown that the analysis we performed on a finite homogeneous fault remains valid for an heterogeneous fault. The collective behavior of interacting fault segments is very similar to the homogeneous finite fault behavior. The equivalent weakening rate is given by the relation  $\lambda_0 = \Lambda_0(\beta)$ . The equivalence is complete in terms of initiation process, that is the  $\lambda_0$  is the same for the two faults. Therefore, the critical time (the initiation duration) is the same in both cases. The equivalent homogeneous fault is a kind of homogeneization of the complex fault. This technique may be used for different scales of heterogeneity to provide a correct description of the global behavior of complex, highly heterogeneous fault systems. However, the homogeneization implicates the loss of information on how the rupture process will develop in details. The rupture complexity observed both in laboratory experiments or in strong motion inversions will be lost by these homogeneization techniques.



The transmission of some information about the weakening rate in the elastic medium offers the possibility to constrain the time of occurrence of the next event, even without knowing anything on the fault. The existence of an initiation pattern associated with the unstable behavior of the fault and the measure of the function  $B_\beta(x, y)$  is sufficient to give a good approximation of  $\lambda_0$ , and therefore to prescribe the critical time. How interesting these results may be, they have to be confirmed by other methods, and moreover they have to be extended to the 3D case. No doubt that if the initiation pattern exists in 3D, it will be far more complex. Many other parameters have to be taken in account, such as the fault geometry or the orientation of the fault plane. This study appears like a first attempt to recognize and characterize a possible signature of the unstable behavior of a fault, that is an initiation pattern.

### 3.3.7 Conclusion

We present a numerical method based on finite elements techniques to approach the problem of the initiation process on a finite fault. The transition stable/unstable is characterized by an universal constant  $\beta_0$ . In case of an unstable fault, we show that the catastrophic evolution of the slip rate is successfully modeled by the dominant part, formed by the contributions of the positive eigenvalues. We give the relation  $\lambda_0 = \Lambda_0(\beta)$  between the weakening rate  $\beta$  and the largest positive eigenvalue  $\lambda_0$  that largely controls the unstable behavior. We show that some information about the weakening rate  $\beta$  is transmitted in the elastic medium over a domain of confidence. We present the initiation pattern associated with the unstable behavior. This analysis remains valid for more complex fault systems. We show the complete equivalence, in terms of initiation process, between a heterogeneous fault characterized by  $(\beta_{local}, \lambda_0^h, \Phi_0^h)$  and an homogeneous fault characterized by  $(\beta_{eq}, \lambda_0^h, \Phi_0)$  where  $\beta_{eq} = \Lambda_0^{-1}(\lambda_0^h)$ . These preliminary results have to be confirmed by other methods, and moreover, they have to be extended to the 3D case.

## Bibliographie

- Campillo, M., and I.R. Ionescu, Initiation of antiplane shear instability under slip-dependent friction. *J. Geophys. Res.*, 102, 20,363-20,371, 1997.
- Dasalu, C., I.R. Ionescu, and M. Campillo, Fault finiteness and initiation of dynamic shear instability, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 177, 163-176, 2000.
- Dieterich, J.H., Modeling of rock friction 1. Experimental results and constitutive equations. *J. Geophys. Res.*, 84, 2161-2175, 1979.
- Ionescu I.R., and M. Campillo, The influence of the shape of the friction law and fault finiteness on the duration of initiation. *J. Geophys. Res.*, 104, 3013-3024, 1999.
- Ohnaka, M., Y. Kuwahara, and K. Yamamoto, Constitutive relations between dynamic physical parameters near a tip of the propagating slip zone during stick slip shear failure, *Tectonophysics*, 144, 109-125, 1987.
- Ohnaka, M., and Y. Kuwahara, Characteristic features of local breakdown near a crack-tip in the transition zone from nucleation to unstable rupture during stick-slip shear failure, *Tectonophysics*, 175, 197-220, 1990.



L'article précédent présente deux résultats majeurs. Le premier est l'existence d'un domaine de confiance caractéristique de l'instabilité de la faille. Ce domaine est défini dans le milieu élastique et permet de mesurer des propriétés du frottement définies sur la faille. Le second résultat est l'équivalence spectrale entre une faille hétérogène formée de segments associés à un affaiblissement  $\beta_{local}$  et séparés par des barrières, et une faille homogène associée à un autre affaiblissement  $\beta_{equivalent}$ , plus faible. Le système hétérogène se comporte comme un système homogène plus lent. L'instabilité met plus de temps à se développer sur la faille hétérogène. Dans la section suivante, nous exploitons ces deux résultats pour définir la notion de loi de frottement effective.

## 3.4 Vers une loi de frottement effective

On the Effective Friction law of an Heterogeneous Fault.

M. Campillo, P. Favreau, I.R. Ionescu and C. Voisin



article soumis à *J. Geophys. Res.*,

### Résumé

The numerical simulation of rupture process is usually performed under an assumption of scale invariance of the friction process and yet, the heterogeneity of the fault properties is shown both by the direct observation of surface crack geometry and by the results of slip inversion. We investigate the possibility to define an effective friction law for a fault with a small scale heterogeneity, that is with a distribution of narrow segments with a resistance to rupture higher than the background. We consider a model where the local boundary condition corresponds to a linear slip dependent friction law. We define the effective slip dependent friction law by analogy with the theoretical spectral solution for the initiation phase in the case of an homogeneous infinite fault. We use finite difference simulation to test the validity of this approach. The results show a surprisingly good agreement between the results of the complete heterogeneous fault model and of an homogeneous fault with an effective friction law. The time of initiation and the average of the slip velocity on the fault are well predicted by the effective model. The effective friction law exhibits a non-linear slip dependence with an initial weakening rate different from the one of the local laws. This initial weakening rate is related to the geometry of the heterogeneity and can be obtained by an eigenvalue analysis. The effective law shows a kink at a slip that corresponds to the average slip on fault for which the stress concentration of the strong segments is sufficient to trigger their rupture. While based on a rather simple model of fault, these results indicate that an effective friction can be defined and used for practical purposes. The heterogeneity of a fault tends to decrease the initial weakening rate with respect to the case of the local weak patches. Since the initial weakening rate controls the initiation duration, this last point indicates that the duration of initiation expected from actual heterogeneous faults is much larger than the one deduced from small scale laboratory measurements. The actual fracture energy is not conservative in the rescaling of the friction law.

### 3.4.1 Introduction

Friction is a phenomenon that concerns both the microscopic and macroscopic scales. The origin of frictions has to be searched in the hard contacts between two rough surfaces. The phenomenon is observed in seismology at the scale of the seismic waves, that is kilometric. Hence, the fault heterogeneity described by the inversion of seismological data by *Hartzell and Heaton* [1983], *Archuleta* [1984] and *Cotton and Campillo* [1995] is also of kilometric scale. Smallest scales of heterogeneities cannot be obtained directly. Even the laboratory measurements (*Dieterich*, 1979; *Ohnaka and Shen*, 1999) do not represent the local boundary condition at the microscopic scale but the macroscopic frictional behavior of the elastic bodies in contact at the scale of the samples. The geometry of the contact, let say the roughness, has been

shown to be a determinant parameter for the frictional behavior (*Scholz*, 1990). The contact can be modeled at different scales as a non linear process resulting in a friction law. Models of macroscopic slip dependent friction law have been set from the analysis of the microscopic physical behavior of a rough surface of contact (see *Matsu'ura et al.*, 1992) In the classical approach of the non-linear problem of slipping with weakening, the scale invariance is implicitly assumed as for the crack theory (*Andrews*, 1976; *Madariaga*, 1976 and *Fukuyama and Madariaga*, 1998). In these theories the same effective friction law is assumed for every time or space scale. The aim of this paper is to investigate this assumption using simple numerical experiments. We aim to check the assumption that it exists an equivalent macroscopic friction law for the problem of a fault with small scale heterogeneity of strength. By equivalent, we mean that this "macroscopic" effective law is sufficient to describe the global behavior of the fault. Our analysis concerns primarily the initiation phase which is an unstable and highly dynamic stage. As a matter of fact, this stage of the rupture corresponds to the evolution of the friction from its static level to its dynamic value. It is therefore the best stage to describe the friction evolution. Indeed, the friction law governs also the rupture propagation and one of our objectives is to test the accuracy of an effective friction law in the description of the complete process. We performed numerical experiments based on a finite difference resolution of the anti-plane problem as described in *Ionescu and Campillo* [1999]. The present paper concentrates on a single change of scale from the point of view of classical mechanics. We expect that this type of approach provides useful indications on the rules of scaling that can be included in more general conceptual models of earthquake behavior such as the ones based on simplified interaction between elementary patches (*Burridge and Knopoff*, 1967; *Carlson and Langers*, 1989) or on a hierarchical approach (*Narteau et al.*, 1999).

### 3.4.2 Heterogeneous and equivalent problems

The macroscopic behavior of a fault with small scale heterogeneity of resistance is difficult to relate with the local properties of the fault. Indeed the non-linearity resulting from the progressive breaking of resistant barriers prevents from using directly simple homogenization technique. In addition, since the friction law appears



as a local boundary condition, the local (microscopic) properties are kept fixed in the global process. A formal measure of the friction on the fault itself would just be a local particular law, that is varying with the position along the fault. All over this paper we focus on the following question: *How to obtain an effective (homogeneous, equivalent) friction law for the heterogeneous fault with an equivalent evolution of the slip?* Let us give now the statement of the heterogeneous and equivalent problems. In what it follows we shall denote with the indexes  $h$  and  $e$  the fields, equations, laws, etc. attached to the heterogeneous and equivalent problem respectively. If no index is used it means that the field or equation is the same for both problems. We consider the anti-plane shearing on a finite fault  $y = 0$ ,  $|x| < a$  of length  $2a$ , denoted by  $\Gamma_f$ , limited by unbreakable barriers, in an homogeneous linear elastic space. The contact on the fault is described by a slip dependent friction law. We assume that the displacement field is 0 in directions  $Ox$  and  $Oy$  and that  $u_z$  does not depend on  $z$ . The displacement is therefore denoted simply by  $w(t, x, y)$ . The elastic medium has the shear rigidity  $G$ , the density  $\rho$  and the shear velocity  $c = \sqrt{G/\rho}$ . The non-vanishing shear stress components are  $\sigma_{zx} = \tau_x^\infty + G\partial_x w(t, x, y)$  and  $\sigma_{zy} = \tau_y^\infty + G\partial_y w(t, x, y)$ , and the normal stress on the fault plane is  $\sigma_{yy} = -S$  ( $S > 0$ ).

The equation of motion is

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(t, x, y) = c^2 \nabla^2 w(t, x, y) \quad (3.40)$$

for  $t > 0$  and  $(x, y)$  outside of the fault  $\Gamma_f$ .

Concerning the boundary conditions on  $\Gamma_f$  we have:

$$\sigma_{zy}(t, x, 0^+) = \sigma_{zy}(t, x, 0^-), \quad |x| < a, \quad (3.41)$$

and the friction law. For the heterogeneous problem slip dependent friction law reads:

$$\sigma_{zy}^h(t, x, 0) = \mu^h(x, \delta w^h(t, x))S, \quad |x| < a, \quad \partial_t \delta w^h(t, x) > 0, \quad (3.42)$$

$$\sigma_{zy}^h(t, x, 0) \leq \mu^h(x, \delta w^h(t, x))S, \quad |x| < a, \quad \partial_t \delta w^h(t, x) = 0, \quad (3.43)$$

where  $\delta w^h(t, x) = \frac{1}{2}(w^h(t, x, 0^+) - w^h(t, x, 0^-))$  is the half of the relative slip and  $\mu^h(\delta w)$  is the coefficient of friction on the heterogeneous fault which will be described below. We consider here a series of strong patches of width  $b_s$  which are evenly distributed on the fault (see Figure 3.11a). They form a surface of strong resistance

$\Gamma_f^s$  with a large static friction coefficient  $\mu_s^s = \mu^h(x, 0)$  if  $x \in \Gamma_f^s$ . The other part of the fault, denoted  $\Gamma_f^w$ , has a weak static resistance  $\mu_s^w = \mu^h(x, 0)$  if  $x \in \Gamma_f^w$ . It is composed of a series of weak patches of width  $b_w$ . We call  $\delta\mu_s = \mu_s^s - \mu_s^w > 0$  the increase of static resistance on the barriers. Everywhere on the fault we assume a linear slip-weakening friction.

The dynamic friction  $\mu_d$  and the critical slip  $L_c$  are assumed constant on the fault. In conclusion the heterogeneous friction coefficient  $\mu^h(x, \delta)$  is a piecewise linear function illustrated in Figure 3.11b and given by:

$$\begin{aligned} \mu^h(x, \delta) &= \mu_s^s - \frac{\mu_s^s - \mu_d}{L_c} \delta, & \delta \leq L_c, \quad x \in \Gamma_f^s, \\ \mu^h(x, \delta) &= \mu_s^w - \frac{\mu_s^w - \mu_d}{L_c} \delta, & \delta \leq L_c, \quad x \in \Gamma_f^w, \\ \mu^h(x, \delta) &= \mu_d & \delta > L_c, \quad |x| < a. \end{aligned} \quad (3.44)$$

On the equivalent fault we shall consider a homogeneous friction law (i.e.  $\mu$  is not depending on the position  $x$  on the fault):

$$\sigma_{zy}^e(t, x, 0) = \mu^e(\delta w^e(t, x))S \quad |x| < a, \quad \partial_t \delta w^e(t, x) > 0 \quad (3.45)$$

$$\sigma_{zy}^e(t, x, 0) \leq \mu^e(\delta w^e(t, x))S, \quad |x| < a, \quad \partial_t \delta w^e(t, x) = 0 \quad (3.46)$$

where  $\delta w^e(t, x) = \frac{1}{2}(w^e(t, x, 0^+) - w^e(t, x, 0^-))$  is the half of the relative slip and  $\mu^e(\delta w)$  is the coefficient of friction on the equivalent (homogeneous) fault. Note that for the equivalent problem we will not assume a linear weakening.

The initial conditions are denoted by  $w_0$  and  $w_1$ , that is,

$$w(0, x, y) = w_0(x, y), \quad \frac{\partial w}{\partial t}(0, x, y) = w_1(x, y). \quad (3.47)$$

Since our intention is to study the evolution of the elastic system near an unstable equilibrium position, we shall suppose that  $\tau_y^\infty = S\mu_s^w$ , is the static value of the friction coefficient on the weak part of the heterogeneous fault. We remark that taking  $w$  as a constant satisfies (4.1)-(4.3); hence  $w \equiv 0$  is a meta-stable equilibrium position, and  $w_0, w_1$  may be considered as small perturbation of the equilibrium.

Finally let us state the main problem of this paper:



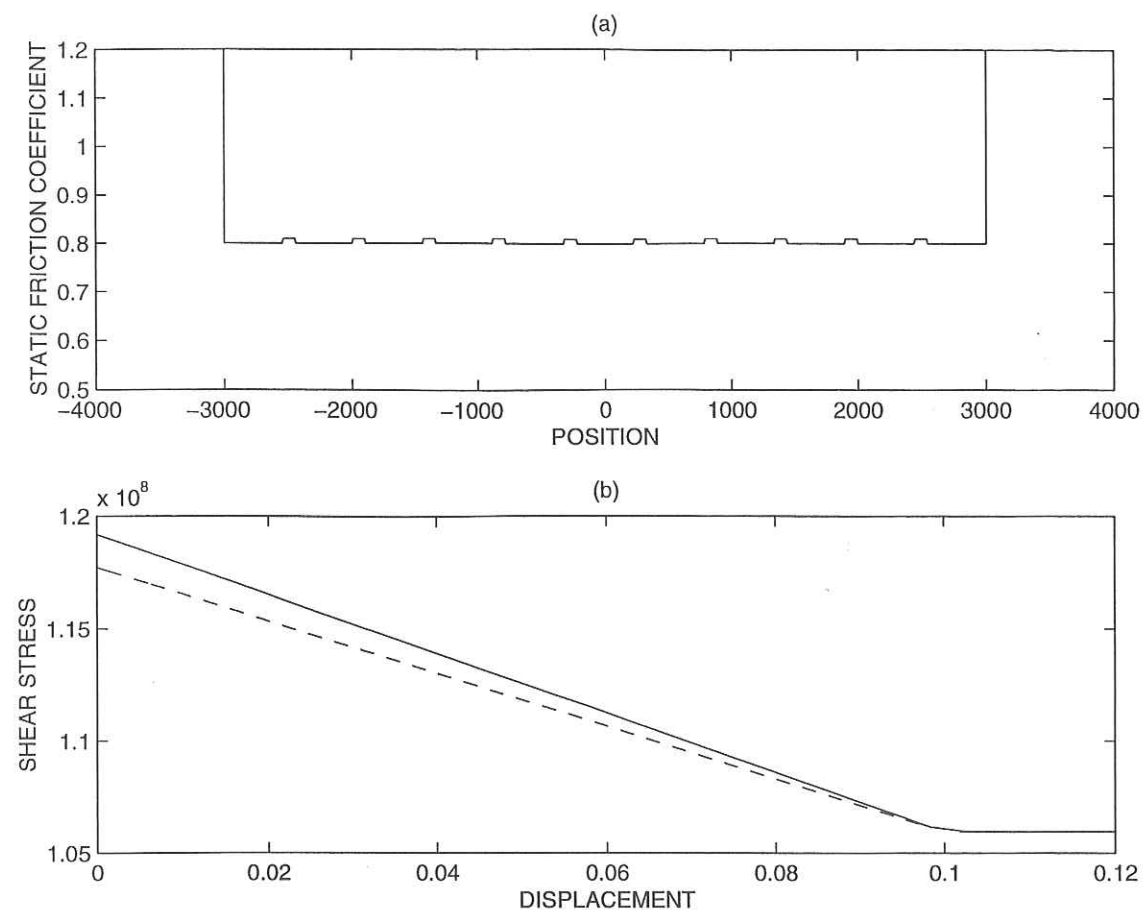


FIG. 3.11 – a) Static friction coefficient on the fault. The extremities are assumed to be unbreakable. b) The friction law on the strong (continuous line) and weak (dashed line) patches.

Find the equivalent friction law  $\mu^e(\delta)$  such that the equivalent displacement function  $w^e(t, x, y)$  is a good approximation for the displacement evolution  $w^h(t, x, y)$  during the initiation and propagation stages.

### 3.4.3 A simple heterogeneous fault model

We consider a fault of finite length  $2a$  with  $a = 3000$  m as presented in Figure 3.11 and described in the previous section. Note that this length can be scaled with respect to the friction parameters (Dasalu *et al.*, 2000). A discussion of this scaling appears further in this section. The dynamic friction is assumed homogeneous on the fault. The instability begins with a small perturbation of velocity at the center of the fault and the process is modeled with a finite difference scheme (Ionescu and Campillo, 1999). In the following, the parameters of the models are kept constant

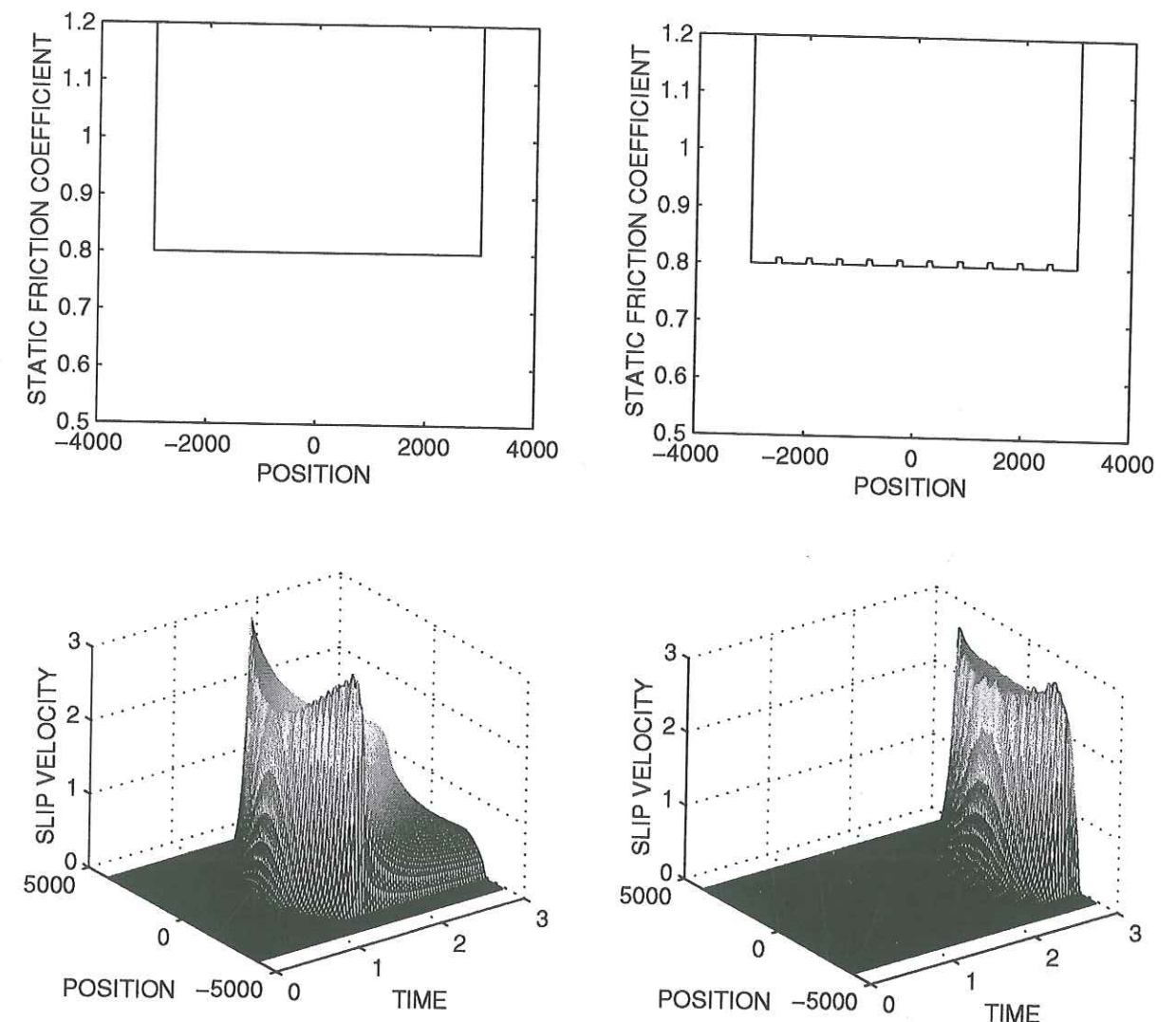


FIG. 3.12 – Comparison between the initiation on a homogeneous (left) and inhomogeneous (right) finite fault. The distribution of strength is presented on top of the evolution of slip velocity on the fault.

when it is not specifically indicated. We consider a medium with a density  $\rho = 3000$  kg/m<sup>3</sup> and a shear velocity  $c_s = 3000$  ms<sup>-1</sup>. The friction law parameter for the weak patches are  $\mu_s = 0.8$ ,  $\mu_d = 0.72$  and  $L_c = 0.1$  m. The normal stress corresponds to a depth of 5000 m. In the first model we consider the presence of 10 strong patches of width  $b = 100$  m corresponding to an increase of strength  $\delta\mu_s = 0.01$ . While modest, this heterogeneity has a considerable influence on the development of the shear instability.



This is illustrated in Figure 3.12. We compare the results obtained with and without the presence of the strong patches. In the case on an homogeneous fault, the instability develops rapidly and the slip velocity profiles have smooth shapes. This features have been described by *Campillo and Ionescu* [1997] in the infinite case and by *Dascalu et al.* [2000] for finite faults. In presence of strength heterogeneity, the slip velocity profiles display small irregularities that are indeed characteristic of the distribution of the strong patches. Furthermore, the instability development is much slower than for an homogeneous fault. Our goal here is to check if the behavior of the heterogeneous fault can be reproduced by using a model of homogeneous fault with an 'effective' friction law. Let us first discuss the conditions of this numerical experiment with respect to the theoretical stability analysis of *Dascalu et al.* [2000]. In the case of the homogeneous weak fault, i.e.  $\delta\mu_s = 0$ , the non-dimensional weakening parameter defined in this paper:

$$\beta = a\alpha_c = a \frac{S(\mu_s^w - \mu_d)}{GL_c} \quad (3.48)$$

equals 13.08 and is much larger than the critical value  $\beta_0 = 1.15774$  that limits the stability domain of the system. Therefore, the homogeneous weak fault behaves like an infinite fault during the initiation. Let consider now the case of an isolated weak patch of the heterogeneous model. The value of  $\beta$  in this case is  $b_w \frac{S(\mu_s^w - \mu_d)}{GL_c} = 0.981$  that is less than  $\beta_0$ . That means that such a weak patch is not long enough to allows the instability to develop with the friction law considered here. However as shown in Figure 3.12, the instability develops on a series of weak patches separated by narrow zones of resistance because of the elastic interaction between the slipping patches. This interaction is difficult to represent mathematically but one can easily figure out the process by considering a simple analogy. The presence of a series of weak patches lowers the apparent stiffness of the body and therefore leads to a broader domain of instability than for a single isolated slipping patch.

#### 3.4.4 Dynamic evaluation of the effective friction law

To obtain an effective friction law for the heterogeneous fault, we rely, in this section, on theoretical results obtained for the initiation of an infinite homogeneous fault. It is possible to extrapolate this results to the case of a finite fault when it is

large enough that its finiteness has no influence on the initiation process, that is when the non-dimensional parameter  $\beta$  is much larger than  $\beta_0 = 1.1577..$  (as it is discussed in the previous section). For the infinite homogeneous fault, *Campillo and Ionescu* [1997] used a spectral method to separate the complete displacement  $w^e(t, x, y)$  into a "wave part" that corresponds to propagation of the initial perturbation and a "dominant part"  $w_d^e(t, x, y)$  that describes the exponential time growth of the instability. Rapidly the "wave part" becomes negligible and the solution can be identified to the «dominant part», i.e.

$$w^e(t, x, y) \approx w_d^e(t, x, y)$$

which has the form:

$$\begin{aligned} w_d^e(t, x, y) = & \frac{\alpha_c}{\pi} \exp(-\alpha_c y) \left\{ \int_{-\alpha_c}^{\alpha_c} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \exp(-\alpha_c s + i\alpha(x-u)) \right. \\ & \times [\cosh(ct\sqrt{\alpha_c^2 - \alpha^2}) w_0(u, s) \\ & \left. + \frac{\sinh(ct\sqrt{\alpha_c^2 - \alpha^2})}{c\sqrt{\alpha_c^2 - \alpha^2}} w_1(u, s)] du ds d\alpha \right\} \end{aligned} \quad (3.49)$$

with

$$\alpha_c = -\frac{\mu' S}{G}, \quad \mu' = \frac{\partial \mu}{\partial \delta}. \quad (3.50)$$

Equation (3.49) shows an important property of the displacement field inside the bulk during the initiation process: the evolution of the displacement along  $y$  is simply described by  $\exp(-\alpha_c y)$ . This is an almost obvious consequence of the condition of slip dependent friction that can be obtained by any linearization around the equilibrium. In the very simple conditions considered so far, it is an important property since it indicates that a parameter of the local boundary condition on the fault (the rate of slip weakening  $G\alpha_c$ ) can be retrieved directly from the knowledge of the displacement field in the bulk. The shear stress in the bulk  $\sigma_{zy}^e(t, x, y)$  can be approximated by  $G\partial_y w_d^e(t, x, y)$  and therefore, during the initiation, the derivative  $\frac{-1}{G} \frac{\partial \sigma_{zy}^e(t, x, y)}{\partial w_d^e(t, x, y)}$  measured in the bulk gives the rate of slip weakening  $\mu'$  on the fault. Alternatively, we note that  $\alpha_c$  is equal to the derivative of strain with respect to displacement  $\frac{-1}{G} \frac{\partial \sigma_{zy}^e(t, x, y)}{\partial w_d^e(t, x, y)}$ . There is no spatial scale involved in the infinite problem.



Nevertheless, this shows that the local friction characteristics on the fault is governing the displacement field in an extended region around the fault. In this homogeneous case, the local property on the fault (let call it at the microscopic scale) is the same as the one inferred in the elastic bulk (let call it at the macroscopic scale). Indeed this reasoning is strictly valid in the domain of application of the linearization used by Campillo and Ionescu (1997). When the slip reaches  $L_c$ , the crack propagation begins on a part of the fault and the problem becomes heterogeneous. In the same time the stress on the fault remains constant and we can expect that, at a point in the bulk close to the fault, the stress remains constant too. The stress-displacement relation in the bulk therefore mimics perfectly the friction on the fault. It can be verified numerically easily and we verify that the agreement is perfect between stress-displacement in the bulk and on the fault. For the infinite fault, we saw that  $\alpha_c$  can be obtained by computing the derivative of strain with respect to displacement. In the following, when more general configurations are considered, we will refer to this derivative as

$$\gamma = \frac{-1}{G} \frac{\partial \sigma_{zy}^e(t, x, y)}{\partial w_d^e(t, x, y)}.$$

Let us now apply the ideas presented for the infinite problem to the case of a finite homogeneous fault. We concentrate on the initial weakening.

Figure 3.13 presents the displacement field a short time after the initial perturbation. At the time considered (0.23s), the process is still in the initiation stage as it can be seen on Figure 3.12. The processing of this displacement field leads to a map of the parameter  $\gamma(x, y)$ , the derivative of shear strain with respect to displacement, that corresponded to  $\alpha_c$  in the theory of the infinite fault. This parameter was computed for every point where the displacement is larger than a threshold value of  $10^{-6}m$ . One must note the narrow range of value used in the representation in Figure 3.13. It is remarkable that the value of  $\gamma$  measured in the vicinity of the fault is precisely the expected value for the weakening law considered here ( $4.3610^{-3}m^{-1}$ ). This computation shows that, knowing the displacement field outside the fault, one could retrieve the weakening on the fault, even in the case of a finite fault when, as here, the fault length is much larger than the slipping patch. Indeed, for an homogeneous fault, it was just a formal exercise and a numerical validation. We can now

study in the same way the case of an heterogeneous fault as the one considered for the computation presented in Figure 3.12. We shall use the numerical experiments to check if the property of the homogeneous problem can be applied to a problem with an heterogeneity of small scale. Our goal here is to define a non local effective friction law that can be used to renormalize the problem with a small scale heterogeneity into an homogeneous one. So far, there is no evidence that an effective friction could be defined for an heterogeneous fault.

### 3.4.5 Definition of the effective friction law and test of its accuracy.

We rely directly on the analogy with the homogeneous problem to define an effective or renormalized friction law. Using the numerical results of the heterogeneous fault model corresponding to Figure 3.13, we measure in the bulk the relation between the stress and the slip for the initiation phase, that is before the arrival of the waves associated with the propagation of crack like slipping fronts on the different sections of the fault. To choose the point of measure, let us examine the distribution of displacement and strain. We consider first a time at the beginning of the initiation phase.

Figure 3.14 presents the results obtained in a similar way as it was done in Figure 3.13 for the homogeneous finite fault. At this point the barriers still resist and the initiation develops only on the weak patches. The heterogeneity of the displacement field is clearly visible on the top plot of Figure 3.14. Indeed this heterogeneity is also present on the distribution of the derivative of strain with respect to displacement. Nevertheless, in spite of the narrow range of value used in the plot, it is remarkable to notice that at a distance from the fault larger than the width of the weak patches, an almost constant value is reached. This indicates the emergence of a simple collective behavior that will be interpreted as an eigenmode in the next section. Note that close to the causality limit, one can observe a criss-cross pattern which corresponds to the



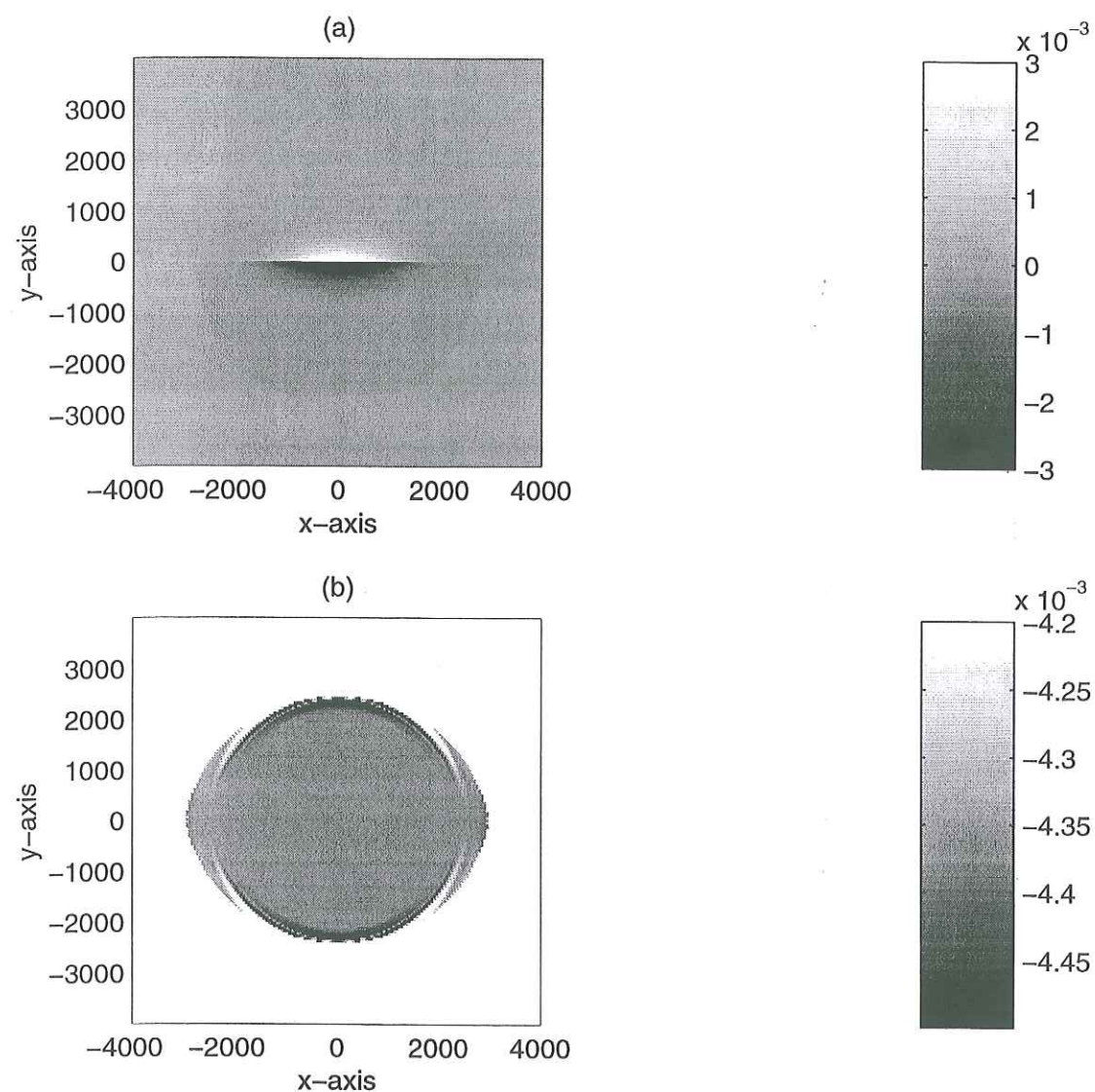


FIG. 3.13 – Top: Displacement at a time  $t=0.23s$  during the initiation as a function of  $x$  and  $y$ . The computation corresponds to the one presented in Figure 3.12. Bottom: Derivative of strain with respect to displacement ( $\gamma$ ) as a function of  $x$  and  $y$  at the same time. The value associated with the friction law in the infinite fault theory is  $4.3610^{-3}m^{-1}$ .

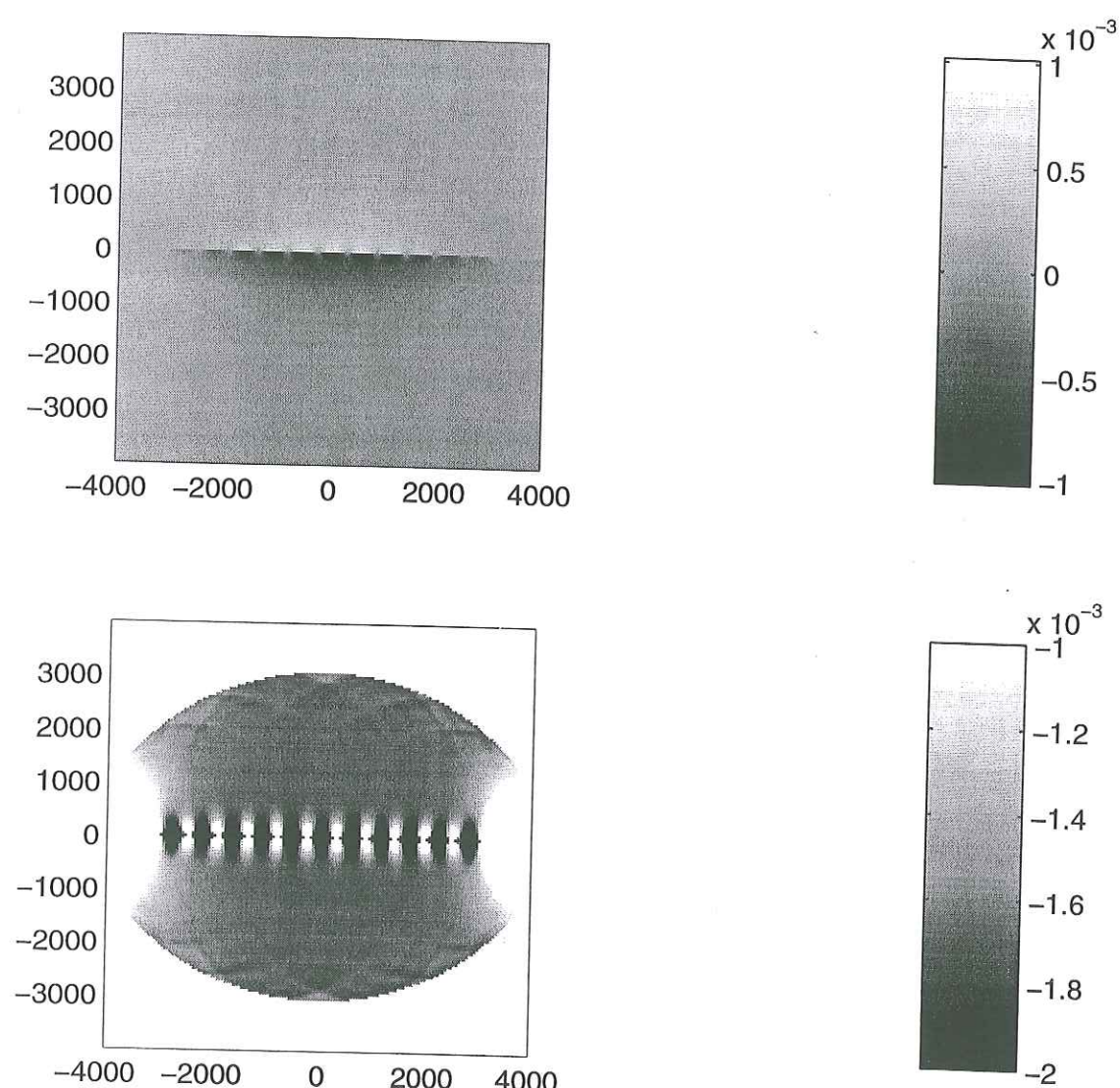


FIG. 3.14 – Top: Displacement at a time  $t=0.27s$  during the initiation as a function of  $x$  and  $y$  for the heterogeneous fault. The computation corresponds to the one presented in Figure 3.12. Bottom: Derivative of strain with respect to displacement ( $\gamma$ ) as a function of  $x$  and  $y$  at the same time. Note the constant value of  $\gamma$  in a broad region around the fault.



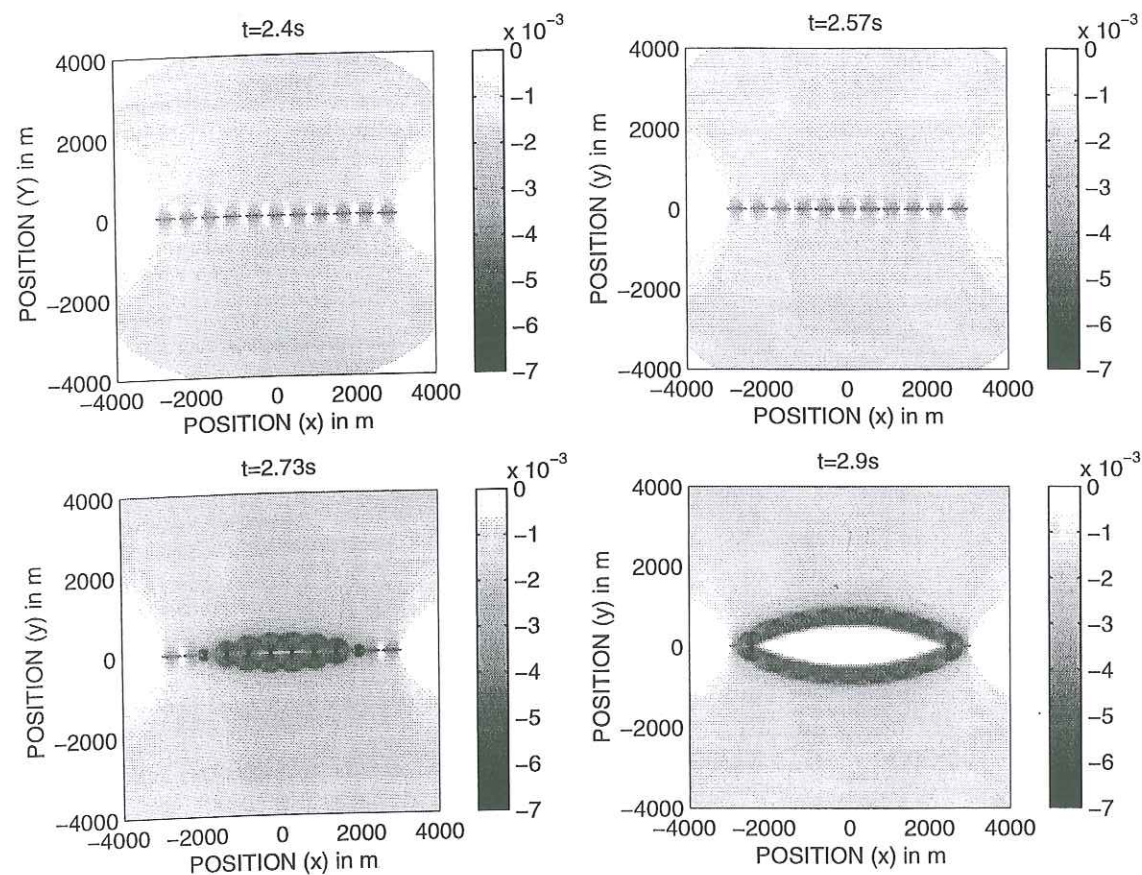


FIG. 3.15 — Top: The  $\gamma$  parameter at the end of the initiation and at the beginning of rupture propagation. Note the change of  $\gamma$  with time at a given point.

signature of the propagation of the initial conditions imposed to start the instability. As it will be discussed latter on, the problem remains formally identical as far as the barriers are resisting. It is interesting to visualize what happens when the barriers fail. When a first barrier begins to break, the initiation process accelerates and very rapidly, all the barriers are broken. The resistance of the fault is strongly affected and we expect a large apparent weakening rate. This can be visualized by looking at the  $\gamma$  parameter during this transition as it is illustrated in Figure 3.15. Note that in this case the plotting scale is much larger than in the previous plots.

At a time of 2.4 s, the barriers are still resisting.  $\gamma$  has a value of  $1.63 \cdot 10^{-3} m^{-1}$  in a broad region around the fault. The slip begins at the barriers at the center of the fault at 2.57 s. At 2.73 s,  $\gamma$  reaches a much larger value in the region around the slipping strong patches, indicating a strong apparent weakening. Soon after, at

2.9 s, the entire central part of the fault has slipped of more than  $L_c$  and the stress on the fault is constant equal to the dynamic friction. The corresponding apparent weakening is therefore obviously null as shown in Figure 3.15. Again this can be observed in the elastic bulk. The three stages of the physical evolution of the fault are well marked in the values of  $\gamma$ . This suggests that the effective friction can be searched in the bulk, at a distance of the fault of the order of the distance between two strong patches, expecting that it occurs a form of averaging by the response of the elastic body. We can check the accuracy of this rather naive approach by a numerical test. We present in Figure 3.16 the stress-displacement relation which we propose to use as an effective friction law. It is directly derived from the numerical test at a point located at  $x=1000m$  measured from the center of the fault and  $y=400m$  away from the fault. We use it directly as the local condition on the surface of an homogeneous fault with the same length as previously.

Figure 3.16 shows a comparison between the slip velocity profiles on the fault at different times for the complete heterogeneous model and for the homogeneous one with the effective friction law. The global agreement is excellent. Indeed the homogeneous model cannot account for the details of the profile in the heterogeneous case, but the timing of the growth of the instability and the average shape of the velocity profile at every times are perfectly reproduced. This agreement extends further the domain of initiation in the one of crack propagation as it was suggested by the results presented in Figure 3.15. Part of the success of this comparison can be understood by considering the existence of a global mode of growth of the instability on the fault as it will be explained in the next section. One can note on Figure 3.16 that the weakening rate of the effective law at the origin is smaller than the one of the reference fault. As discussed in Ionescu and Campillo [1999], this weakening rate governs the duration of the initiation. The increase of duration of initiation due to the heterogeneity (as illustrated in Figure 3.12) is directly expressed in the effective law by the decrease of initial weakening rate. In order to investigate the domain of applicability of this approach, we performed a series of tests with increasing  $\delta\mu_s$ . In Figure 3.17, we present a comparison between the heterogeneous model and the effective one for  $\delta\mu_s = 0.05$ . As already stated, an homogeneous model cannot account for the peculiarities of an heterogeneous one, as the high frequency wave



radiation for example. Nevertheless we find again an excellent agreement concerning the timing of the instability evolution and the smoothed shape of the velocity profiles. This numerical experiment shows that the renormalization can be performed for a broad range of model and lead to useful results for the simulation. We performed a series of computations to test the sensitivity of our results to the numerical conditions. We verified carefully that our results are independent of the grid size. To do so, we considered a grid 2 times, then 8 times smaller and we obtained almost indistinguishable effective friction laws. We tested also the dependence of the effective on the position and shape of the initial perturbation. Again, the test showed the robustness of the evaluation of the effective law. In the next section, we enter in further details in the theoretical justification of our technique.

### 3.4.6 Spectral evaluation of the effective friction law

The spectral analysis relies on a linearization valid in the initiation, that is the phase of the slip evolution when the stress evolves from the fault strength to the dynamic stress. Indeed it is a peculiarity of the law with constant weakening rate used here. *Campillo and Ionescu* [1997] used a spectral method to solve the problem of the initiation of shear instability on a homogeneous infinite fault. In the case of an unstable finite fault with homogeneous friction properties, the initiation develops according to a finite set of eigenfunctions associated with positive eigenvalues that govern the exponential evolution of the instability. The process evolution is dominated by the greatest positive eigenvalue  $\lambda_0^2$ . Indeed the displacement can be generically written in its spectral expansion as:

$$w(t, x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} [ch(ct\lambda_i)W_0^i + sh(ct\lambda_i)]W_1^i\Phi_i(x, y),$$

where  $\lambda_0^2 > \lambda_1^2 > \dots$  are the eigenvalues (which are real and satisfy  $\lim_{i \rightarrow \infty} \lambda_i^2 = -\infty$ ) and  $\Phi_i$  are the corresponding eigenfunctions. After a period of time the term which involves  $\exp(ct\lambda_0)$  completely dominate all other terms in the series, hence

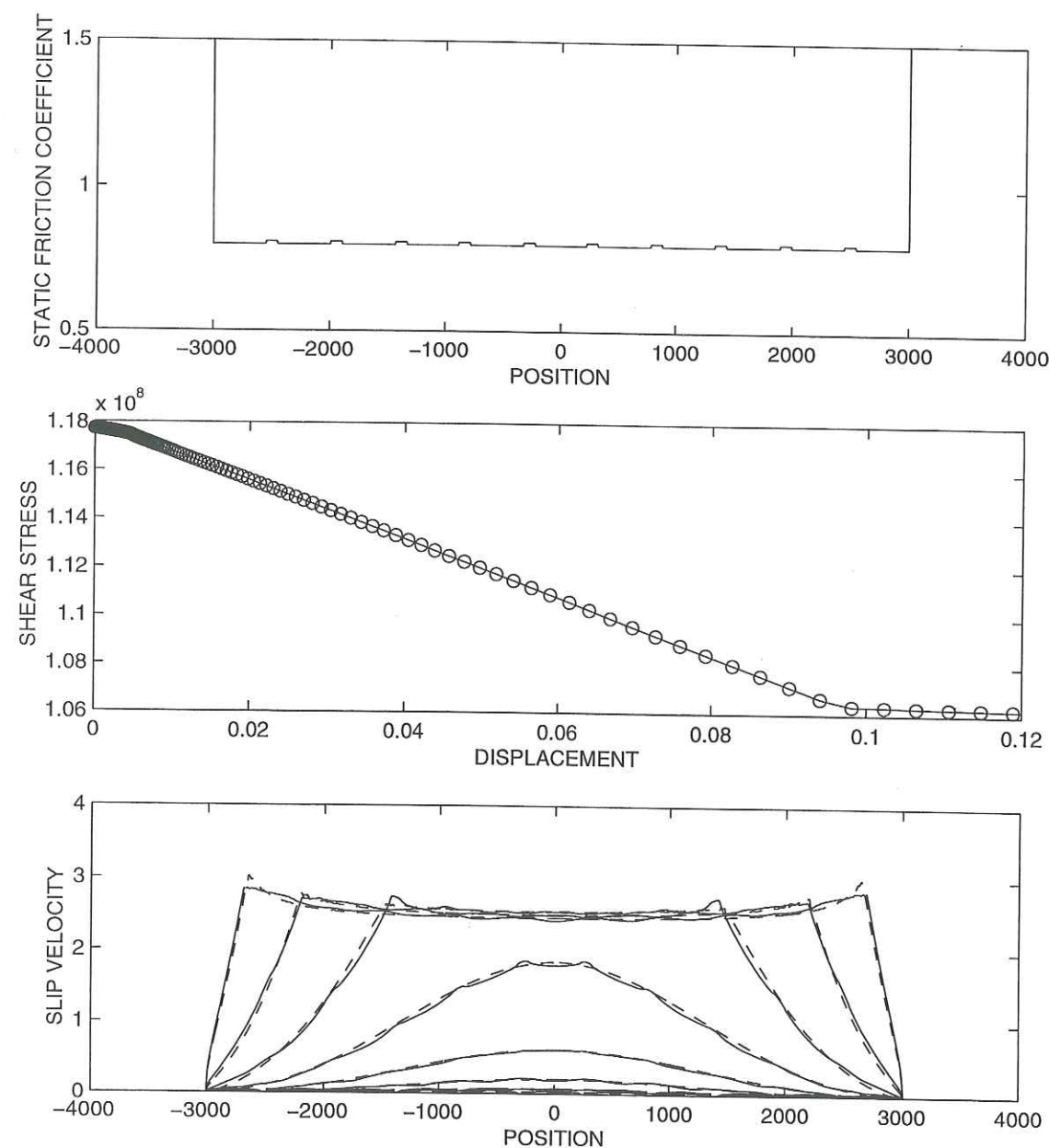


FIG. 3.16 – Top: Profile of static resistance along the fault. Center: Effective friction law used in the computation. Bottom: Comparison between the complete solution (continuous line) and the results obtained with the effective friction law (dashed lines) at the same times.



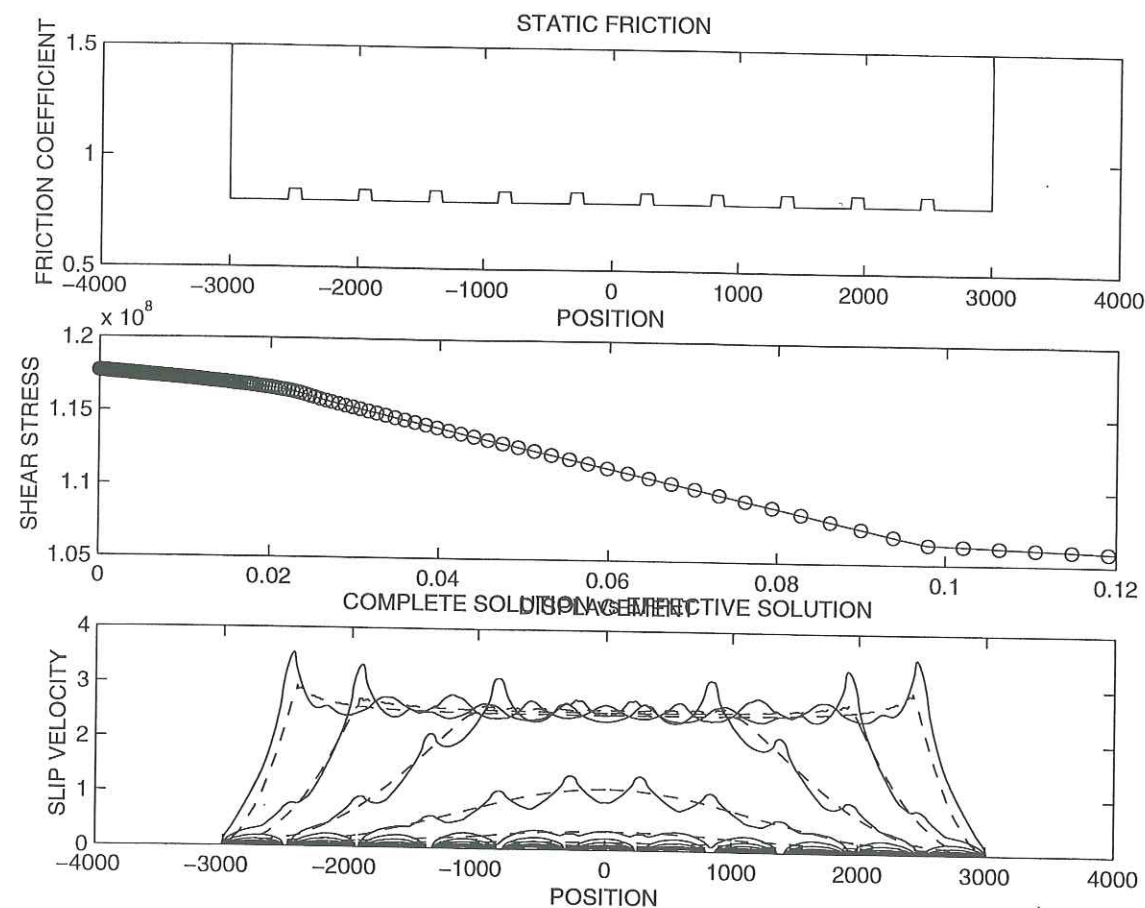


FIG. 3.17 – Top: Profile of static resistance along the fault. Center: Effective friction law used in the computation. Bottom: Comparison between the complete solution (continuous line) and the results obtained with the effective friction law (dashed lines) at the same times.

we can write:

$$w(t, x, y) \approx [ch(ct\lambda_0)W_0^0 + sh(ct\lambda_0)]W_1^0\Phi_0(x, y).$$

To obtain an effective friction law for the heterogeneous fault, we rely on theoretical results obtained for the initiation of an homogeneous fault. Indeed we shall define the effective or equivalent friction as the slip dependent function which implies the same first positive eigenvalue as the one associated with the heterogeneous problem. As we have seen in the previous section, the effective laws can be reasonably approximated by piecewise linear functions (Figures 3.16 and 3.17). The two different slopes shown on these figures correspond to only two different successive eigenvalues in the initiation on the heterogeneous fault. They define two periods which we shall refer to as early and final initiation. The spectral analysis is based on a linearization of the heterogeneous problem. The *early initiation* corresponds to a linear slip weakening friction on the weak part of the heterogeneous fault while the barriers remain intact. This linearization is valid until the beginning of slip on one asperity that defines the end of the early initiation stage. Formally, at the beginning of the instability (i.e. in the early initiation) in the heterogeneous model considered here, the problem can be linearized in the form of an eigenvalue problem: find the heterogeneous early initiation eigenfunction  $\Phi_e^h$  and eigenvalue  $(\lambda_e^h)^2$  such that

$$\nabla^2 \Phi_e^h(x, y) = (\lambda_e^h)^2 \Phi_e^h(x, y) \quad \text{for } y > 0, \quad (3.51)$$

$$\Phi_e^h(x, 0) = 0, \quad \text{for } |x| > a, \text{ or } x \in \Gamma_f^s \quad (3.52)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \Phi_e^h(x, 0) = -\alpha_w^h \Phi_e^h(x, 0) \quad \text{for } x \in \Gamma_f^w. \quad (3.53)$$

where  $\alpha_w^h$  is a parameter which has the dimension of a wavenumber ( $m^{-1}$ ) given by

$$\alpha_w^h = \frac{(\mu_s^w - \mu_d)S}{GL_c}. \quad (3.54)$$

Since we deal with a symmetric operator we have real-valued eigenvalues  $(\lambda_e^h)^2$ , i.e.  $\lambda_e^h$  is real or purely imaginary. This type of problem requires a numerical resolution. It can be achieved quite easily using a finite element method (Voisin et al., 2000). Let us denote by  $\lambda_{e0}^h$ , the greatest real eigenvalue (we suppose that there exists) and the associated eigenfunction  $\Phi_{e0}^h$  of (3.51)-(3.53).

Let us consider now the spectral problem of the homogeneous case associated with the early initiation stage: find the effective early initiation eigenfunction  $\Phi_e^e$



and eigenvalue  $(\lambda_e^e)^2$  such that

$$\nabla^2 \Phi_e^e(x, y) = (\lambda_e^e)^2 \Phi_e^e(x, y) \quad \text{for } y > 0, \quad (3.55)$$

$$\Phi_e^e(x, 0) = 0, \quad \text{for } |x| > a, \quad (3.56)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \Phi_e^e(x, 0) = -\alpha \Phi_e^e(x, 0) \quad \text{for } |x| < a. \quad (3.57)$$

Let us denote by  $\lambda_0^e = \Lambda(\alpha)$ , the greatest real eigenvalue of (3.55)-(3.57). This spectral problem was already studied by *Dasalu et al.* [2000] with an integral method and *Voisin et al.* [2000] using a finite element method. They computed the relation between the first eigenvalue  $\lambda_0^e$  and the wave number  $\alpha$ . From the function  $\Lambda$  we can deduce the early initiation equivalent wave number  $\alpha_e^e$  and the corresponding weakening rate  $\mu_e' = -\frac{G}{S}\alpha_e^e$  for the effective model. Indeed  $\alpha_e^e$  is deduced such that we have the same eigenvalue as in the heterogeneous case, i.e.  $\Lambda(\alpha_e^e) = \lambda_{e0}^h$  which gives:

$$\mu_e' = -\frac{G}{S}\Lambda^{-1}(\lambda_{e0}^h). \quad (3.58)$$

For large values  $b_w \alpha_w^h \gg \beta_0 = 1.1577...$ , i.e. large  $\lambda_e^h$  or "rapid" initiation, we know that the infinite fault solution can approximate the initiation phase on a finite fault (see *Ionescu and Campillo*, 1999). Hence we can use the analytical (and not numerical!) simple formula for  $\lambda_{e0}^e(\alpha)$  obtained by *Campillo and Ionescu* [1997] in the case of an infinite fault i.e.

$$\Lambda(\alpha) \approx \alpha \quad (3.59)$$

In this way we can easily deduce the approximative formula for effective weakening rate in the early initiation:

$$\mu_e' \approx -\frac{G}{S}\lambda_{e0}^h.$$

As soon as the asperities begin to break, the linearization above loses its validity. There is here a complex phase with a completely non linear, heterogeneous problem. Our numerical experiments indicate that, once a barrier begins to slip its neighbors slip too very soon after. The change of behavior is very rapid in the cases we studied. When all the barriers are slipping, the problem again reduces to a linear problem. The linear slip dependence of the friction has two different slopes on the heterogeneous fault corresponding to the weak or strong parts. We shall call this stage the *final initiation*. We have first considered the early stage of initiation. Let

us find now the weakening rate of the effective friction law during the final initiation stage. For this we will consider the heterogeneous eigenvalue problem corresponding to the period when all the barriers are slipping, i.e.: find the heterogeneous final initiation eigenfunction  $\Phi_f^h$  and eigenvalue  $(\lambda_f^h)^2$  such that:

$$\nabla^2 \Phi_f^h(x, y) = (\lambda_f^h)^2 \Phi_f^h(x, y) \quad \text{for } y > 0, \quad (3.60)$$

$$\Phi_f^h(x, 0) = 0, \quad \text{for } |x| > a, \quad (3.61)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \Phi_f^h(x, 0) = -\alpha_w^h \Phi_f^h(x, 0) \quad \text{for } x \in \Gamma_f^w, \quad (3.62)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \Phi_f^h(x, 0) = -\alpha_s^h \Phi_f^h(x, 0) \quad \text{for } x \in \Gamma_f^s. \quad (3.63)$$

where  $\alpha_s^h$  is a wavenumber corresponding to strong patch and given by

$$\alpha_s^h = \frac{(\mu_s^s - \mu_d)S}{GL_c}. \quad (3.64)$$

Let us denote by  $\lambda_{f0}^h$ , the greatest real eigenvalue (we suppose that it exists) and the associated eigenfunction  $\Phi_{f0}^h$  of (3.60)-(3.63). We can deduce now the final initiation wave number  $\alpha_f^e$  and the corresponding weakening rate  $\mu_f' = -\frac{G}{S}\alpha_f^e$  for the effective model such that we have the same eigenvalue as in the heterogeneous case, i.e.  $\Lambda(\alpha_f^e) = \lambda_{f0}^h$  which gives

$$\mu_f' = -\frac{G}{S}\Lambda^{-1}(\lambda_{f0}^h). \quad (3.65)$$

As in the early initiation stage, for large values of  $a\alpha_w^h \gg \beta_0 = 1.1577...$ , i.e. large  $\lambda_f^h$ , we have the approximative formula (3.59) for effective weakening rate during the final initiation stage:

$$\mu_f' \approx -\frac{G}{S}\lambda_{f0}^h.$$

We performed numerical computations of eigenvalues using the finite element approach of *Voisin et al.* [2000]. Both homogeneous and heterogeneous fault were considered and we found a good agreement between the weakening rates presented in Figure 3.16 and 3.17 and the effective ones deduced from the eigenvalue analysis. For example, for the early initiation, that leads to the same results for the two cases presented, we found an effective weakening rate  $\mu_e' = 0.299m^{-1}$  from the results of the finite difference computation while we obtain a value  $\mu_e' = 0.287m^{-1}$  from the eigenvalue analysis.



### 3.4.7 The influence of the amplitude of the friction heterogeneity.

We present in Figure 3.18 the effective friction laws corresponding to the reference homogeneous case, to the two heterogeneous cases previously considered and to an heterogeneous model with  $\delta\mu_s = 0.25$ . This last value represents a very strong heterogeneity for which the resistance on the strong patches exceeds the normal stress. This figure shows simple properties of the effective friction law. The most obvious is the fact that the rate of weakening at the origin is the same for the 3 models, that is independent of the amplitude of the perturbation. This weakening is governed by the geometry of the distribution of heterogeneities, which is the same for the three models. Physically, the instability experiences the same resistance until the static threshold on the strong patches is reached. The apparent weakening at the beginning is therefore in all cases the same as for a series of faults separated by unbreakable barriers.

In other words, this weakening is directly linked to the first eigenvalue of the problem of the initiation on a series of finite faults. The weakening rate changes when the stress concentration on the strong patches reaches the static resistance. The weakening rate is then intermediate between the ones of the weak and strong patches. One can easily verify that the slip for which occurs the change in slope is roughly proportional to  $\delta\mu_s$  as expected from a simple model of stress concentration at crack tips. In the case of  $\delta\mu_s = 0.25$ , the stress-displacement relation in the bulk for the initiation phase is perturbed by the strong emission of waves produced by the rupture of the strong patches. We shall see in the following that it is nevertheless possible to extract an effective law from this curve.

### 3.4.8 The influence of the geometry of the heterogeneity

Since the instability develops at first through the interaction between weak patches, we can expect that the strong patch width is an important parameter which controls the initial weakening rate of the effective friction law. In order to visualize the effect of this parameter, we performed a series of computations with the different

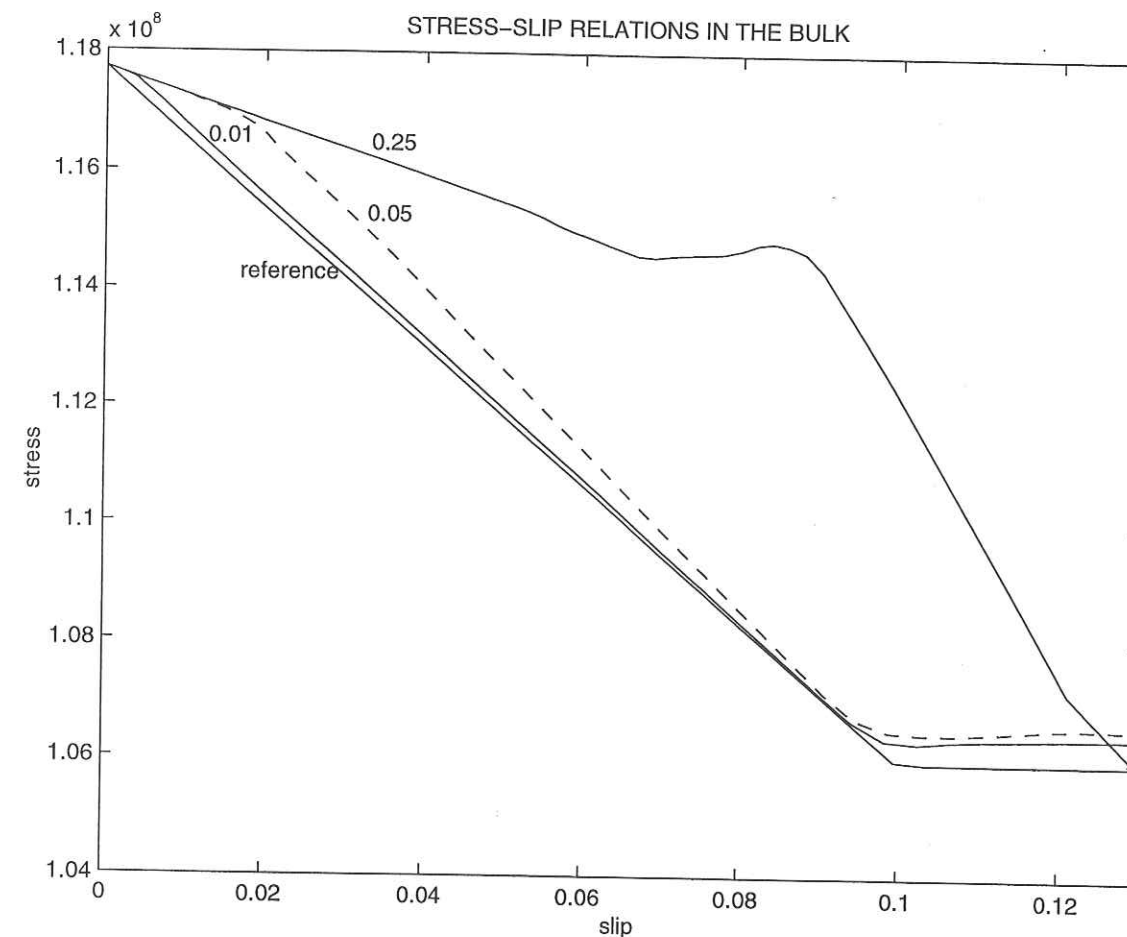


FIG. 3.18 — The stress-displacement relations measured in the bulk for different heterogeneous models. The values of  $\delta\mu$  are indicated. The local friction law is also shown as reference.



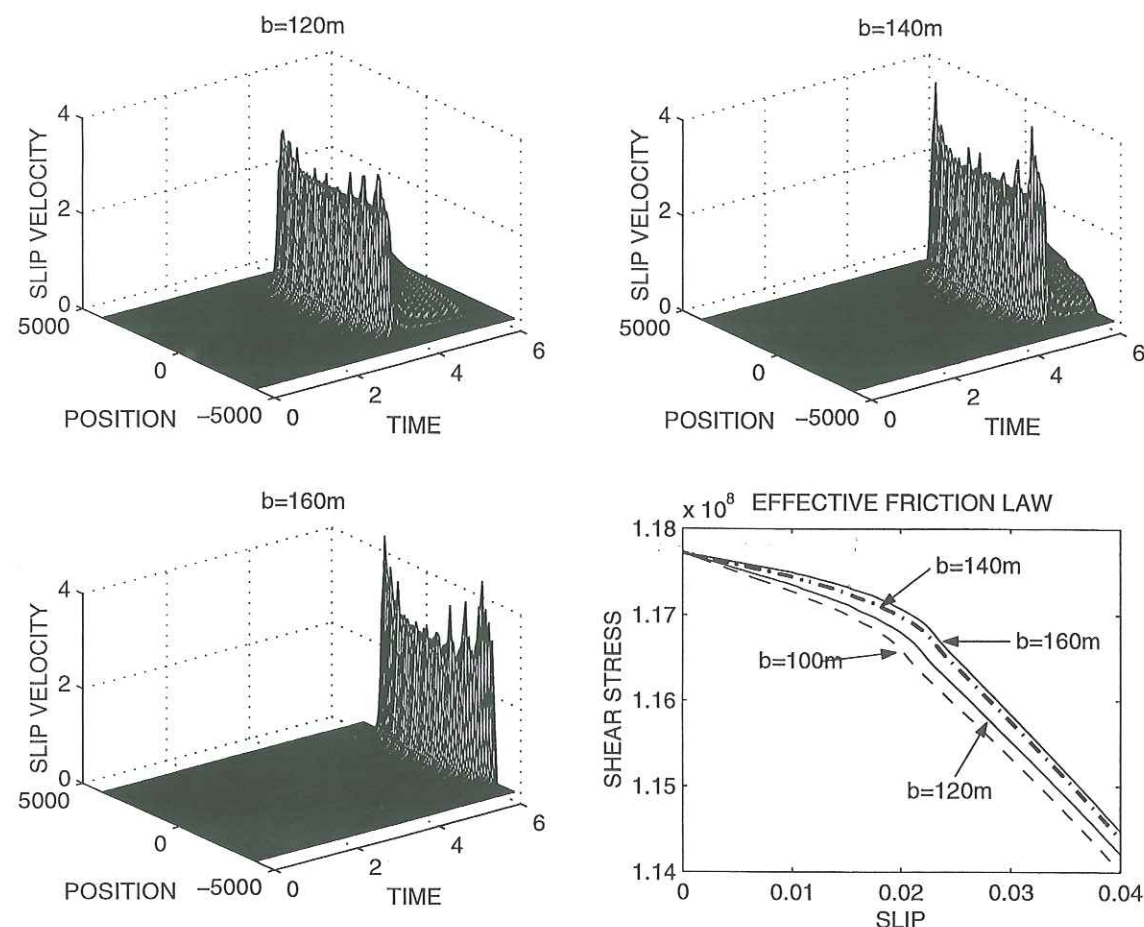


FIG. 3.19 – Slip velocity as a function of space and time for different values of  $b$ , the width of the asperities. The corresponding effective friction laws are plotted at the same scale.

values of  $b$ : 120m, 140m and 160m and a constant value of  $\delta\mu_s = 0.05$ . The results are presented in Figure 3.19. The plots showing the slip velocity as a function of position and time indicate that the initiation time increases with increasing barrier width.

As a matter of fact the initial weakening rate of the effective laws, also plotted on Figure 3.19, is decreasing with increasing width of barrier. When the size of the barrier or equivalently the distance between the cracks is increasing, the interaction between the slipping patches diminishes and the collective behavior of instability is delayed. On the other hand, the slip for which the change of weakening occurs is almost constant, as expected from the model of stress concentration on the strong patches.

### 3.4.9 The case of a very strong heterogeneity

The case where  $\delta\mu_s = 0.25$  corresponds to a severe heterogeneity of the fault. It corresponds to a crude approximation of an 'en echelon' fault system where well defined slipping patches are separated by geometrical barriers. The weak patches can begin to slip at relatively low stress ( $0.8S$  here) while large stress concentration are required to overcome the resistance of the barriers ( $1.05S$  here). As shown in Figure 3.18, it is difficult to identify directly an effective friction law from the stress-displacement relation obtained with the numerical solution of the complete model because of the perturbation by the very energetic waves produced by the rupture of the barriers. Following the simple two phase interpretation presented in the section on spectral analysis, we define the friction law by a piecewise linear function. The initial slope defines the first segment between 0 and  $0.094m$ . A second segment is given by the linear weakening observed between  $0.094m$  and  $0.125m$ . The friction is constant for larger slip. One must note here that the slip for which the friction becomes constant (the critical slip) is larger for the effective law than for the local laws on both the weak and strong patches. This important point will be discussed in the next section.

The comparison of slip velocity profiles obtained for the complete model and the homogeneous fault with the renormalized law is presented in Figure 3.20 the complete heterogeneous model, the solution exhibits strong peaks associated with the break of the asperities. On the contrary, the homogeneous effective model produces smooth profiles. Nevertheless, on average the agreement between the two models is excellent. The effective model is not expected to reproduce the small scale features of the heterogeneous model. The global features, that is timing, average shape of the profiles, mean value of slip velocity at a given time are well reproduced by the effective model.

### 3.4.10 Discussion

Faults are very far from idealized planes. They exhibit geometrical irregularities as well as variations in the elastic properties of the surrounding medium. These



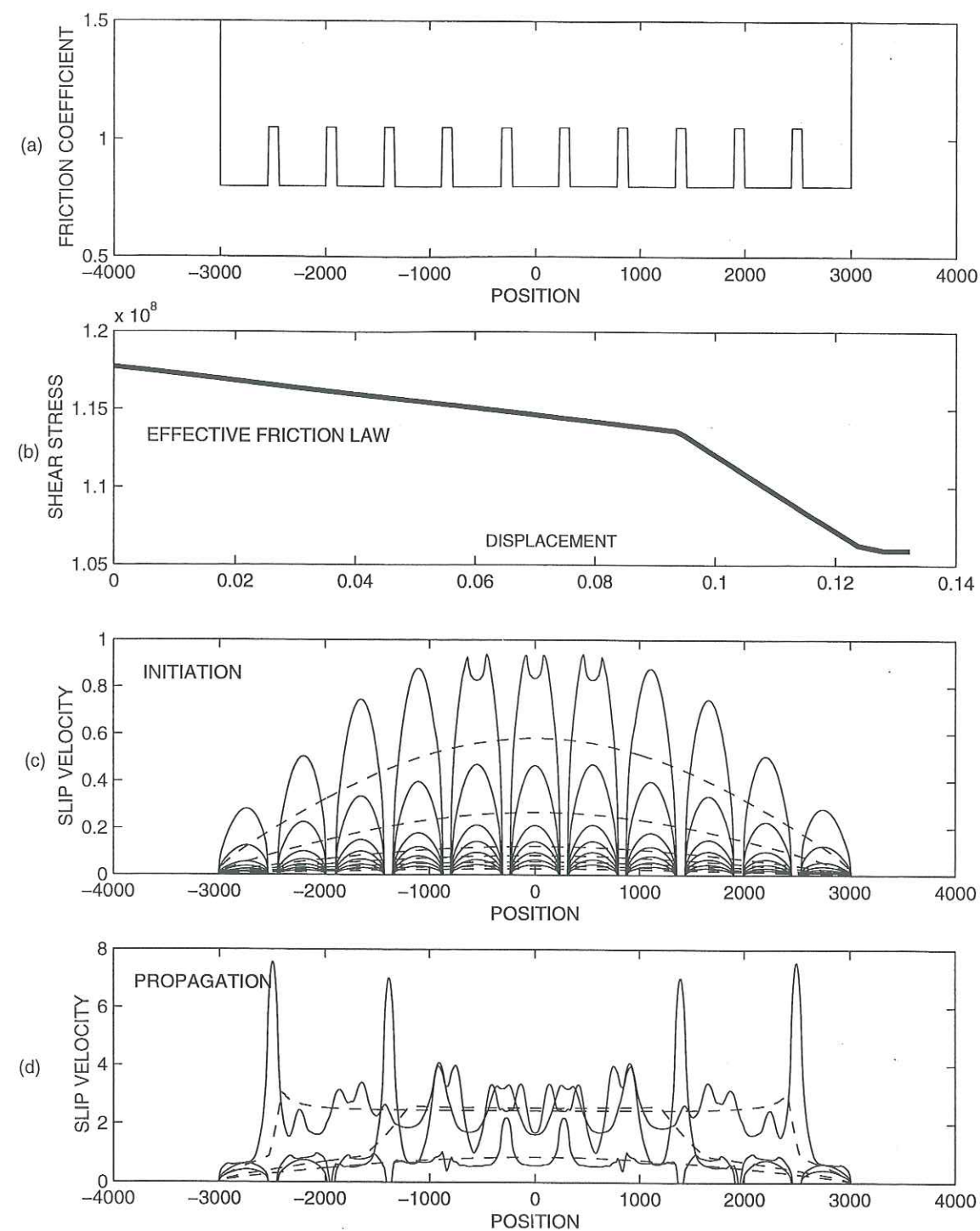


FIG. 3.20 — Top: Profile of static resistance along the fault. Center: Effective friction law used in the computation. Bottom: Comparison between the complete solution (continuous line) and the results obtained with the effective friction law (dashed lines) at the same times. The comparison is presented in the initiation and propagation phases in two separated subplots.

facts cannot be ignored when setting up simple friction models. In this context the significance of the friction law must be questioned. Our simple numerical experiments show that the apparent friction does not correspond to a local physical property of the surface. If we define an effective friction law at a given length scale, we found that it is widely determined by the heterogeneity of resistance at the first smaller scale. Indeed this effect is expected from scale to scale. It is natural for seismology to consider the scale of the laboratory experiments as the one at which an intrinsic property of the sliding surface is measured. This typical length is the centimeter. The length of a fault segment for a large earthquake is of the order of tens of kilometers, that is 6 orders of magnitude larger than the laboratory scale. It is therefore not surprising that the properties of the faults at these different scales are completely different. The simple numerical experiments shown here show that the initial weakening rate is decreasing when moving from a scale to a larger one in presence of heterogeneity of resistance. Since the initial weakening of a friction law determines the initiation duration, as discussed in *Ionescu and Campillo [1999]*, the results presented here imply that the duration of the initiation is increasing with the scale of the event considered. More specifically, the initiation time associated with a large earthquake which develops on a large area of an heterogeneous fault cannot be compared with the time deduced from the friction laws measured in the laboratory. Indeed, it can be much larger, by orders of magnitude. The friction law of a seismogenic fault has been proposed from the analysis of records from the Landers earthquake by *Madariaga and Olsen [1999]* and *Peyrat and Madariaga [2000]* in the form of a slip weakening law similar to the one used in our computations. They found the critical slip to be of the order of tens of centimeters while the value of the critical slip  $L_c$  is typically  $1\mu m$  in dynamic laboratory experiment (*Ohnaka and Shen [1999]*). Our results also indicate that the critical slip of the effective law is larger than the ones of the local laws imposed on the heterogeneous fault. Considering an homogeneous fault surface of unit area, one can define the fracture energy density as the energy in excess to the work done against the constant dynamic friction. It is proportional to the area between the friction law and the line  $\mu = \mu_f$  in Figure 3.11: that is  $(\mu_s - \mu_d)L_c/2$ . Physically, it corresponds to the energy spent in the irreversible processes occurring during the weakening of the



fault. In an heterogeneous fault as the one considered in our model, the total fracture energy can be computed by integrating over the whole fault. We have seen that the heterogeneous problem can be renormalized at a larger scale through the effective friction law. An important aspect of this modelling is to check the conservation of the fracture energy between the original heterogeneous model and its renormalized version. Numerically, we found an excellent agreement between fracture energies for models with weak perturbations of strength. To be more specific, when the critical slip of the effective law is equal to the one of the local law, we found an exact agreement. This corresponds to the cases of the previous models with static friction perturbation of 2% and 10%. On the other hand, it is not the case when considering a very strong heterogeneity, such as the model with strong barriers where the friction increase is 25%. In these conditions, the effective friction law implies a fracture energy much larger than the one of the actual model. This can be understood easily. One can notice on Figure 3.20 that before the breaking of the strong barriers, the weak patches have already finished the initiation process and have entered locally into the phase of crack propagation. In other word, when the slip begins on the strong parts, the slip is already larger than the local critical slip on the weak parts. It is why the effective critical slip is larger than the local one. In the same time, the energy associated with the weakening in the effective model includes in fact a part of the work done against the dynamic friction. In this particular case, the excess in fracture energy is about 15%. This simple observation has important implications for practical analysis. The apparent critical slip  $L_c$  is much larger from earthquake studies (that is at a kilometric scale) than from laboratory experiments. We suggest that this difference is related to the strong heterogeneity of the properties of actual fault surface at every scales (see Main, 1996). It results from a process of successive renormalizations. In this case the apparent fracture energy, deduced from seismological analysis, is a crude overestimation of the actual fracture energy. We showed how the small scale heterogeneity of strength of a fault can be represented by an effective friction law which significantly differs from the local microscopic laws. The presence of barriers that slow down the growth of the instability is accounted for in the effective law by an initial weakening rate that is much smaller than for the local laws. This initial weakening rate governs the time of initiation. This apparent

weakening is depending on the distribution of weak and strong parts on the fault. It can be computed directly from the largest positive eigenvalue of the spectral problem associated with the heterogeneous problem. Indeed, while slip is developing on the weak parts of the fault, stress concentrations build up on the barriers that eventually fail. At this point the system is changing drastically, even in its geometry. There is no possible linearization acceptable at this stage. Nevertheless, our dynamic computations shows that in the cases we considered, the system evolves very rapidly towards a new stable geometry where the entire fault is slipping. At that time, the effective friction exhibits a constant weakening rate that can be deduced from a spectral analysis. We have only considered here one step in the change of scale. The fault length being the reference scale, we studied the effect of heterogeneity of strength with a characteristic length 10 times smaller. We showed the accuracy of an effective friction law to describe the instability at the larger scale. Indeed, since we know accurately the friction law only at the laboratory scale, to set up a macroscopic law to be used in modelling large earthquakes, one must perform a series of renormalizations taking into account the statistical properties of the fault heterogeneity.

## Bibliographie

- Andrews, D.J., Rupture Velocity of Plane Strain Shear Cracks, *J. Geophys. Res.*, 81, 5679-5687, 1976.
- Archuleta, R.J., A faulting model for the 1979 Imperial Valley earthquake, *J. Geophys. Res.*, 89, 4559-4585, 1984.
- Burridge R., and L. Knopoff, Model and theoretical seismicity, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57, 341-371, 1967.
- Campillo, M., and I.R. Ionescu, Initiation of an Antiplane Shear Instability under Slip Dependent Friction, *J. Geophys. Res.*, 102, 20363-20371, 1997.
- Carlson, J.M., and J.S. Langer, Model and theoretical seismicity, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57, 341-371, 1989.



- Cotton, F., and M. Campillo, Frequency domain inversion of strong motions: application to the 1992 earthquake, *J. Geophys. Res.*, 100, 3961-3975, 1995.
- Dascalu, C., I.R. Ionescu, and M. Campillo, Fault Finiteness and Initiation of Dynamic Shear Instability, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 177, 163-176, 2000.
- Day, S.M., Three-Dimensional Simulation of Spontaneous Rupture: The Effect of Nonuniform Prestress, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 72, 1881-1902, 1982.
- Dieterich, J.H., Modeling of rock friction, 1. Experimental results and constitutive equations, *J. Geophys. Res.*, 84, 2161-2168, 1979.
- Fukuyama, E., and R. Madariaga, Rupture dynamics of a planar fault in a 3D elastic medium: Rate- and slip- weakening friction, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 88, 1-17, 1998.
- Hartzell, S.H., and T.H. Heaton, Inversion of strong ground motion and teleseismic waveform data for the fault rupture history of the 1979 Imperial Valley, California, earthquake, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 73, 1553-1583, 1983.
- Ida, Y., Cohesive force along the tip of a longitudinal shear crack and Griffith's specific surface energy, *J. Geophys. Res.*, 77, 3796-3805, 1972.
- Ionescu, I.R., and M. Campillo, Influence of the shape of friction law and fault finiteness on the duration of initiation, *J. Geophys. Res.*, 104, 3013-3024, 1999.
- Scholz, C.H., The Mechanics of Earthquakes and Faulting, *Cambridge University Press, Cambridge.*, 1990.
- Matsu'ura, M., H. Kataoka, and B. Shibazaki, Slip Dependent Friction Law and Nucleation Processes in Earthquake Rupture, *Tectonophysics*, 211, 135-148, 1992.
- Madariaga, R., Dynamics of an expanding circular crack, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 66, 639-667, 1976.

- Ohnaka, M., and L. Shen, Scaling of the shear rupture process from nucleation to dynamic propagation: Implications of geometric irregularity of the rupturing surfaces, *J. Geophys. Res.*, 104, 817-844, 1999.
- Madariaga, R., and K.B. Olsen, Criticality of Rupture Dynamics in Three Dimensions,???? 1999.
- Main, I., Statistical physics, seismogenesis and seismic hazard, *Rev. of Geophys.*, 34, 4333-462, 1996.
- Narteau, C., P. Shebalin, M. Holschneider, J.L. Le Mouél, and C.J. Allègre, Direct simulations of the stress redistribution in the scaling organization of fracture tectonics (S.O.F.T.) model, *Geophys. J. Int.*, in press, 1999.
- Umeda, Y., T. Yamashita, T. Tada, and N. Kame, Possible mechanisms of dynamic nucleation and arresting of shallow earthquake faulting, *Tectonophysics* 261, 179-192, 1996.
- Voisin, C., I.R. Ionescu, M. Campillo, R. Hassani, and Q.L. Nguyen, Spectral analysis of the initiation process on a bounded fault zone. submitted to *Geophys. J. Int.*, 2000.





L'introduction de l'hétérogénéité sur la faille augmente la durée de la phase d'initiation. L'utilisation du domaine de confiance pour mesurer dans le milieu élastique la relation contrainte-déplacement permet de définir une loi effective de frottement. Cette loi présente deux pentes de frottement, qui correspondent à deux phases au sein de l'initiation. La première correspond à l'initiation sur les segments faibles, la seconde au glissement des segments résistants. Lorsque cette loi effective mesurée est injectée à une faille finie (de même taille que la faille hétérogène) homogène, l'instabilité présente un développement temporel proche du cas hétérogène, alors que la loi n'est pas linéaire. La durée de la phase d'initiation est correctement prédite par la loi de frottement effective. Les hétérogénéités d'ordre inférieur influence la mesure de la loi de frottement apparente. Dans les expériences d'Ohnaka (chapitre 1), la loi constitutive de frottement est obtenue grâce aux capteurs de déformation et de contraintes. Ces capteurs ont une surface de quelques millimètres. Or les surfaces utilisées ont une rugosité de quelques dizaines de microns. Il y a donc un saut de deux ou trois ordres de grandeur. La loi de frottement est probablement une loi apparente, influencée par les hétérogénéités d'ordre inférieur. Quelle peut-être alors la forme de la loi locale de frottement? Si l'on estime qu'à chaque changement d'échelle, on surestime un peu plus le glissement critique (comme c'est le cas dans notre étude lorsque les contrastes sont forts), alors en redescendant les sauts on doit diminuer le  $D_c$  jusqu'à devenir peut être nul. La loi de Coulomb serait alors la loi de frottement ultime.



Revenons à l'aspect temporel. L'introduction de l'hétérogénéité sur la faille augmente la durée de l'initiation. En fait, cela revient à diminuer la pente de la loi de frottement effective. Le changement de pente est fonction de la géométrie des hétérogénéités. Plus elles sont nombreuses, plus la pente diminue, et plus la faille est stable. Que se passe-t-il dans le cas de profils plus complexes, avec plusieurs ordres d'hétérogénéités? Pourrait-on encore définir un domaine de confiance et un équivalent spectral? On peut imaginer que la loi effective serait formée de segments de droite de pentes différentes. Le caractère convexe ou concave serait déterminé par la distance moyenne entre hétérogénéités de tout ordre soumise à un prestress donné (correspondant à un certain glissement). Quelle influence sur le temps, alors? Nous avons au chapitre 1 que la durée de la phase d'initiation sur une faille homogène est contrôlée par la pente initiale, qui était aussi la plus petite pente. Il n'est pas évident que dans le cas d'une faille hétérogène ce soit encore le cas. On peut imaginer certains cas pour lesquels la distribution d'hétérogénéités serait telle que le processus d'initiation serait bloqué au milieu de la loi de frottement moyenne. Le temps avant la rupture en serait singulièrement augmenté.





#### Chapitre 4: Résistance de la faille et arrêt de la rupture

##### Résumé

L'hétérogénéité des failles pose le problème naturel de la résistance de la faille à la croissance de la rupture. Dans le chapitre précédent nous avons utilisé des barrières rigides, qui conduisent à des singularités du champ de contrainte. Dans ce chapitre, nous proposons une définition de la résistance locale basée sur l'expérimentation. Les expériences de rupture montrent toujours une augmentation de la contrainte avant l'endommagement des échantillons. Cette augmentation de contrainte est aussi visible dans les expériences de frottement. Le pic de contrainte représente en fait la résistance locale. Nous montrons que cette résistance est capable d'arrêter la propagation de la rupture de deux façons. La première est qualifiée d'arrêt du type frottement. L'efficacité de la barrière à stopper la rupture dépend alors de la taille de la zone qui a rompu. La seconde est qualifiée d'arrêt du type fracture. Elle est indépendante de la taille de la rupture. Dans les deux cas, l'arrêt se fait sur une zone dont la taille est fonction de la pente du durcissement. Dans les deux cas, les singularités de contrainte inhérentes aux barrières rigides sont supprimées. Les variations latérales des propriétés de frottement, avec des zones de faille en affaiblissement et d'autres en durcissement, permettent de retrouver les résultats récents de l'inversion des mouvements forts. La propagation de la rupture dans la barrière correspond à son endommagement. La répétition des événements sur une même faille permet de faire grandir la faille par érosion progressive de la barrière.

*La Terre nous en apprend plus long sur nous  
que tous les livres. Parce qu'elle nous résiste.*

*Saint-Exupéry, Terre des hommes.*



## Chapitre 4

# Initiation, propagation et arrêt de la rupture sur une faille de résistance variable

Dans les chapitres précédents, nous avons développé un modèle d'initiation de la rupture sur une faille homogène infinie, puis finie. Puis nous avons introduit des variations latérales de la «résistance», définie par le coefficient statique de frottement  $\mu_s$  (en fait il s'agit de barrières rigides). Il est possible alors de définir une loi de frottement effective qui permet d'effectuer l'homogénéisation et le changement d'échelle. Cependant l'utilisation de barrières rigides conduit à l'apparition de singularités dans le champ de contrainte, peu conciliables avec les changements d'échelle. Dans ce chapitre, nous utilisons le formalisme en glissement pour montrer que la loi constitutive de frottement contient toute les informations nécessaires pour proposer une définition de la résistance locale à la rupture. Cette résistance locale est capable d'arrêter la propagation de la rupture.

### 4.1 Travaux antérieurs

*Husseini et al.* [1975] montre que l'arrêt de la rupture est lié à deux mécanismes: le premier est une barrière d'énergie de fracturation, qui correspondrait à la transition entre la surface de frottement et la roche saine. Le second mécanisme proposé est la décroissance jusqu'à zéro du stress drop associé à la rupture. De nombreux auteurs



ont montré également que la courbure de la surface de frottement est susceptible de stopper la propagation de la rupture (e.g. *Bouchon et Streiff*, 1995). Le changement de direction de la faille modifie l'action du champ de contrainte régional. La faille peut ne plus être orientée favorablement. D'autre part, des simulations récentes de *Aochi et al.* montrent qu'à grande vitesse de rupture le branchement est favorisé par rapport à la propagation dans l'axe. Par conséquent, il ne faut pas tirer de conclusions trop rapides sur les effets géométriques concernant l'arrêt de la rupture. *Madariaga et Cochard* [1994] et *Cochard et Madariaga* [1994] cherchent l'explication de l'arrêt dans la loi de frottement. Ils utilisent le formalisme «rate and state» qui considère l'effet de la vitesse sur la rupture. Ils montrent que pour certaines valeurs du taux de rappel il est possible d'arrêter la rupture spontanément, sans invoquer d'effet géométrique de la surface. *Perrin et al.* [1995], avec le même formalisme, montrent numériquement et analytiquement l'effet de zones sous-contraintes sur la propagation de la rupture. On sait déjà que le niveau de contrainte influe sur la vitesse de propagation (e.g. *Burridge*, 1973). Ils montrent en plus que la vitesse peut s'annuler dans les zones sous-contraintes. *Chen et Knopoff* [1986] utilisent quant à eux le formalisme en «slip-weakening» de la loi de frottement, non pas pour étudier l'arrêt de la rupture, mais plutôt pour expliquer comment générer un tremblement de terre et des répliques. Il apparaît clairement que l'arrêt de la rupture est intimement lié à la notion de résistance de la faille. La résistance est souvent modélisée sous la forme d'un terme de «strength excess» qui signifie simplement que la faille n'est pas au seuil de rupture. Nous nous proposons ici de revenir sur les expériences de frottement menées par *Ohnaka* pour montrer qu'elles contiennent non seulement les informations utiles à la compréhension du processus de nucléation, mais qu'elles renferment aussi les informations sur la résistance à la rupture.

## 4.2 Expériences de rupture et de frottement: mise en évidence du pic de contrainte

*Ohnaka et al.* [1997] procèdent à une série d'expériences de fracture de roche intacte (du granite de Tsukuba) sous des conditions de température et de pression lithosphériques. Ils mettent en évidence une courbe bien connue (Figure 4.1). La

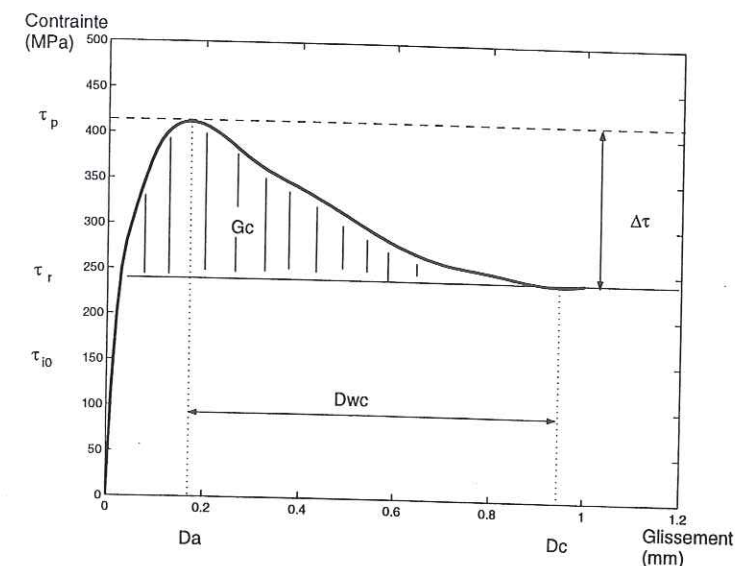


Figure 4.1 Relation constitutive  $\tau, D$  observée lors de la fracture en cisaillement de la roche intacte.  $\tau_p$ : pic de contrainte;  $\tau_r$ : niveau résiduel de contrainte;  $\tau_{i0}$ : début de la dépendance avec le glissement;  $D_a$ : déplacement correspondant au maximum de contrainte;  $D_c$ : déplacement critique;  $\Delta\tau$ : chute de contrainte;  $D_{wc}$ : glissement d'affaiblissement;  $G_c$ : énergie de fracturation. D'après *Ohnaka et al.*, 1997.

contrainte de cisaillement  $\tau$  augmente d'abord avec le déplacement  $d$  jusqu'à une valeur pic  $\tau_p$ . Puis, la contrainte diminue avec le déplacement. Cette relation constitutive a déjà été observée lors des expériences sur les surfaces frottantes préexistantes (cf Chapitre 1). D'autre part, les résultats récents de la sismologie montrent une grande variabilité de la résistance à la rupture sur le plan de faille. Les barrières (*Aki*, 1979, 1984) et les aspérités (*Kanamori et Stewart*, 1978) sont probablement des zones limitées de grande résistance à la rupture, dont la résistance est très proche sinon égale à celle de la roche intacte. De plus, dans les conditions lithosphériques, il a été montré que la résistance au frottement cisailant se conforme à la résistance à la rupture cisailante (*Stesky*, 1978; *Ohnaka*, 1992). En d'autres mots, la rupture cisailante est la limite supérieure du frottement en cisaillement. Le formalisme en glissement, qui apparaît au travers des expériences de rupture et de frottement, semble être fondamental dans l'analyse du tremblement de terre.

Le pic de contrainte observé dans la figure 4.1 peut aussi se voir dans les expériences de nucléation de la rupture sur les surfaces préexistantes. La figure 4.2 montre un agrandissement de la relation constitutive  $\tau, D$  mise en évidence lors des



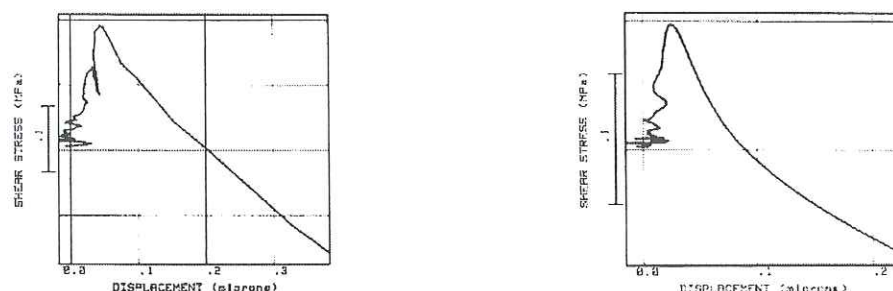


Figure 4.2 Zoom sur le début de la relation constitutive de frottement. La contrainte augmente avec le déplacement jusqu'à la valeur pic  $\tau_p$ , avant que de diminuer avec le déplacement jusqu'au niveau résiduel de frottement, atteint au glissement critique. D'après Ohnaka et Yamashita [1989].

expériences de frottement. La contrainte augmente initialement avec le glissement jusqu'à la valeur  $\tau_p$ . Cette valeur est atteinte pour un déplacement de l'ordre du dixième du déplacement critique  $D_c$ .

Les mécanismes physiques qui sous-tendent l'augmentation initiale de la contrainte sont les suivants: dans le cas de la rupture de matériel intact, des micro-ruptures se développent progressivement au sein de l'échantillon (partie non linéaire pré-pic). Plus tard, si l'expérience est continuée, ces micro-ruptures tendent à définir une zone plus faible, par coalescence: il y a localisation de la déformation dans une fine zone qui définira le futur plan de macro-rupture (partie non linéaire post-pic). Ensuite la macro-rupture se forme et il y a cisaillement (associé à une forte activité acoustique, e.g. *Amitrano*, 2000 pour une description complète de ce type d'expérience). Dans le cas de l'instabilité de frottement, le mécanisme principal invoqué pour expliquer le pic de contrainte est l'imbrication des aspérités des surfaces en regard. La résistance au cisaillement est une fonction de l'aire réelle de contact entre les deux surfaces. Cette aire augmente au début de l'expérience car le nombre d'aspérités imbriquées les unes dans les autres augmentent avec le déplacement. Le même mécanisme peut être avancé pour expliquer l'augmentation du coefficient de frottement statique avec le temps. En effet, de nombreux mécanismes physico-chimiques favorisent l'imbrication des surfaces, tel le processus de dissolution-cristallisation sous contrainte. Le pic de contrainte devrait dépendre du temps. Les expériences d'Ohnaka et al. ne prennent pas en compte cet aspect. Dans

la section suivante, nous utilisons ces résultats expérimentaux pour montrer que le pic de contrainte représente la résistance locale à la rupture, et que cette résistance peut être utilisée pour arrêter complètement la propagation de la rupture.

### 4.3 Résistance de la faille et arrêt de la rupture

#### Crack growth resistance and rupture arrest under slip dependent friction.

C. Voisin, I. Ionescu, M. Campillo

We present a model of rupture arrest based on laboratory friction experiments and reliable to physics. We propose to use a slip-dependent friction law, which parameters are allowed to vary along the fault plane. The fault surface is composed of a weak zone associated with a pure slip-weakening friction and of resisting zones characterized by slip-strengthening prior to slip-weakening. Since we aim to study the modalities of the crack growth resistance and of the eventual rupture arrest, we do limit the fault with two resisting zones. However, the size of the final rupture is not prescribed *a priori* but depends on both the resistance of these zones and the seismic energy released in the weak zone. We show that the local crack growth resistance is principally represented by the peak of stress  $\tau_p$  inside the resisting zone. These resisting zones, defined by slip-strengthening behavior, are likely to stop the rupture propagation. Depending on the parameters of the strengthening, two mechanisms are possible for the rupture arrest. The first one, that we call fracture-like mechanism, is already well-known and is associated with a negative stress drop inside the resisting zone. This mechanism is independent from the size of the rupture. The second mechanism, that we call friction-like mechanism, is associated with a positive stress drop inside the resisting zone, and is crack-size dependent. In both cases, we show the existence of a so-called crack arrest zone characterized by a small amount of slip. This zone is associated with a self-healing slip pulse that appears as the rupture encounters the resisting zone. The occurrence of high frequency radiation and stopping phases is discussed. This model, with weak zones and resisting zones is consistent with recent strong motion inversions and offers a possible explanation for the fault length increase over geological times.



### 4.3.1 Introduction

The rupture arrest problem has been intensively studied through the last decades. Three wide classes of studies can be distinguished. The first considers the effects of the fault geometry on the rupture propagation. It has been shown by *Bouchon and Streiff* [1995] that the rupture propagation could be stopped by an angle in the fault plane (the surface is no more planar). More recently, *Kame and Yamashita* [1999] have used an integral method to study the spontaneous rupture arrest. They show that over a certain length the rupture quits the main propagation axis: the faulting surface is no more planar. In this model, the length of rupture is not fixed *a priori* and the rupture propagation stops because the surface is misoriented with regards to the ambient stress field. However, this is valid only when the ambient stress field is largely greater than the stress field emitted by the rupture propagation. For instance, *Bouchon et al.* [1998] have studied the Landers rupture process in details. They have shown that the third segment was triggered by the intense dynamic stress field emitted by the Emerson-Camp Rock segment, and that it ruptured in spite of a misorientation of the segment with regards to the regional stress field. The second parameter that was intensively studied is precisely the stress acting on the fault surface. The difference between the initial state of stress  $\sigma_i$  and the static stress  $\sigma_s$  appears a key control parameter in the rupture propagation (e.g. *Burridge*, 1973; *Day*, 1982 and more recently *Olsen et al.*, 1997). *Perrin et al.* [1995] used understressed termination zones to stop the rupture propagation. The third parameter that has been studied is the lateral variation of friction properties along the fault surface. The simplest way to stop a rupture is to impose unbreakable, rigid barriers (e.g. *Husseini et al.*, 1975; *Das and Aki*, 1977). The abrupt arrest of propagation as the rupture encounters such a barrier is responsible for the radiation of the stopping phases *Madariaga* [1976]. Two problems arise from the use of a rigid barrier: 1/ The size of rupture event is controlled *a priori* by the position of the barriers on the fault. 2/ The stress field is necessarily singular at the crack tips, even if we use a cohesive or a breakdown zone model (e.g. *Barenblatt*, 1959; *Ida*, 1972). The singularity simply arises from the slip discontinuity at the barrier. Many attempts have been performed to remove these singularities associated with the arrest of the rupture. For instance, *Bonafede et al.* [1985] have studied the

effects of a lateral variation of stress drop along the fault surface on rupture propagation and on eventual arrest of rupture. They show that as the rupture front enters in a negative stress drop zone, the rupture doesn't stop suddenly as it is the case with an unbreakable barrier, but rather propagates at a slower velocity inside the resisting zone. They show that the rupture eventually comes to arrest if the stress peak at the crack tip falls down under the threshold in friction. They describe a smooth slip distribution inside the negative stress drop zone. Their study fulfills in the requirements above cited: 1/ The size of the rupture is not prescribed *a priori*, but depends on the relative magnitudes of the stress drop inside the slipping zone with the stress drop in the resisting zones. 2/ The use of a negative stress drop removes the stress singularity associated with the arrest of rupture. Their analysis were performed in the quasistatic approximation. However, our present results obtained in the full dynamic case are in perfect compliance with theirs. Basically, we intend to use the strengthening behavior that is observed both in shear fracture experiments *Ohnaka et al.* [1997] and in shear frictional experiments *Ohnaka et al.* [1989]. *Ohnaka et al.* [1997] have performed series of shear fracture of intact rock samples, under lithospheric pressure and temperature conditions. The general behavior of the sample is shown in Figure ??, which represents the constitutive relation between the shear stress and the displacement inside the sample. The shear stress is found to first increase with the displacement until a peak shear stress  $\tau_p$  is reached at a displacement  $D_s$ . Then the shear stress progressively degrades with the ongoing slip until it reaches  $D_c$ , known as the critical slip. At this moment, the rock sample is broken and a new frictional surface is created that runs through the whole sample. It is worth noting that the dynamic stress drop  $\Delta\tau = \tau_i - \tau_d$  (the difference between the initial shear stress and the residual shear stress) is negative. This is somewhat not surprising: to create a new frictional surface in a rock sample needs more energy than the friction on this newly created surface may release. The same kind of behavior is also observed in friction experiments. *Ohnaka89* presents the results of high precision experiments and emphasizes the beginning of the constitutive friction relation between the shear stress  $\tau$  and the displacement. Outside of the nucleation zone, the friction first increases with the displacement up to a peak value  $\tau_p$ , before to degrades with the ongoing slip (Figure ??). However, in friction



experiments the stress drop  $\Delta\tau$  is always positive. Obviously, if the constitutive relation is the same for fracture and friction, the magnitude orders of the involved parameters ( $D_a, D_c, \tau_p$ ) are quite different. Nonobstant these differences, a slip dependent constitutive relation holds for both frictional and fracture processes. As a point of fact, it has been shown that shear frictional resistance conforms to shear fracture resistance under lithospheric conditions *Ohnaka* [1992]. In other words, the shear fracture process is the upper limit to shear frictional process, and both of them can be interpreted in the slip dependence framework. We propose to use the slip-strengthening behavior as a possible candidate to the local crack growth resistance, and moreover we aim to test the ability of a strengthening barrier to stop the rupture propagation. In the following, the fault surface will be composed of three parts: a weak zone, associated with a pure slip-weakening friction law will allow the rupture to nucleate and propagate away. This weak zone will be limited by resisting zones, associated with a strengthening behavior prior to the slip-weakening behavior. However, despite of the presence of these resisting zones, the size of the final rupture is not prescribed *a priori*, but rather depends on the strengthening parameters and on the seismic energy released in the weak zone. For the sake of simplicity, we will consider that the state of stress along the fault is homogeneous and equal to the static stress friction  $\tau_s$ . At time  $t=0$  s, a small slip perturbation is applied at the center of the weak zone of the fault. This perturbation gives birth to a slip instability that grows exponentially with time as the slip-weakening friction law is described. As some patch of the weak zone reaches the residual, dynamic friction level  $\tau_d$ , a rupture front appears and propagates along the fault at the  $S$  wave velocity. Further details on the growth of instability and transition from initiation to propagation can be found in *Campillo and Ionescu* [1997] for the infinite case, *Ionescu and Campillo* [1999], *Dasalu et al.* [2000], *Voisin et al.* [2000b] for the finite case. We aim here to discuss the ability of the strengthening zones to eventually stop the rupture propagation. We will show that the strengthening barriers are indeed likely to stop the rupture propagation. Depending on the strengthening parameters, namely the slip of strengthening  $D_a$  and the slope of strengthening  $S_s$ , two mechanisms are possible for the rupture to be stopped. The first one, that we call the fracture-like mechanism, is already well-known and is associated with

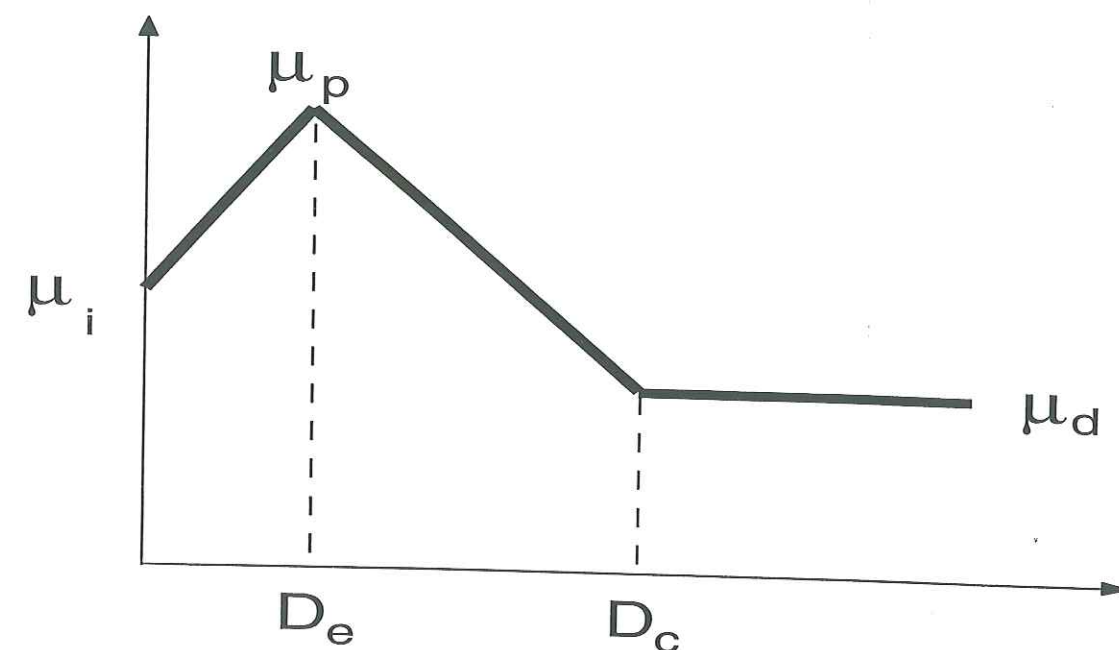


Figure 4.3 The slip dependent friction law used in this study.  $D_e$  is the elastic slip,  $D_c$  is the critical slip. The first part of the law is in hardening from  $\mu_i$  (the initial friction coefficient) to  $\mu_p$  (the peak friction coefficient) and represents the local strength of the fault. The second part is in weakening from  $\mu_p$  to  $\mu_d$  (the dynamic friction coefficient). All the physical constants may depend on the position  $x$  along the fault.

a negative or null stress drop in the resisting zone. This mechanism is crack size independent and is very similar to the work of *Bonafede et al.* [1985]. The second mechanism that we call the friction-like mechanism, is associated with positive stress drop in the resisting zone. This mechanism is crack-size dependent. In both cases, the rupture is stopped over a crack arrest zone that is associated with a self healing slip pulse, which amplitude and duration are functions of the strengthening parameters. The slip distribution is not limited to the weak zone of the fault but rather spreads inside the resisting zones. Therefore, the shear stress concentrations that appear as the rupture is stopped differ from shear stress singularities.



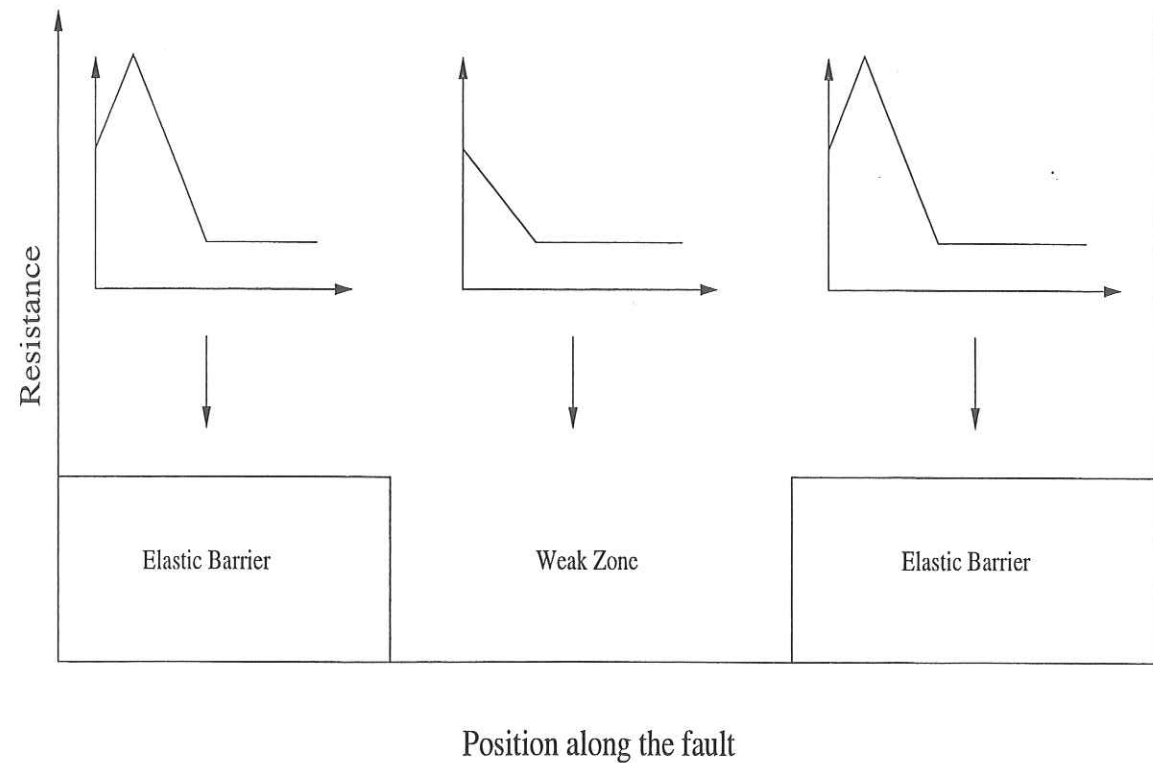


Figure 4.4 Distribution of the strengthening slip and of the corresponding friction laws along the fault. A weak zone is bounded by two strengthening barriers. Inside the weak zone, only the slip weakening phase is present. Inside the barriers, the slip weakening phase is preceded by a slip strengthening one, which imply an increase in the resistance.

### 4.3.2 Problem statement

Consider the antiplane shearing on a fault surface  $\Gamma_f$  in a homogeneous linear elastic space.  $\Gamma_f$  lies in the plane  $y = 0$ . The contact with friction on the fault is described by an heterogeneous slip dependent friction law. We assume that the displacement field is 0 in directions  $Ox$  and  $Oy$  and that  $u_z$  does not depend on  $z$ . The displacement is therefore denoted simply by  $w(t, x, y)$ . The elastic media have the shear rigidity  $G$ , the density  $\rho$ , and the shear velocity  $c = \sqrt{G/\rho}$ . The nonvanishing shear stress components are  $\sigma_{zx} = \tau_x^\infty + G\partial_x w(t, x, y)$  and  $\sigma_{zy} = \tau_y^\infty + G\partial_y w(t, x, y)$ , and the normal stress on the fault plane is  $\sigma_{yy} = -S$  ( $S > 0$ ).

Keeping in mind that we deal with the evolution of an initial pulse, we impose (for symmetry reasons)  $w(t, x, y) = -w(t, x, -y)$  and restrict ourselves to the upper

half-space  $y > 0$ . We also assume that the slip  $w(t, x, 0)$  and the slip rate  $\partial_t w(t, x, 0)$  are nonnegative. The equation of motion in the elastic half space is

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(t, x, y) = c^2 \nabla^2 w(t, x, y) \quad (4.1)$$

for  $t > 0$  and  $y > 0$ . The friction boundary conditions on the fault  $\Gamma_f$  are

$$\sigma_{zy}(t, x, 0) = \mu(x, w(t, x, 0))S \quad \text{if } \partial_t w(t, x, 0) \neq 0, \quad (4.2)$$

$$\sigma_{zy}(t, x, 0) \leq \mu(x, w(t, x, 0))S \quad \text{if } \partial_t w(t, x, 0) = 0, \quad (4.3)$$

where  $\mu(x, \delta)$  is the slip dependent coefficient of friction on the heterogeneous fault, i.e. the friction force  $\mu S$  is a function of both slip  $\delta$  and position  $x$  along the fault. The initial conditions are prescribed by

$$w(0, x, y) = w_0(x, y), \quad \frac{\partial w}{\partial t}(0, x, y) = w_1(x, y), \quad (4.4)$$

where  $w_0$  and  $w_1$  are given functions of  $(x, y)$ . We use here a slip dependent friction law derived from the experimental works by Ohnaka [1996], which has the form of a piecewise linear function, as presented in Figure 4.3:

$$\mu(x, \delta) = \mu_i(x) + S_s(x)\delta \quad \text{if } \delta \leq D_a(x), \quad (4.5)$$

$$\mu(x, \delta) = \mu_p(x) - S_w(x)\delta \quad \text{if } D_a(x) < \delta \leq D_a(x) + D_c(x), \quad (4.6)$$

$$\mu(x, \delta) = \mu_d(x) \quad \text{if } \delta > D_a(x) + D_c(x), \quad (4.7)$$

where  $\mu_i(x)$ ,  $\mu_p(x)$  and  $\mu_d(x)$  are the initial, the peak and dynamic friction coefficients,  $S_s(x)$ ,  $S_w(x)$  are the strengthening and the weakening slopes and  $D_a(x)$ ,  $D_c(x)$  are the strengthening slip and the critical slip, i.e. we have

$$\mu_p(x) = \mu_i(x) + S_s(x)D_a(x), \quad \mu_d(x) = \mu_p(x) - S_w(x)D_c(x). \quad (4.8)$$

The fault  $\Gamma_f$  is divided in three parts: a weak zone  $\Gamma_w = \{|x| < a, y = 0\}$  of (variable) length  $2a$  bounded by two resisting zones  $\Gamma_r = \{|x| > a, y = 0\}$  (Figure 4.4) characterized by their strengthening slip  $D_a(x)$  as follows



$$D_a(x) = 0 \quad \text{if } |x| < a, \quad D_a(x) > 0 \quad \text{if } |x| > a. \quad (4.9)$$

In all our simulations (except in paragraph 4.3.3)  $\mu_i(x)$  and  $D_c(x)$  are kept as constants i.e.

$$\mu_i(x) = \mu_s, \quad D_c(x) = D_c, \quad (4.10)$$

while the dynamic friction,  $\mu_d(x)$  varies along the fault as follows

$$\mu_d(x) = \mu_d^w \quad \text{if } |x| < a, \quad \mu_d(x) = \mu_d^b \quad \text{if } |x| > a, \quad (4.11)$$

depending on the values of  $D_a(x)$  and  $S_s(x)$ . For the sake of simplicity, we will consider an homogeneous state of stress. Moreover, since our intention is to study the evolution of the elastic system near an unstable equilibrium position, we shall suppose that  $\tau_y^\infty = S\mu_s$ , where  $S$  is the normal stress and  $\mu_s$  the static friction coefficient on the weak part of the fault. We remark that  $w \equiv 0$  is a equilibrium position, and  $w_0, w_1$  may be considered as small perturbation of the equilibrium. In order to have an instable equilibrium state we shall suppose that the following condition (see Dascalu et al. [2000] for more details) is satisfied :

$$\frac{S(\mu_s - \mu_d^w)a}{GD_c} > \beta_0 = 1.1577... \quad (4.12)$$

Equation 4.12 simply signifies that either the fault length  $2a$  or the weakening rate of the friction are large enough to promote the growth of instability on the slip-weakening part of the fault (the weak zone).

### 4.3.3 Rigid and Strengthening Barriers

The numerical results presented here have been computed with the finite difference scheme proposed by Ionescu and Campillo [1999] to solve the non-linear problem (4.1)-(4.4). We use a grid of  $800 \times 800$  points in the  $x, y$  plane and the following model parameters:  $\rho = 3000 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 3000 \text{ m/s}$ ,  $\mu_s = 0.8$  and  $\mu_d = 0.72$ . The half length of the fault is  $a = 1000 \text{ m}$ . The normal stress is computed at a depth of  $5000 \text{ m}$ . The initial condition corresponds to a velocity perturbation  $w_1$  while

the initial displacement  $w_0$  is 0. The initial velocity perturbation has the following distribution:

$$\begin{aligned} w_1(x, y) &= A \exp \frac{(x - x_0)^2}{(x - x_0)^2 - h^2} \cos(\pi y / 2h) \quad |x - x_0| < h, |y| < h, \\ &= 0 \quad \text{elsewhere,} \end{aligned} \quad (4.13)$$

where the half width  $h$  is 100m and the maximum amplitude  $A$  is 0.01 m/s.

### Shear stress concentration associated with the rigid barrier

We consider in this section the classical case of a rigid barrier, i.e. : we put  $\mu_i(x)$  very large ( $\mu_i(x) \rightarrow \infty$ ) outside of the weak zone of the fault, i.e.

$$\begin{aligned} |x| < a \quad \mu_i(x) &= \mu_s, \\ |x| \geq a \quad \mu_i(x) &= \infty, \end{aligned} \quad (4.14)$$

where  $a$  is the half fault length. In other words, the weak zone of the fault is limited with two unbreakable barriers. This case has already been intensively studied (e.g. Madariaga, 1976). Nevertheless, for the sake of comparison with the strengthening barrier case, we present here the results of our computations. We perform three simulations of rupture propagation on the weak zone of the fault with different space steps :  $\Delta x = 10\text{m}, 50\text{m}$  and  $100\text{m}$ . For each simulation, we have computed the shear stress along the fault. Figure 4.5 plots these three different shear stress profiles. We remark an important dependency of the stress peak on the grid. Indeed the smaller the step is, the larger the stress peak is. As a point of fact, when the rupture stops the shear stress exhibits a singularity in the vicinity of the crack tip zone, even if we use a slip-dependent friction law as we did. Ida [1972] and used the breakdown zone model and showed the absence of crack tip shear stress singularity associated with the propagation of the rupture front. Indeed, since we also use a breakdown zone model in our computations, the rupture propagation is not associated with a shear stress singularity. The shear stress singularity that we discuss here is the one that arises as the rupture abruptly stops at the rigid, unbreakable barrier. The presence of the unbreakable barrier imposes a first-order slip and slip-velocity discontinuity at the transition from the weak zone to the barrier. This first-order discontinuity



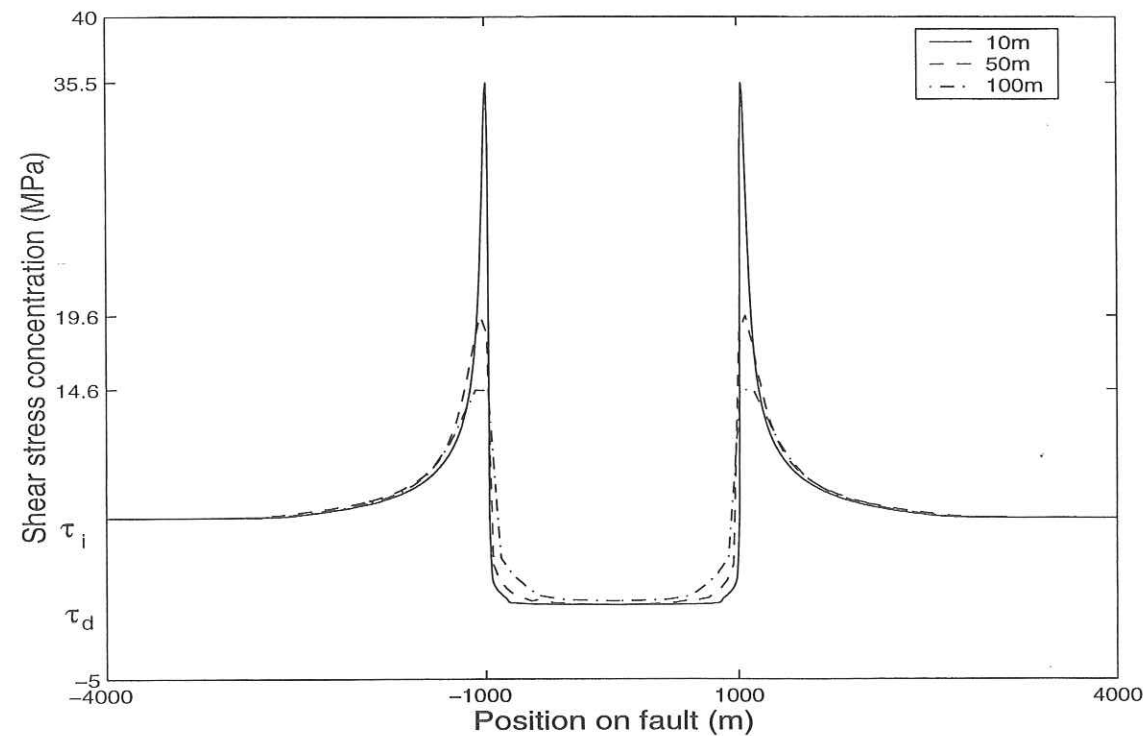


Figure 4.5 Distribution of the shear stress after a dynamic rupture process on a weak zone of length  $2a = 2000\text{m}$  bounded by rigid barriers. The different curves correspond to different space steps ( $\Delta x = 10\text{m}$ ,  $50\text{m}$  and  $100\text{m}$ ). We note a shear stress concentration at the tips of the weak zone. The maximum of the shear stress  $\tau_{max}$  is strongly dependent on  $\Delta x$ :  $35.5\text{ MPa}$  for  $\Delta x = 10\text{m}$ ,  $19.6\text{ MPa}$  for  $\Delta x = 50\text{m}$ ,  $14.6\text{ MPa}$  for  $\Delta x = 100\text{m}$ .  $\tau_i$  is the initial state of stress,  $\tau_d$  the dynamic shear stress.

is responsible for the shear stress singularity. As a consequence, we cannot define a stress criterion involving a stress threshold. The threshold in stress had been replaced by a threshold in stress intensity as in crack theory. However, earthquakes are far more complex and can be understood as complex slipping processes with variable resistance on the barriers *Beroza and Mikumo [1996]*. At any given time during the rupture, some parts of the fault may be slipping while others may be still resisting. The complex path of rupture propagation, especially in 3D, impeaches us to foreknow the status of the different patches of the fault surface. Consequently, we cannot use both concepts of stress and stress intensity for the frictional slipping patches and for the resistant nonslipping patches, respectively, because this would need the foreknowledge of each fault patch status at every time.

### Shear stress concentration associated with the strengthening barrier

**The case of a sharp strengthening barrier** We consider the case of a weak zone (of length  $2a$ ) limited by two strengthening barriers. The barriers are characterized by a constant slope of strengthening  $S_s(x) = S_s$  and a constant strengthening slip  $D_a(x) = D_a > 0$ . In the weak zone, there is no slip strengthening. Hence, we have:

$$\begin{aligned} |x| < a & \quad \mu_p(x) = \mu_i(x) = \mu_s \\ |x| \geq a & \quad \mu_p(x) = \mu_s + S_s \times D_a \end{aligned} \quad (4.15)$$

Such a distribution of the peak of friction  $\mu_p(x)$  describes a sharp transition from the slip weakening zone to the barrier. As in section 4.3.3, we have performed three simulations of the dynamic rupture process on the same weak zone of length  $2a = 2000\text{m}$ , with different space steps:  $\Delta x = 10\text{m}$ ,  $50\text{m}$  and  $100\text{m}$ . For each simulation we have computed the shear stress on the fault. Figure ?? presents these three different stress distributions along the fault. As in the case of a rigid barrier, we note a shear stress concentration at the tips of the weak zone. For a given space step, the maximum of the shear stress is always lower if we use a strengthening barrier than if we use a rigid barrier, since the slip distribution is not limited to the weak zone and does not ends abruptly at the strengthening barrier. However, we note that the maximum of shear stress is dependent on the space step. This can be related to the sharp transition from the weak zone to the barrier. This sudden discontinuity in the frictional behavior (from slip-weakening to slip-strengthening as the rupture quits the weak zone and enters the resisting zone) introduces an angular point in the spatial derivative of the slip distribution with respect to  $x$ . Since, in the static case, or equivalently at the end of the dynamic process, the shear stress is given by the Hilbert transform of the spatial derivative of the slip distribution, an angular point in this distribution introduces a low-order singularity in the shear stress. This could explain why the shear stress is less dramatically dependent on the space step than in the rigid case. To confirm this point, we have performed in the section ?? a simulation with a smooth transition from the weak zone to the barrier.



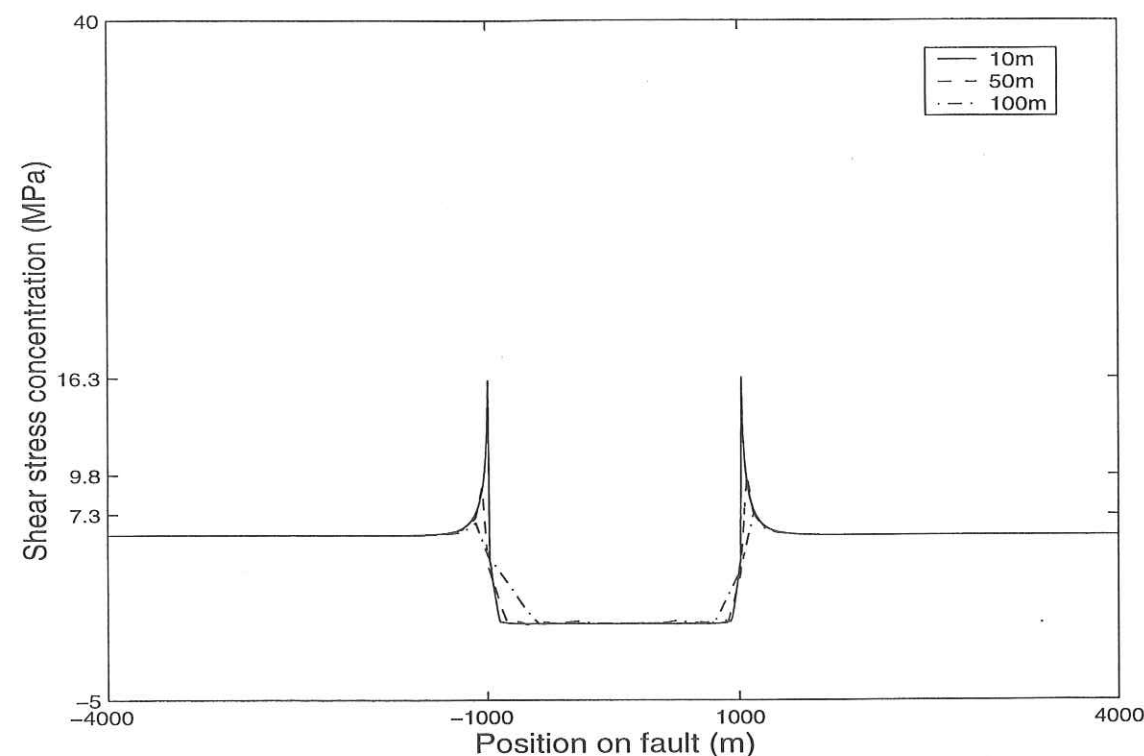


Figure 4.6 Distribution of the shear stress after a dynamic rupture process on a weak zone of length  $2a = 2000\text{m}$  bounded by sharp strengthening barriers. The different curves correspond to different space steps ( $\Delta x = 10\text{m}$ ,  $50\text{m}$  and  $100\text{m}$ ). We note a shear stress concentration at the tips of the weak zone. We remark that  $\tau_{max}$  is lower for strengthening barriers than for rigid barriers:  $\tau_{max} = 16\text{ MPa}$  for  $\Delta x = 10\text{m}$ ,  $\tau_{max} = 10\text{ MPa}$  for  $\Delta x = 50\text{m}$ ,  $\tau_{max} = 8\text{ MPa}$  for  $\Delta x = 100\text{m}$ .  $\tau_i$  is the initial state of stress,  $\tau_d$  the dynamic shear stress.

**The case of a smooth strengthening barrier** The distribution of the resistance (implicitly defined as  $S_s \times D_a$ ) is plotted in Figure 4.7. The weak zone has a length  $2a = 2000\text{m}$  and is bounded by two smooth strengthening barriers. The transition from the weak zone to the barrier is continuous, at the scale of all the space step considered hereafter. We have performed three simulations with different space steps :  $\Delta x = 2, 10$  and  $100\text{ m}$  respectively. Figure ?? presents the distributions of the shear stress in these three space steps. We observe that the rupture spreads outside of the weak zone, *in* the barriers. As in the two previous cases, we note a shear stress concentration at the tips of the rupture patch linked to the rupture arrest. The maximum of the shear stress concentration is quite the same for the three simulations, even with a space step of  $2\text{m}$ , that is 50 times smaller than the coarse space step of  $100\text{m}$ . In this latter case, the maximum of stress is a little bit lower than for the finer space steps. This can be related to the spatial dimension of the transition zone (that is about a few space steps in this case) and also to the spatial dimension of the crack arrest zone associated with the rupture arrest (about  $400\text{m}$ ).

Figure 4.9 shows both the slip and the shear stress after a dynamic rupture process, and emphasizes the relation between the crack arrest zone and the shear stress concentration. The crack arrest zone is defined as the zone of gentle decrease in slip down to zero. This crack arrest zone is associated with a shear stress concentration that obviously differs from a singularity and that also decreases down to the initial, unperturbed state of stress over the crack arrest zone. The main difference between rigid and strengthening barriers is the existence of this crack arrest zone associated with the strengthening barriers. In the rigid case, the rupture stops *at* the barrier, whereas in the strengthening case, the rupture propagates *inside* the barrier over the crack arrest zone. In other words, the crack arrest zone corresponds to a zone of damaging of the barrier.



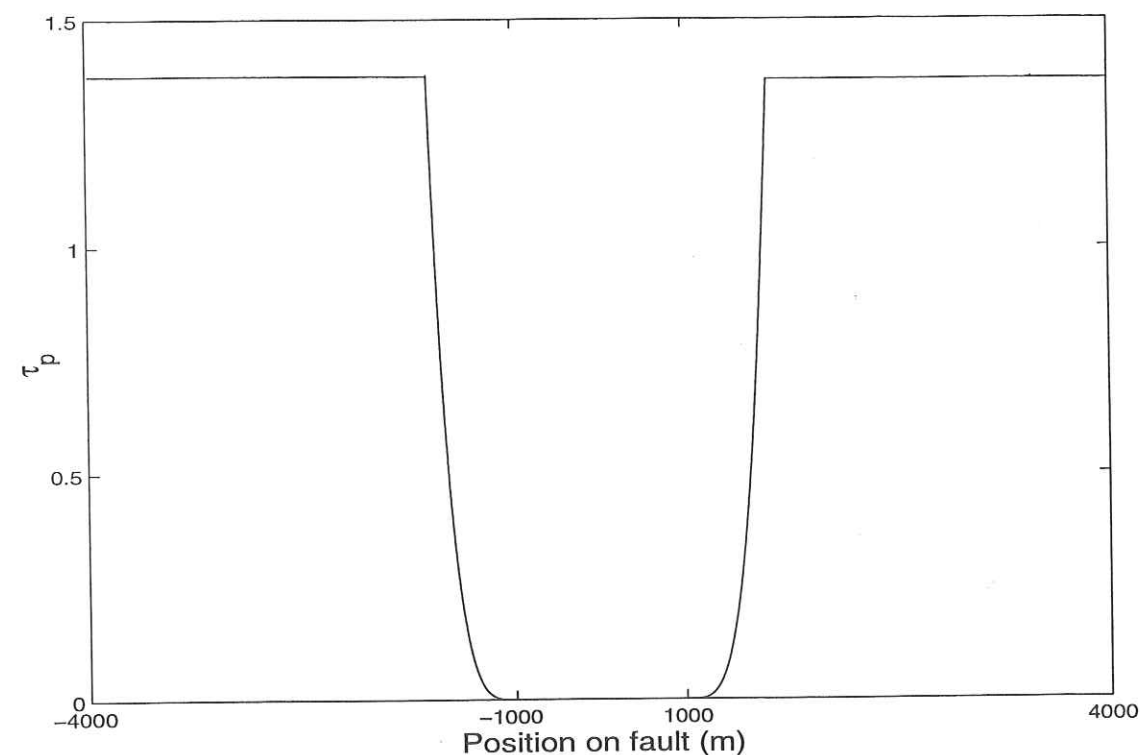


Figure 4.7 Distribution of the resistance for a smooth strengthening barrier. Note the smooth transition from the weak zone to the barrier.

#### 4.3.4 Frictional and fracture-like arrest of the rupture

We have shown that the model of strengthening barrier with slip strengthening offers numerical advantages since it avoids the stress dependence on the space grid interval. In the following, we test the ability of strengthening barriers to stop the rupture propagation.

##### Frictional-like arrest

**Crack growth resistance** The strength of the barrier is defined through two parameters:  $D_a$  the strengthening slip and  $S_s$  the slope of the strengthening. To illustrate the similar effects of these two parameters, we performed simulations in the case of a weak zone of length  $2a = 3000\text{m}$ , with different values of  $S_s$ , the strengthening slope. Figure 4.10 illustrates the frictional-like arrest of rupture. The first case of evolution of the slip rate along the fault is computed with a slope of strengthening  $S_s = 1\text{m}^{-1}$ . In this case, the rupture propagates through the barriers. A larger slope strengthening ( $S_s = 20\text{m}^{-1}$ ) stops the rupture as it encounters the barriers. This simply shows the expected result that the strengthening barriers are

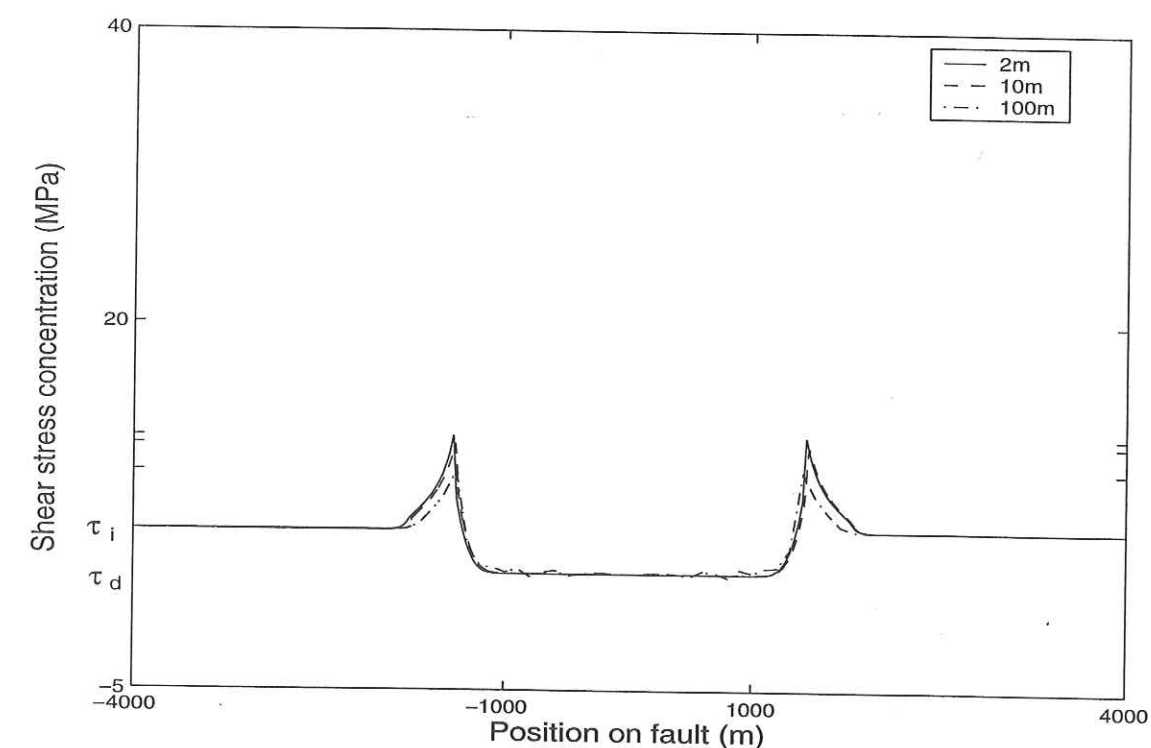


Figure 4.8 Distribution of the shear stress after a dynamic rupture process on a weak fault of length  $2a = 2000\text{m}$  bounded by two smooth strengthening barriers. The different curves correspond to different space steps ( $\Delta x = 2, 10$  and  $100\text{ m}$ ). We note a shear stress concentration at the tips of the ruptured patch. This shear stress peak is poorly dependent on the space step.



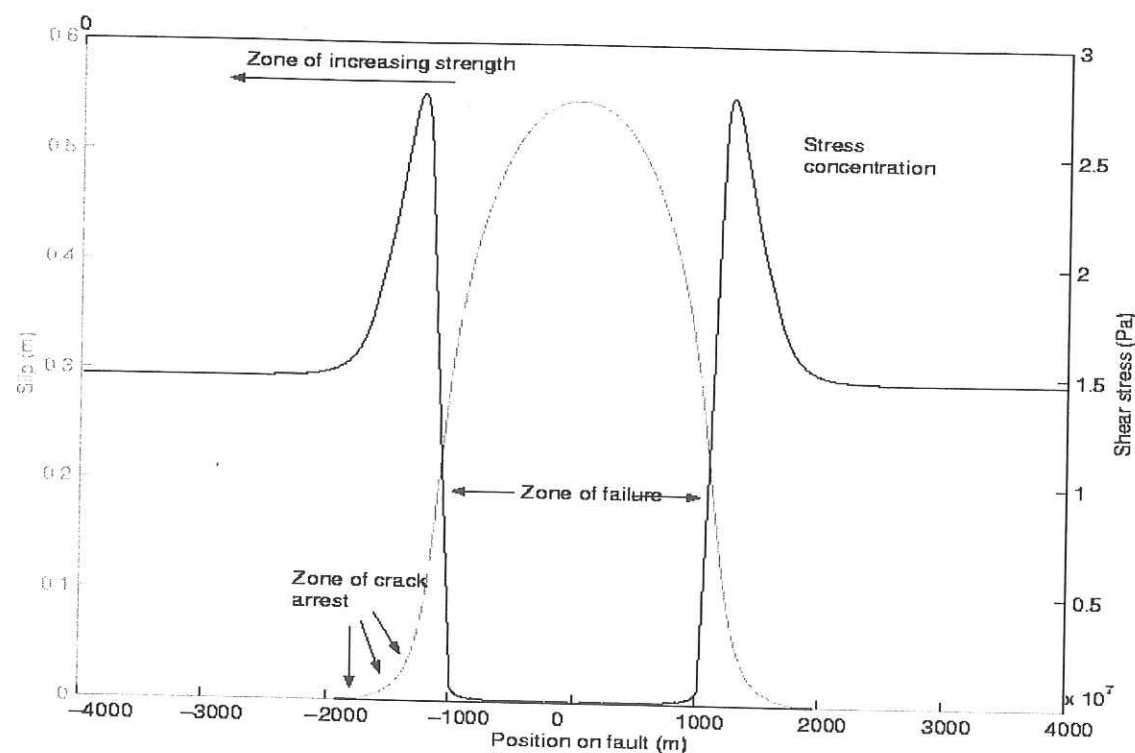


Figure 4.9 Distribution of the slip and of the shear stress after a dynamic rupture process on a weak fault of length  $2a = 2000\text{m}$  bounded by two strengthening barriers of increasing resistance. We note the crack arrest zone (black arrows) associated with the shear stress concentration.

able to stop a given rupture process, only if their resistance is large enough. The goal is now to know what is meant by crack growth resistance. Bouchon [1997], Guatteri and Spudich [2000] define the resistance as the strength excess. This simply signifies that the state of stress on the fault is lower than the static stress, as it is the case for a rigid barrier. Therefore this solution may be acceptable to explain variations in the risetime along the fault surface, but cannot be used to study the rupture arrest. In this study, we have until now assumed the crack growth resistance to be the product of the strengthening slope  $S_s$  by the strengthening displacement  $D_a$ . In other words, the local crack growth resistance is represented by the local peak shear stress  $\tau_p$ . In order to confirm or infirm this hypothesis, it is interesting to determinate the limits of efficiency of the barriers to stop a given rupture process. Figure 4.11 presents this limit for a weak zone of length  $2a = 3000\text{m}$ , a critical slip  $D_c = 0.04\text{m}$  and a slope of weakening  $S_w = 1\text{m}^{-1}$ . The limit is constructed as follows: we choose a value for the strengthening displacement  $D_a$  and we search the minimum value of the slope of strengthening  $S_s$  that can stop the rupture process. At the first glance, the product  $D_a \times S_s$  appears as a constant all along the limit. This would mean that the local resistance of the barrier is represented by  $\mu_p = \mu_i + D_a \times S_s$ , in other words that our hypothesis is valid. However, this first approximation is valid only when the strengthening slip  $D_a$  is large enough, let say of the order of  $D_c$ . When  $D_a$  is smaller, as observed in the laboratory experiments, the minimum slope of strengthening  $S_s$  that can stop the given rupture is larger than the one expected. This means that the crack growth resistance is not simply expressed by  $\tau_p$ , but is rather a function of both the peak shear stress and the strengthening displacement. This result is consistent with the rigid case: as the strengthening displacement  $D_a \rightarrow 0$ , the strengthening slope dramatically increases to stop the same given rupture. At the limit  $D_a = 0$  and the slope has to be infinite in order to stop the rupture: this is the rigid case. In a sense, the strengthening barrier appears as a kind of regularization of the rigid barrier.



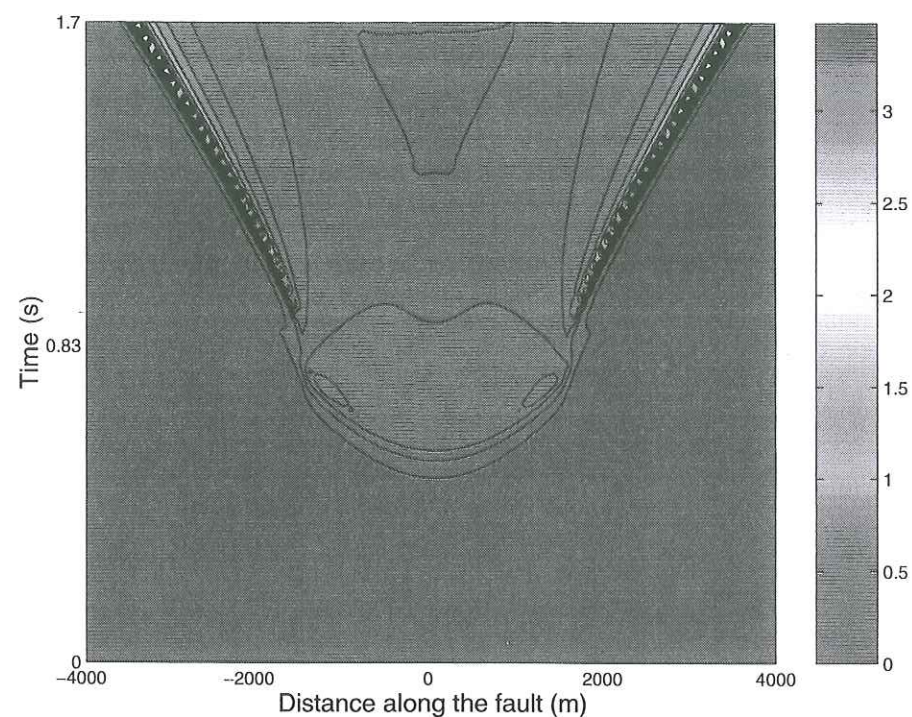
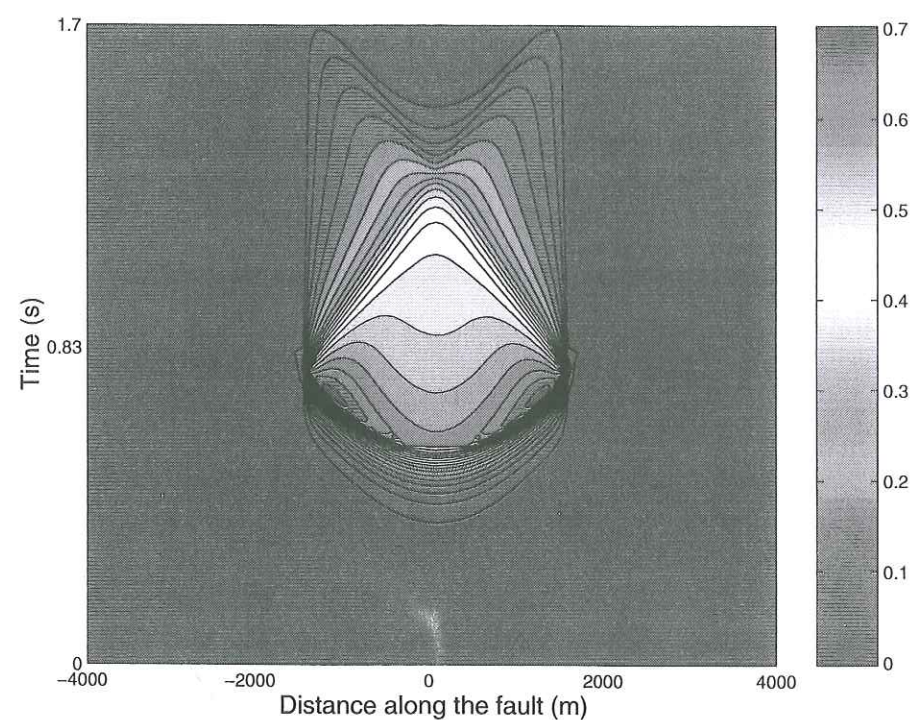
(a) The case  $S_s = 1\text{m}^{-1}$ .(b) The case  $S_s = 20\text{m}^{-1}$ .

Figure 4.10 The effect of the slope of strengthening on the arrest of the rupture propagation. a) For a weak slope of strengthening ( $S_s = 1\text{m}^{-1}$ ) the rupture propagates through the barriers. b) For a larger slope of strengthening ( $S_s = 20\text{m}^{-1}$ ) the rupture stops at the barriers.

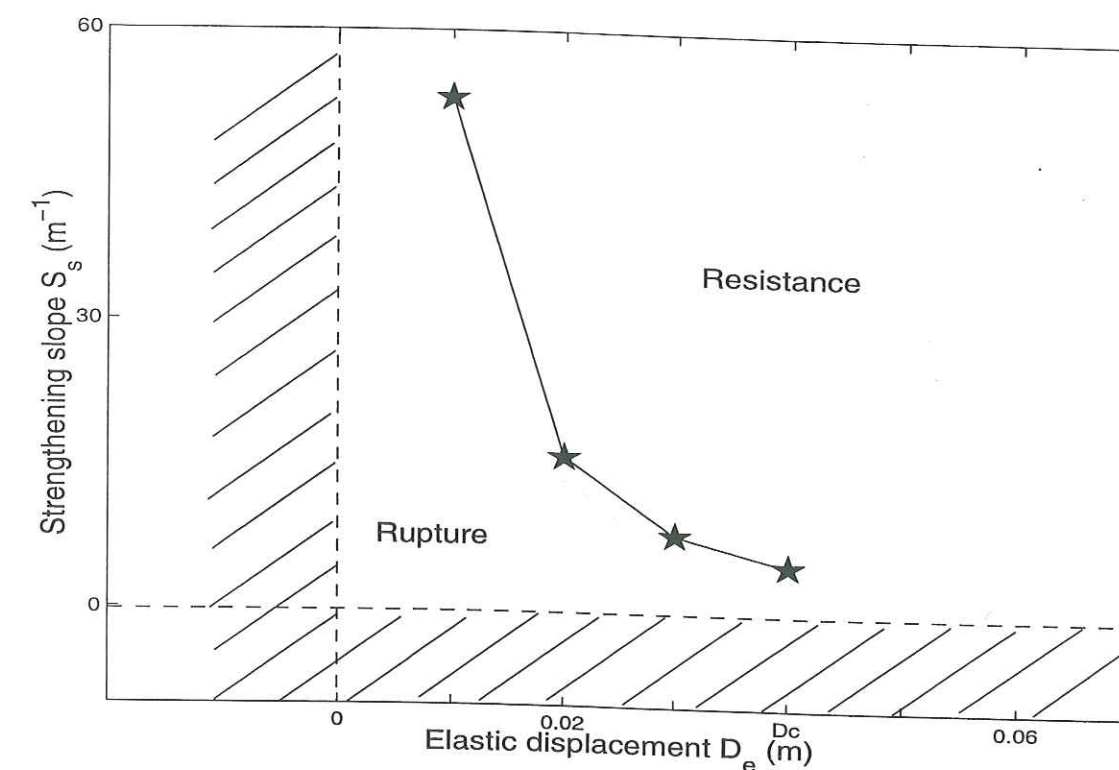


Figure 4.11 Limit of the local arrest process of the rupture. The rupture develops on a weak zone size of 3000m.  $D_c = 0.04\text{m}$ ,  $S_w = 1$ . This figure presents the minimum values of  $D_e$  and  $S_s$  in order to stop the rupture propagation.

**Influence of the initial size of the rupture** We have shown that strengthening barriers are able to stop the rupture process, depending on the local crack growth resistance. In the following we study the influence of the initial size of the weak zone (2a) on the ability of a given barrier to stop the rupture propagation. Figure 4.3 presents the variation on the fault of the friction law used in the following computations. The friction parameters are the following:  $D_a = 0.04\text{m}$ ,  $D_c = 0.04\text{m}$ ,  $S_s = 10$  and  $S_w = 11$  for the barriers (derived from Figure 4.11);  $D_a = 0$ ,  $D_c = 0.04\text{m}$ ,  $S_w = 1$  in the weak zone. With such parameters, the stress drop is the same all along the fault. That is the stress drop is positive both in the weak zone and in the strengthening barriers, as observed in friction experiments *Ohnaka et al.* [1989].

$$\mu_p = \mu_s + S_s D_a, \quad \mu_d^b = \mu_p - S_w D_c = \mu_d^w = \mu_d. \quad (4.16)$$

Figures 4.12, 4.13 and 4.14 present the simulation of the rupture propagation on the fault in three different cases. The first case corresponds to a weak zone of length  $2a = 2000\text{m}$ . At time  $t=0\text{s}$ , a small perturbation is applied at the center of the fault. This perturbation evolves into a dynamic instability that grows exponentially with



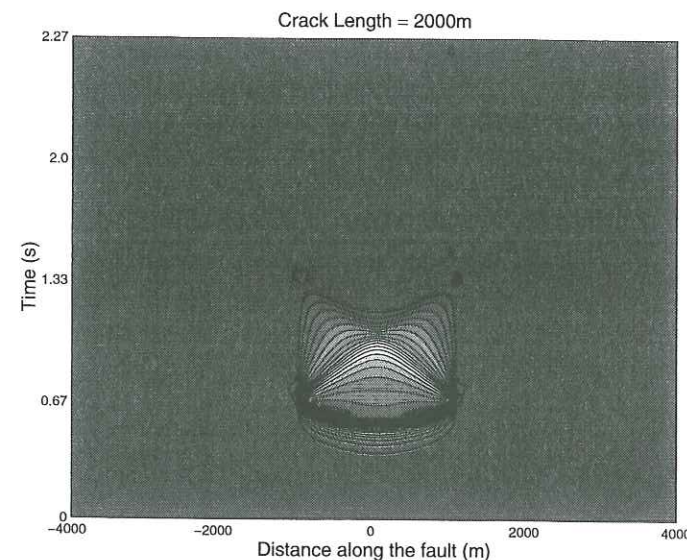


Figure 4.12 a/ rupture propagation for a weak zone of length  $2a = 2000\text{m}$ . The figure represents the slip velocity evolution all along the fault versus the time. At  $t=0\text{s}$ , a small perturbation is applied at  $x=0\text{m}$ . This perturbation gives birth to a dynamic instability with an exponential time growth. At time  $t \approx 0.6\text{s}$ , the crack front appears and propagates on the fault with an apparent supersonic velocity. At  $t \approx 0.67\text{s}$  the crack front reaches the strengthening barriers. Reflected waves heal the rupture inside the weak zone. In this case, the barriers have stopped the rupture propagation.

time as the friction decreases from  $\tau_s$  down to  $\tau_d$ . This phase is called the initiation phase and is described in *Campillo and Ionescu* [1997] for an infinite fault, and in *Ionescu and Campillo* [1999] for a finite fault. The transition to the propagation phase occurs when the stress has reached the dynamic friction at some patch on the weak zone. At this time a crack front appears and propagates away on the fault until it reaches the strengthening barriers. The figure 4.12 shows that in the case of a weak zone of length  $2a = 2000\text{m}$ , the barriers resist to the rupture and completely stop the propagation. Reflected waves heal the rupture inside the weak zone. The crack front is not able to propagate inside the barriers, but it turns out to a pulse of small and decaying amplitude that is actually associated with the crack arrest zone described in section ??.

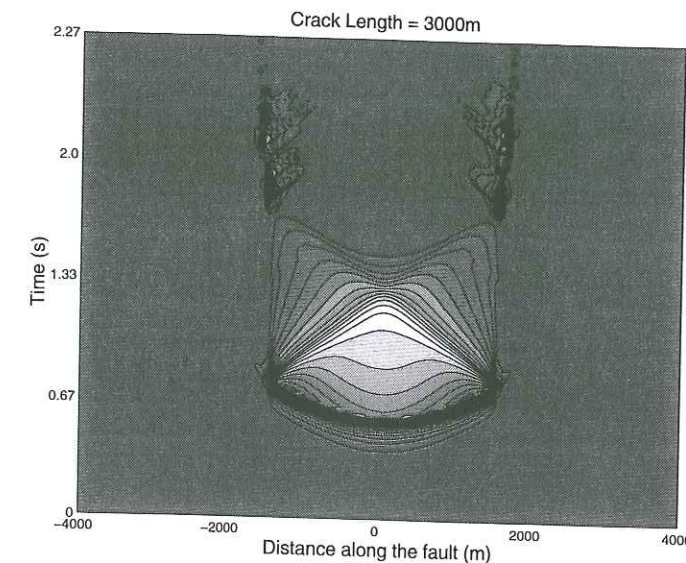


Figure 4.13 Rupture propagation for a weak zone of length  $2a = 3000\text{m}$ . In this particular case the barriers begin to fail as the reflected waves reach them (at  $t \approx 1.6\text{s}$ ). This progressive failure propagates at a very slow speed and rapidly stops (at  $t \approx 2.1\text{s}$ ). The dislocation speed is about  $1\text{m.s}^{-1}$  inside the barrier, whereas in the weak zone it is about  $0.6\text{m.s}^{-1}$ .

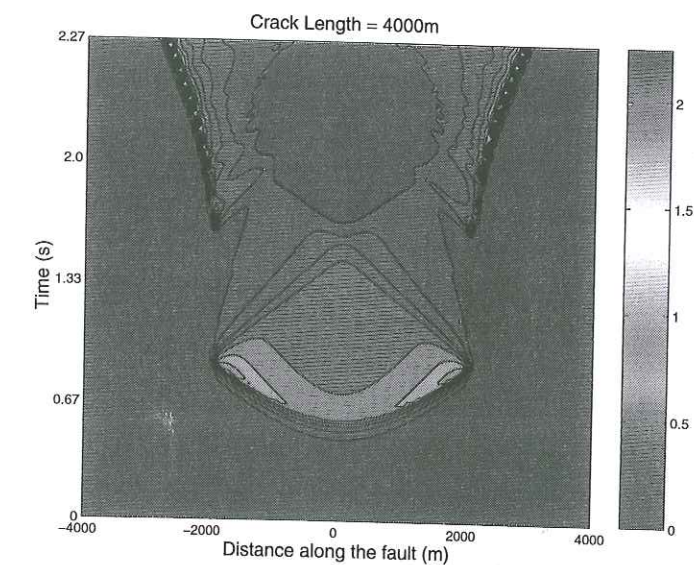


Figure 4.14 Rupture propagation for a weak zone size of length  $2a = 4000\text{m}$ . The figure represents the evolution of the slip velocity along the fault versus time. The barriers stop the rupture for a while but progressively fail. The rupture propagates inside the barrier at a slow but accelerating speed.



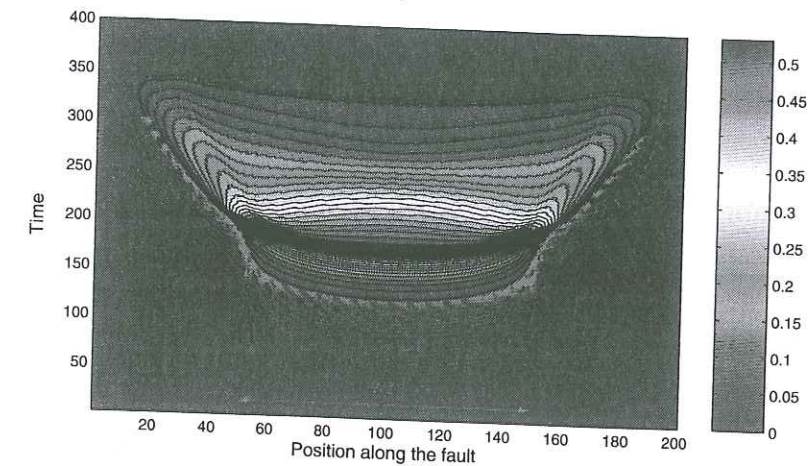
The second case corresponds to a weak zone of length  $2a = 3000\text{m}$ . The figure 4.13 looks like the figure 4.12 and exhibits the same main characteristics. However, in this case the barriers begin to fail as the reflected healing waves reach them. This progressive failure propagates at a very slow speed and rapidly stops over a distance of less than 200m. This case appears like the limit case. This is confirmed by the figure 4.14 that corresponds to the case of a weak zone of length  $2a = 4000\text{m}$ . In this case, the barriers are not able to stop the rupture. However, the propagation of the rupture front through the barriers is slightly delayed, and the rupture velocity is really slow but accelerating. This delay before the rupture of the barrier has been observed in the kinematic model of the rupture of the Landers earthquake. *Campillo94* have observed that the rupture propagation is stopped for a moment of a few seconds before it breaks a resisting zone. The figures 4.12, 4.13 and 4.14 demonstrate that the strengthening barriers are able to stop the rupture propagation in the case of small rupture patches. That is to say that unlike rigid barriers, strengthening barriers are able to store a finite quantity of energy. For large weak zone length, the strengthening energy of the barrier cannot counterbalance the rupture energy and the barrier fails. The density of energy released in the weak zone is given by:

$$\begin{aligned} e(x) &= S(\mu_s - S_w w(t_f, x, 0)/2) w(t_f, x, 0) & \text{for } w(t_f, x, 0) < D_c \\ e(x) &= S[\mu_s - \mu_d] D_c/2 + S\mu_d w(t_f, x, 0) & \text{for } w(t_f, x, 0) \geq D_c. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Since  $w(t_f, 0, 0)$  scales with the weak zone length  $2a$ , the energy released in the weak zone, defined by:

$$E = \int_{-a}^a e(x) dx \quad (4.18)$$

scales with  $a^2$ . For large weak zone length, the strengthening energy of the barrier cannot counterbalance the rupture energy and the barrier fails. Since the barrier failure is associated with a positive stress drop, the rupture front propagation through the barrier is possible, as commonly observed at the scale of the laboratory friction experiments.



**Figure 4.15 Fracture-like arrest of the rupture process.** First the rupture develops on the nucleation patch and reach the barriers. Second, the barriers begin to fail over a distance of half the nucleation patch length. The rupture velocity inside the barrier is lower than the S-wave velocity.  $D_c=0.04\text{m}$ ,  $D_a=4\text{e-}4\text{m}$ ,  $S_s=100$ ,  $S_w=1$ . With these parameters, the rupture propagates inside the barriers without any stress drop until the energy released in the weak zone is frittered away.

#### Fracture-like arrest

When the rupture propagates through the barriers (as it is the case in Figures 4.14 and 4.10), it means that the amount of energy released by the rupture is too large to be stored in the strengthening part of the friction law. We aim to show in this section that the rupture propagation can be stopped in a fracture-like way, i.e. independently from the size of the rupturing patch. To illustrate this point, we have performed a simulation of rupture propagation. The local friction law parameters in the strengthening barriers are the following:  $D_c = 0.04\text{m}$ ,  $D_a = 4.10^{-4}\text{m}$ ,  $S_s = 100$ ,  $S_w = 1$ . From equations ??, ?? and ?? we derive:

$$\mu_p = \mu_s + S_s D_a, \quad \mu_d^b = \mu_p - S_w D_c = \mu_s. \quad (4.19)$$

Figure 4.15 shows the complete rupture process computed with these parameters. The rupture develops on the weak zone and propagates through the barriers with a decreasing dislocation speed. Since  $\mu_d^b \geq \mu_s$ , the barriers fail without any positive stress drop, i.e. without releasing energy. Therefore, the rupture will stop independently from the weak zone size. It is worth noting that the rupture may propagate



over a great distance without any positive stress drop. As stated by *Bonafede et al.* [1985] in the quasistatic case, the distance of rupture propagation inside the barrier depends on the relative magnitude of the stress drop inside the weak zone and inside the barrier. The fracture-like mechanism, associated with a strengthening behavior and a negative stress drop as in the fracture experiments (e.g. *Ohnaka et al.*, 1997) is consistent with the previous studies.

#### 4.4 The self-healing slip pulse

A particular feature of the strengthening behavior is shown by the dashed lines in Figure 4.15. These lines describe the small amplitude evolution of the slip velocity in a range of 0 up to  $0.01 \text{ m.s}^{-1}$ . In the weak zone, these lines are in conformity with the large amplitude evolution of the slip velocity: they describe the initiation phase. Inside the barriers, these lines are no more in conformity with the large amplitude evolution (that is rapidly stopped). They show the small and decaying amplitude of the self-healing slip pulse. As expected, the distance of propagation of the pulse decreases with the strength of the barrier. This slip resisting pulse is also observed in the frictional-like arrest mechanism. It is associated with the crack arrest zone and is in fact responsible for the small amount of slip observed in it. Figure 22 represents the slip velocity evolution along the half fault surface. To emphasize on the self-healing slip pulse, we have considered in this simulation a weak zone of length  $2a = 2000m$  limited by a strengthening barrier of growing resistance. The rupture front is clearly visible on Figure 22 and obviously deviates as it enters the resisting zone, which signifies that the rupture front velocity is rapidly decreasing. The interesting feature of Figure 22 is the self-healing pulse that is observed in the direction of the crack propagation. Both the pulse width and amplitude are rapidly vanishing as it propagates inside the barrier. This allows to distinguish the pulse from a propagating wave. The pulse is associated with the crack arrest zone already described, and corresponds to the beginning of slippage inside the barrier. Since the law is locally a strengthening law, this slippage is rapidly stopped. It is worth noting that *Perrin95*, using a rate and state friction law and variable state of stress along the fault surface, have shown the possibility for the rupture to propagate as a crack

or as a self-healing slip pulse. The crack arrest zone and the corresponding self-healing slip pulse are directly related to the strengthening behavior. Consequently, both their size and amount of slip are linked to the strengthening parameters of the barrier. It is therefore possible to produce a wide variety of slip distribution, depending on the friction parameters along the fault surface.

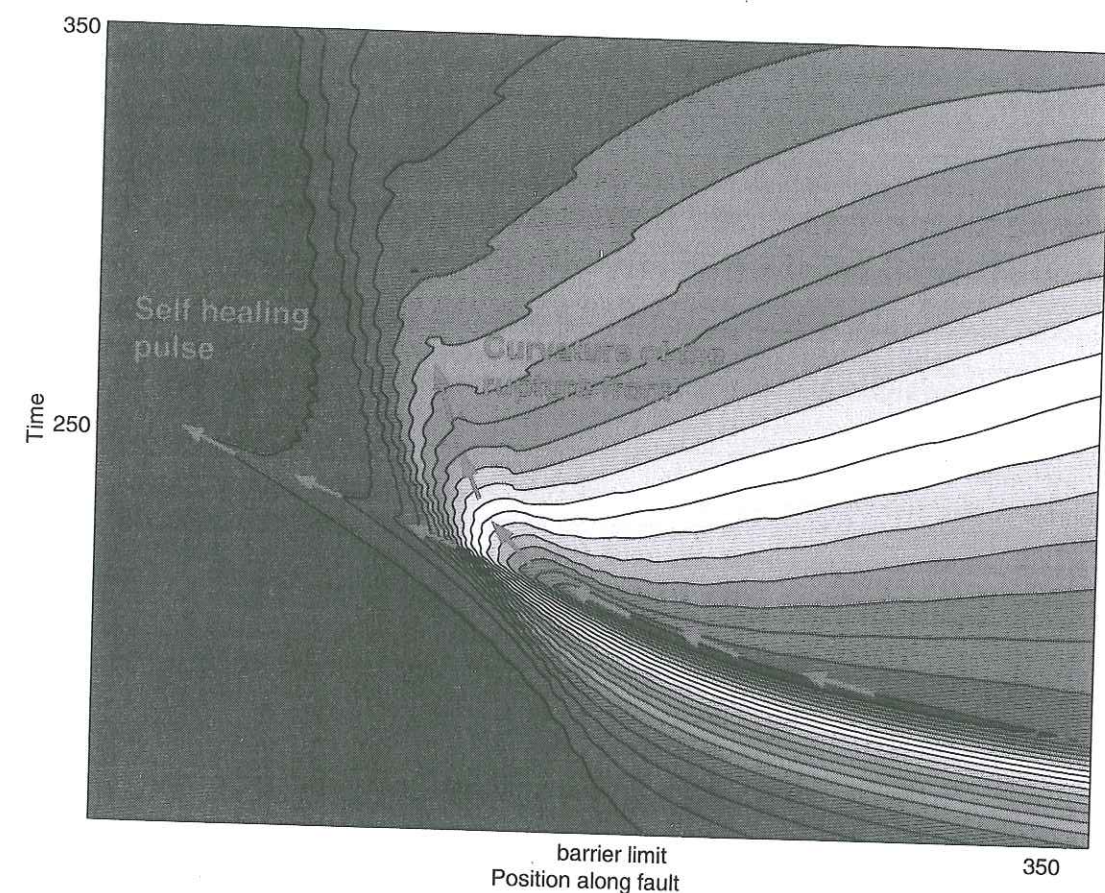


Figure 4.16 Relation between the crack arrest zone and the self-healing slip pulse. The rupture nucleates and propagates in the weak zone. As the rupture enters the increasing strength barrier, the crack front obviously deviates, which signifies a rapid decrease in the rupture velocity. The self healing pulse appears in the continuity of the crack front.



#### 4.4.1 Discussion

#### 4.4.2 High frequency radiation

Strong motion inversion, coupled or not with geodetic data (Wald and Heaton, 1994; Hernandez et al., 1999), concern the static aspect of the rupture (geometry of the fault and slip distribution) and the low frequency ( $\leq 1$  Hz) kinematic of the rupture. Despite the great amount of information and the deep understanding that these studies may provide, they lose all information about high frequencies. It is an important task to localize on the fault surface the patches of HF radiation because they can help us to better understand the dynamic of the rupture and because high frequencies radiations may be particularly destructive Kakehi et al. [1996b]. The study of high frequency radiation would need fine structure models of the crust, accounting for the small scale heterogeneities and anisotropy because high frequencies are scattered by the diffusive crust Margerin et al. [1999]. A deterministic approach is therefore not possible. Cocco and Boatwright [1993], using a technique of deconvolution of the square of the acceleration envelope applied to the Frioul earthquake ( $M_L = 5.9$ ) and to an aftershock of magnitude 4.0, obtained a power rate function. They showed that the maximum of the power rate function is delayed by 0.1 s after the maximum of the stress rate function, concluding that the maximum of high frequency radiation corresponds to the stopping phase of rupture. Kakehi et al. [1996a] have inverted the intensity of acceleration radiation. They observe for the Koshiro-Oki earthquake ( $M_W = 7.6$ , Japan, 1993), that the maximum of high frequency (2.0-10.0 Hz) is radiated from the periphery of the region of low frequency radiation. Zeng et al. [1993], using a different technique, have shown the same kind of feature for the Loma Prieta earthquake. Nakahar et al. [1998] computed the Green's function envelopes using the radiative transfer theory Sato et al. [1997] for different frequency ranges. Applying this technique to the Sanriku earthquake ( $M_W = 7.7$ , Japan, 1994), they showed that high frequencies were radiated during rupture arrest. Numerical models, both dynamic or quasi-dynamic Madariaga [1976, 1977]; Campillo [1983] show that high frequencies are radiated during initiation and arrest of rupture, and also during rupture front velocity strong variations. The model of strengthening barriers is consistent with these studies, since in this

model, high frequency radiation may be radiated at the end of the initiation phase and also as the rupture stops. The apparent supersonic rupture front velocity in the weak zone may account for the high frequency radiation during the propagation. As the rupture front encounters a strengthening barrier, the rupture front is abruptly slowed. It can be seen on Figures 4.13 and 4.14 that the barrier eventually fails with high dislocation speed. This feature can also account for high frequency radiation. Finally, the last high frequency source may be the self healing slip pulse that is nothing else than the signature of the arrest of rupture inside a strengthening barrier. The short duration of the pulse associated with the sharp decreases in rupture front velocity are probably responsible for high frequency radiation. Therefore, the patches of high frequency radiation are located at the periphery of the weak zones associated with the low frequency radiation. Beroza and Mikumo [1996] constructed a 3D dynamic model of the 1984, Morgan Hill earthquake. They used an iterative approach to fit the recorded slip velocity time functions. Their main result is that the risetime is short all over the fault surface, typically less than 1 s. The inversion of strong ground motion have lead them to obtain a short scale stress drop heterogeneity. The most striking feature is the existence of patches of negative stress drop associated with small amount of slip. These patches are located all over the fault surface, and lies between large patches of positive stress drop associated with the maximum of slip amplitude. The strengthening barrier model is able to reproduce this feature, since the weak zone of the fault is associated with the positive stress drop and the large amount of slip, whereas the strengthening barriers are associated with an increase in stress and small amount of slip. The crack-like rupture zones concentrate the slip, whereas the strengthening patches concentrate the stress.

#### 4.4.3 Strengthening barriers and fault growth

The strengthening barrier model also provides a possible mechanism for the extension of fault length throughout the repetition of earthquakes over decades or centuries. Geological observations and SPOT images analysis permit to reconstruct the evolution of discontinuities, i.e. barriers, along major strike-slip faults and to suggest the pull-apart basin history Bellier and Sébrier [1994]. Generally the extinction of the discontinuities (pull apart graben) appears to be the consequence



of the development of a new strike-slip fault that propagates through the basin, increasing the fault length with time. The strengthening barrier model is able to reproduce this feature. In this model, each rupture event is stopped over two crack-arrest zones associated with small amount of slip and stress concentration. These zones, in which the slip is less than the strengthening slip  $D_a$  correspond to zones of damaging of the barriers. The recurrence of earthquakes on the same fault implies a step by step increase in the slip, that is, after each event the damaging of the barrier increases. At some time, the slip eventually becomes greater than  $D_a$  at the transition from the weak zone to the strengthening barrier. The transition zone then describes the weakening part of the friction law: the next event on the fault will break this transition zone, extending the fault length. It is also interesting to note the sensitivity of the strengthening barrier model to the tectonic loading. As a point of fact, a given strengthening barrier may eventually resist and stop a given rupture process. If the same barrier is progressively loaded by tectonics, it will probably be broken by the same rupture event. The strengthening barrier model therefore accounts for the possible interaction between the regional stress field and the dynamic stress field emitted during the rupture propagation.

#### 4.4.4 Conclusion

The strengthening barrier model seems to overwhelm the rigid barrier model on several points: first, the use of strengthening barrier removes the nonphysical shear stress singularity that is associated with the use of a rigid barrier. The slip distribution stops at the rigid barrier, whereas it may spread inside the strengthening barrier over a crack-arrest zone. This zone corresponds to a damaging of the strengthening barrier, and is associated with small amount of slip. Depending on the strengthening parameters in the barrier, two arrest mechanisms are possible. The first one that we call fracture-like arrest mechanism is associated with a negative stress drop in the barrier. This mechanism is already well-known and is crack-size independent: the rupture stops because of a lack of energy. The second arrest mechanism, that we call friction-like mechanism is associated with a positive stress drop even inside the barrier. This mechanism is crack-size dependent. The resistance of a strengthening barrier is finite and is almost defined by the peak of

stress  $\tau_p = S_s \times D_a$ , where  $S_s$  is the slope of strengthening and  $D_a$  is the slip of strengthening. Both mechanisms are associated with the crack arrest zone and a self-healing slip pulse that hardly propagates inside the barrier. Both the length and amplitude of this pulse are controlled by the strengthening parameters, allowing a wide variety of slip distributions. High frequency radiations and stopping phases are possible feature associated with the strengthening barriers, depending also on the strengthening parameters. Strengthening barriers are also consistent with recent strong motion inversions that shows the existence of patches associated with small amount of slip and increase in stress. The strengthening barrier model also provides a possible explanation for the fault length increase with time through the existence of a crack arrest zone. The repetition of rupture events on the same fault progressively increases the damaging of the barriers, that eventually fail, thus leading to an increase in the fault length.

#### Bibliographie

- Barenblatt, G., The formation of equilibrium cracks during brittle fracture. General ideas and hypotheses, *J. appl. Math. Mech.*, 23, 622-636, 1959.
- Bellier, O., and M. Sébrier, Relationship between tectonism and volcanism along the Great Sumatran fault zone deduced by Spot images analyses, *Tectonophysics*, 233, 215-231, 1994.
- Beroza G.C., and T. Mikumo, Short slip duration in dynamic rupture in the presence of heterogeneous fault properties, *J. Geophys. Res.*, 101, 22449-22460, 1996.
- Bonafede, M., M. Dragoni, and E. Boschi, Quasi-static crack models and the frictional stress threshold criterion for slip arrest, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 83, 615-637, 1985.
- Bouchon, M., The state of stress on some faults of the San Andreas system as inferred from near-field strong motion data, *J. Geophys. Res.*, 102, 11731-11744, 1997.



- Bouchon, M., M. Campillo, and F. Cotton, Stress field associated with the rupture of the 1992 Landers, California, earthquake and its implications for the fault strength at the onset of the earthquake, *J. Geophys. Res.*, 103, 21091-21097, 1998.
- Burridge, R., Admissible speeds for plane-strain self-similar shear cracks with friction but lacking cohesion, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 35, 439-455, 1973.
- Campillo, M., Numerical evaluation of near field, high frequency radiation from quasi-dynamic circular faults, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 73, 724-734, 1983.
- Campillo, M., and R. Archuleta, A rupture model for the June 28, 1992, Landers, California, earthquake, *Geophys. Res. Lett.*, 20, 647-650, 1994.
- Campillo, M., and I.R. Ionescu, Initiation of antiplane shear instability under slip-dependent friction, *J. Geophys. Res.*, 102, 20363-20371, 1997.
- Cocco, M., and J. Boatwright, The envelopes of acceleration time histories, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 83, 1095-1114, 1993.
- Das S., and K. Aki, Fault plane with barriers: a versatile earthquake model, *J. Geophys. Res.*, 82, 5658-5670, 1977.
- Dascalu, C., I.R. Ionescu, and M. Campillo, Fault finiteness and initiation of dynamic shear instability, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 177, 163-176, 2000.
- Day, S., Three dimensional finite difference simulation of fault dynamics: rectangular faults with fixed rupture velocity, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 72, 705-727, 1982.
- Guatteri, M., and P. Spudich, What can strong motion tell us about slip weakening fault friction laws ?, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 90, 98-116, 2000.
- Hernandez, B., F. Cotton, and M. Campillo, Contribution of radar interferometry to a two-step inversion of the kinematic process of the 1992 Landers earthquake, *J. Geophys. Res.*, 104, 13083-13099, 1999.

- Husseini, M.I., Jovanovitch D.B., Randall M.J., Freund L.B., The fracture energy of earthquakes, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 43, 367-385, 1975.
- Ida, Y., Cohesive force along the tip of a longitudinal shear crack and Griffith's specific surface energy, *J. Geophys. Res.*, 77, 3796-3805, 1972.
- Ionescu, I.R., and Campillo M., The influence of the shape of the friction law and fault finiteness on the duration of initiation, *J. Geophys. Res.*, 104, 3013-3024, 1999.
- Takehi, Y., and H. Hoshiba, Estimation of high frequency wave radiation areas on the fault plane by the envelope acceleration seismograms, *Geophys. J. Int.*, 125, 892-900, 1996a.
- Takehi, Y., K. Irikura, and H. Hoshiba, Estimation of high frequency wave radiation areas on the fault plane of the 1995 Hyogo-ken Nambu earthquake by the envelope acceleration seismograms, *J. Phys. Earth*, 44, 505-517, 1996b.
- Kame, N., and T. Yamashita, A new light on arresting mechanism of dynamic earthquake faulting, *Geophys. Res. Lett.*, 26, 1997-2000, 1999.
- Madariaga, R., Dynamics of an expanding circular fault, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 66, 639-666, 1976.
- Madariaga, R., High frequency radiation from crack (stress drop) models of earthquake faulting, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 51, 625-651, 1977.
- Margerin, L., M. Campillo, and B. Van Tiggelen, Monte carlo simulation of multiple scattering of elastic waves, *J. Geophys. Res.*, 105, 7873-7892, 2000.
- Nakahara H., T. Nishimura, H. Sato, and M. Ohtake, Seismogram envelope inversion for the spatial distribution of high-frequency radiation from the earthquake fault: Application to the 1994 far east off Sanriku earthquake, Japan, *J. Geophys. Res.*, 103, 855-867, 1998.
- Ohnaka, M., Earthquake source nucleation: a physical model for short term precursors, *Tectonophysics*, 211, 149-172, 1992.



Ohnaka, M., Nonuniformity of the constitutive law parameters for shear rupture and quasistatic nucleation to dynamic rupture : A physical model of earthquake generation processes, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 93, 3795-3802, 1996.

Ohnaka, M., M. Akatsu, H. Mochuzuki, A. Odedra, F. Tagashira, and Y. Yamamoto, A constitutive law for the shear failure of rock under lithospheric conditions, *Tectonophysics*, 277, 1-27, 1997.

Ohnaka, M., and T. Yamashita, A cohesive zone model for dynamic shear faulting based on experimentally inferred constitutive relation on strong motion source parameters, *J. Geophys. Res.*, 94, 4089-4104, 1989.

Olsen, K., R. Madariaga, and R. Arculeta, Three-dimensional dynamic simulation of the 1992 Landers earthquake, *Science*, 278, 824-838, 1997.

Perrin, G., Rice J.R. and Zheng G., Self healing slip pulse on a frictional surface, *J. Mech. Phys. Solids*, 43, 1461-1495, 1995.

Sato, H., H. Nakahara, and M. Ohtake, Synthesis of scattered energy density for non spherical radiation from a point shear dislocation source based on radiative transfer theory, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 104, 1-13, 1997.

Voisin, C., I. Ionescu, M. Campillo, R. Hassani, and Q.L. Nguyen, Spectral analysis of the initiation process on a finite fault zone, *submitted to Geophys. J. Int.*, 2000.

Wald, D.J., and T. Heaton, Spatial and temporal distribution of slip for the 1992 Landers, California, earthquake, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 84, 668-691, 1994.

Zeng, Y., K. Aki, and T. Teng, Mapping the high frequency source radiation for the Loma Prieta earthquake, California, *J. Geophys. Res.*, 99, 11981-11993, 1993.

## 4.5 Résistance variable, croissance des failles, stabilité et instabilité

### 4.5.1 Résistance variable

L'hétérogénéité qui apparaît au travers de l'inversion des mouvements forts et aussi au travers des expériences de frottement peut être reliée aux variations des paramètres physiques de la surface. Ohnaka [1997] propose que le tremblement de terre mobilise à la fois des surfaces préexistantes et crée de nouvelles surfaces par rupture. La loi constitutive dépendante du glissement prend en compte le double aspect frottement/fracture. Les zones faibles de la faille (les surfaces préexistantes) sont associées à une loi de frottement en affaiblissement. Les zones les plus fortes (zones de fracture) sont associées à une loi de rupture en durcissement. Les combinaisons linéaires entre ces deux pôles permettent de décrire tout le spectre de la résistance variable. Trois types principaux se dégagent de ce spectre: le premier concerne les zones faibles, pour lesquelles la résistance à la rupture est très faible, représentée par l'aire de la courbe constitutive de frottement en affaiblissement. La chute de contrainte est positive. Le second type correspond aux zones résistantes. La loi constitutive présente un pic de contrainte peu élevé avant la partie en affaiblissement. Le troisième type concerne les zones très résistantes, le matériel sain. La loi constitutive présente un pic de contrainte élevé, tel que la chute de contrainte est négative. Le lecteur est invité à lire l'annexe B qui décrit les principales caractéristiques de la propagation de la rupture sur une faille résistante.

### 4.5.2 Croissance des failles

Le modèle de résistance variable permet éventuellement de stopper la propagation de la rupture sur une zone d'arrêt, caractérisée par un faible glissement et une augmentation de la contrainte. Ce processus d'arrêt permet de faire le lien entre le temps caractéristique de l'événement et le temps géologique. En effet, la répétition des événements sur la faille augmente pas à pas le glissement cumulé sur la faille et sur la zone d'arrêt. La figure 4.17 représente (conceptuellement) l'augmentation du glissement et montre comment une zone résistante peut devenir partie intégrante de



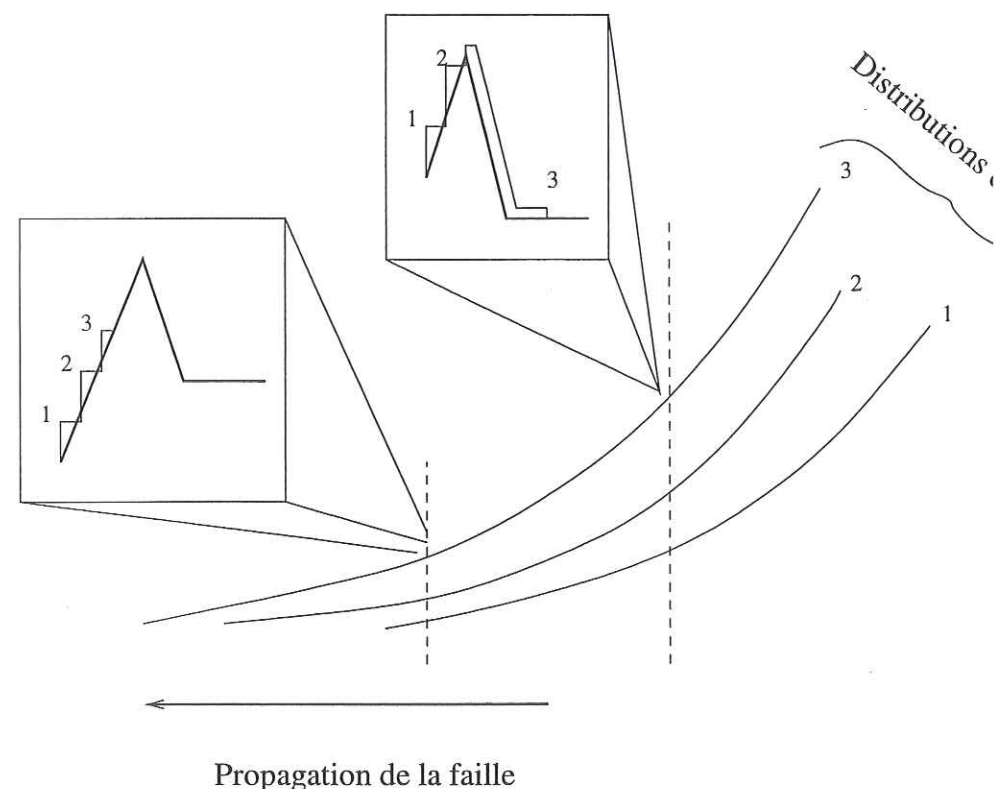


Figure 4.17 La distribution de glissement est modifiée après chaque événement (1, 2 et 3). La zone d'arrêt voit le glissement augmenter pas à pas. Les courbes constitutives représentent l'évolution contrainte-déplacement au sein de cette zone. Pour la partie proche de la faille faible, les deux premiers événements permettent de décrire la partie durcissante (résistante) de la loi. Le troisième événement permet de décrire la partie en affaiblissement. Dès lors, cette partie de la zone fait partie de la zone de faille faible. Plus loin, les 3 événements ne permettent de décrire qu'une partie du durcissement. Cette zone fait encore partie de la barrière.

la faille au cours du temps.

### 4.5.3 Stabilité et instabilité

La section précédente traite d'une faille finie homogène limitée par des barrières durcissantes. L'arrêt de la rupture endommage la barrière en provoquant l'augmentation de contrainte dans la zone d'arrêt. A cette hausse correspond un glissement faible, mais important. Les études de paléosismologie (e.g. *Pantosti et al.*, 1993) montrent qu'une même faille connaît au cours de son histoire plusieurs événements. Chacun d'entre eux charge la barrière et contribue à l'endommager un peu plus. La croissance de la faille se fait lorsque la zone d'arrêt atteint le pic de contrainte cor-

respondant à la fin de la partie durcissante. Le même processus peut intervenir sur la faille et tend à faire disparaître les hétérogénéités de résistance. Sous l'effet conjoint de la croissance par les extrémités et de la simplification, la faille stable peut franchir la transition vers l'instabilité, à la fois parce que la taille augmente, et aussi parce qu'elle devient plus simple (moins hétérogène), le produit  $\beta = a\alpha$  augmente. La faille tend vers le comportement instable.





## Conclusion Générale

*La poésie est la lave de l'imagination  
dont l'éruption empêche les tremblements de terre.*

*Byron*



## Conclusion générale

En introduction, nous avons soulevé un certain nombre de problèmes:

- 1/ Quel délai avant la rupture ?
- 2/ Le temps d'initiation est-il proportionnel à la taille de la faille et à la magnitude ?
- 3/ De quelle façon l'hétérogénéité modifie-t-elle le délai avant la rupture ?
- 4/ Dans quelle mesure une faille est-elle stable ou instable ?

L'ensemble de ce travail de thèse est basé sur les travaux expérimentaux de Ohnaka et collaborateurs. Cette assise physique, expérimentale, observationnelle se résume simplement: la rupture est précédée d'une phase d'endommagement qui se développe de façon asismique. *Campillo et Ionescu* [1997] ont procédé à l'analyse du problème antiplan de l'instabilité de frottement dépendant du glissement sur une faille infinie. Notre groupe a ensuite développé la théorie de la faille finie à l'aide de différentes méthodes: méthode intégrale (*Dascalu et al.* 2000) et éléments finis (*Voisin et al.*, 2000b). Toutes deux décrivent une transition entre un état stable et un état instable de la faille. Le produit  $\beta = a\alpha$ , où  $a$  est la demi longueur de la faille et  $\alpha$  le taux d'affaiblissement de la loi de frottement contrôle l'état (stable ou instable) de la faille. En effet, et ce dans toutes les géométries 2D ou 3D, on montre l'existence d'une valeur seuil  $\beta_0$  qui n'est autre que la première valeur propre du problème statique. Lorsque  $\beta < \beta_0$  la faille est dans l'état stable. Lorsque  $\beta \geq \beta_0$  la faille est dans l'état instable. Revenant à la définition de  $\beta$ , on perçoit la portée de ce résultat: pour une loi de frottement donnée, plus la faille est grande et plus elle est instable. Réciproquement, pour une taille donnée, plus l'affaiblissement est grand et plus la faille est instable. Cette analyse est dressée pour des failles homogènes. Dans le Chapitre 3, nous introduisons une difficulté supplémentaire qui est



celle de l'hétérogénéité. Nous montrons, dans le cas d'une distribution périodique, l'équivalence spectrale entre la faille hétérogène associé à un  $\beta$  donné et la faille homogène associée à une autre valeur de  $\beta$  prescrite par la géométrie du problème. Cette nouvelle valeur de  $\beta$ , équivalente, est plus petite: l'hétérogénéité diminue le caractère instable de la faille. Les différences finies permettent d'introduire la notion de loi de frottement effective. Cette loi moyenne prend en compte les effets des hétérogénéités de la faille sur le processus d'initiation. Elle est formée de deux parties linéaires de pentes différentes (voir la section 3.3). Ces pentes sont calculables et calculées par la méthode spectrale de *Voisin et al.* [2000b]. En introduisant non plus seulement une mais plusieurs échelles d'hétérogénéité, on imagine assez aisément le résultat: la loi effective serait formée par la succession de segments de droite de pente croissante. La courbure de la loi de frottement serait donc concave. Cela justifie *a posteriori* l'utilisation de cette forme de loi dans *Ionescu et Campillo* [1999] et dans *Voisin et al.* [2000a]. La moyennisation implique la perte d'information sur la complexité de la rupture. Cette dernière qui apparaît au travers des résultats d'inversion est liée à l'hétérogénéité de la faille. Elle est visible dans la chute de contrainte, dynamique ou statique, dans la distribution de glissement, dans l'évolution de la vitesse du front de rupture. Outre les variations du préstress, une bonne façon de rendre compte de ces données est d'introduire des variations latérales de frottement. Ce faisant, on lie les variations des observables aux variations de la résistance de la faille. Le Chapitre 4 traite de la notion de résistance à la rupture et d'arrêt. Toujours sur la base des expériences japonaises (*Ohnaka et al.*, 1987) nous introduisons la partie durcissante dans la loi de frottement. Une fois mis à l'échelle, nous montrons que le pic de contrainte représente l'essentiel de la résistance à la rupture, et que cette résistance locale est capable d'arrêter la rupture. L'arrêt se fait sur une zone dont la dimension est contrôlée par la pente du durcissement. Cette zone est en quelque sorte une zone d'endommagement de la barrière résis-

tante. 

Les trois premières questions concernent l'aspect temporel, essentiel à la prédiction. Les observations sismologiques nous donnent au mieux quelques secondes avant la rupture. Nous avons montré que le modèle en glissement peut expliquer une montée exponentielle du glissement sur la faille. Une phase d'initiation se développe sur tout ou partie de la faille. Lorsque le glissement atteint un seuil critique en un point quelconque de la surface, c'est la fin de l'initiation et le début de la phase de propagation de la rupture. Nous avons montré la forte influence du produit  $\beta = a\alpha$  sur le taux de croissance des instabilités. Dans certains cas non linéaires les débuts de l'instabilité peuvent être extrêmement ténus et la durée de l'initiation très longue tout en étant associée à des petits glissements. La question qui se pose est de savoir si les observations sismologiques ont un quelconque rapport avec le modèle. En fait, si tel est le cas, alors le signal observé ne peut correspondre qu'à la toute fin de la phase de nucléation. L'augmentation de la sensibilité des capteurs ainsi que les données de fond de puit devraient permettre un saut significatif dans la détection de ces faibles signaux précurseurs.

Il est temps maintenant de revenir sur les transitions stable/instable des failles finies. Dans le formalisme développé ici, le paramètre  $\beta = a\alpha$  contrôle l'état stable ou instable de la faille. Toute modification de  $a$  ou de  $\alpha$  modifie donc la valeur de  $\beta$  et par conséquent l'état d'instabilité de la faille. Nous avons vu que l'hétérogénéité tend à diminuer  $\alpha$  et par conséquent favorise la stabilité de la faille. D'un autre côté, l'arrêt de la rupture sur une zone d'endommagement offre une opportunité pour la faille de voir sa taille augmenter. L'évolution à long terme de la faille est contrôlée par les processus qui créent ou suppriment de l'hétérogénéité et par les processus qui permettent aux failles de grandir (en longueur et en largeur), d'arriver à maturation. La forme concave de la loi de frottement autorise la stabilité des failles finies (tout en gardant un  $D_c$  raisonnable). Les débuts de l'instabilité se font très lentement. L'évolution ne peut se faire que de façon quasistatique (avec un forçage tectonique par exemple). Les premiers millimètres de déplacement peuvent exiger une durée très longue (plusieurs années). Par contre lorsque la faille décrit la partie instable de la loi de frottement (lorsque la pente est suffisamment forte) alors l'évolution accélère de manière catastrophique vers la rupture. La seconde partie est décrite très rapidement en regard de la première. Dès lors, on imagine l'effet du passage d'une onde sur la faille. Le forçage ainsi réalisé permet à la faille d'atteindre beaucoup plus rapidement la partie instable (et dans ce cas il y a déclenchement)



ou tout du moins de s'en rapprocher (et alors on peut réellement parler d'avance d'horloge). Le Chapitre 2 traite ainsi du déclenchement des séismes et étaye cette hypothèse.



La quatrième question concerne la stabilité des failles. En effet, il ne faut pas perdre de vue que les tremblements de terre ne sont pas le seul comportement des failles. Il existe également des réponses asismiques, stables. Ainsi, la sismicité enregistrée dans les Alpes explique à grand peine 10% de la déformation totale. De là à penser que la sismicité est un accident de parcours dans l'histoire de la faille, il y a peu. Un point important est donc de pouvoir dire d'une faille si elle est instable ou non. Nous avons montré l'existence d'un pattern d'initiation caractéristique du comportement instable de la faille. Mieux encore, ce pattern est associé à un domaine de confiance qui peut permettre de contraindre le temps d'initiation. Ces résultats préliminaires doivent être étendus aux autres géométries. Ils concernent une approche certaine de la prévision. Il faut noter que d'autres approches probabilistes sont développées actuellement. Celles-ci utilisent l'histoire sismologique d'une région pour estimer la probabilité d'occurrence d'un séisme. La mesure de certains paramètres statistiques et de leurs fluctuations permettrait de contraindre également le temps d'occurrence du prochain événement.

Et maintenant ? Dans un proche avenir, le cas de plusieurs segments de faille non coplanaires sera traité. Les premiers résultats (*Durand, 2000; Wolff, 2000*) concernant l'interaction de deux segments indiquent une physique très différente, au moins dans le cas antiplan. En effet lorsque les segments sont coplanaires, il ne peut y avoir qu'une interaction excitatrice car les segments se chargent mutuellement. En revanche, dans le cas non coplanaire, l'initiation de la rupture sur un segment crée une zone déchargée qui inhibe éventuellement le déclenchement de l'autre segment. On imagine alors la complexité de la dynamique d'un système composé de multiples segments non coplanaires. De nombreux paramètres ne sont pas pris en compte dans ce travail de thèse. L'influence de la contrainte normale n'est pas étudiée dans la géométrie antiplane. En revanche, elle intervient dans le cas plan et en 3D, ne serait-ce que par l'existence d'ondes P. Les problèmes à deux ou trois milieux (la gouge) constituent aussi une classe différente et ouvrent des voies nouvelles pour la compréhension de la physique des tremblements de terre. Il serait vain de vouloir être exhaustif, tant la diversité des approches est grande, aussi j'arrêterai sur ces

mots de J. Keats (Poésies complètes):

*La poésie de la Terre ne meurt jamais.*





## Bibliographie générale

- Aki, K., Characterization of barriers on an earthquake fault, *J. Geophys. Res.*, **84**, 6140-6148, 1979.
- Aki, K., and P.G. Richards, *Quantitative Seismology*, vol. II, 932 pp., W.H. Freeman, New York, 1980.
- Allen, C.R., M. Wyss, J.N. Brune, A. Granz, and R. Wallace, Displacements on the Imperial, Superstition Hills, and San Andreas faults triggered by the Borrego Mountain earthquake, in *The Borrego Mountain Earthquake, U.S. Geol. Surv. Profess. Pap.* **787**, 87-104, 1972.
- Anderson, J.G., J.N. Brune, J.N. Louie, Y. Zeng, M. Savage, G. Yu, Q. Chen, and D. dePolo, Seismicity in the western Great Basin apparently triggered by the Landers, California, earthquake, 28 June 1992, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **84**, 863-891, 1994.
- Andrews, D.J., Rupture Velocity of Plane Strain Shear Cracks, *J. Geophys. Res.*, **81**, 5679-5687, 1976.
- Archuleta, R.J., A faulting model for the 1979 Imperial Valley earthquake, *J. Geophys. Res.*, **89**, 4559-4585, 1984.
- Bak, P., and C. Tang, Earthquakes as a self-organized critical phenomenon, *J. Geophys. Res.*, **94**, 15,635-15,637, 1989.
- Belardinelli, M.E., M. Cocco, O. Coutant, and F. Cotton, The redistribution of dynamic stress during coseismic ruptures: Evidence for fault interaction and earthquake triggering, *J. Geophys. Res.*, **104**, 14,925-14,945, 1999.



- Bellier, O., and M. Sébrier, Relationship between tectonism and volcanism along the Great Sumatran fault zone deduced by Spot images analyses, *Tectonophysics*, 233, 215-231, 1994.
- Beroza, G., and W.L. Ellsworth, Properties of the seismic nucleation phase, *Tectonophysics*, 261, 209-227, 1996.
- Beroza, G.C., and T. Mikumo, Short slip duration in dynamic rupture in the presence of heterogeneous fault properties, *J. Geophys. Res.*, 101, 22449-22460, 1996.
- Bodin, P., R. Bilham, J. Behr, J. Gombert, and K.W. Hudnut, Slip triggered on southern California faults by the 1992 Joshua Tree, Landers and Big Bear earthquakes, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 84, 806-816, 1994.
- Bodin, P., and J. Gombert, Triggered seismicity and deformation between the Landers, California, and Little Skull Mountain, Nevada, earthquakes, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 84, 835-843, 1994.
- Burridge, R., Admissible speeds for plane-strain self-similar shear cracks with friction but lacking cohesion, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 35, 439-455, 1973.
- Burridge R., and L. Knopoff, Model and theoretical seismicity, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57, 341-371, 1967.
- Byerlee, J.D., Friction of rock, *Pure Appl. Geophys.*, 116, 615-626, 1978.
- Campillo, M. and I. Ionescu, Initiation of antiplane shear instability under slip-dependent friction, *J. Geophys. Res.*, 102, 20,363-20,371, 1997.
- Carlson, J.M., and J.S. Langer, Model and theoretical seismicity, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57, 341-371, 1989.
- Cocco, M., and F. Pacor, Space time evolution of the rupture process from the inversion of strong motion waveforms, *Tectonophysics* 218, 157-177, 1993.
- Cochard, A., and R. Madariaga, Dynamic faulting under rate dependent friction, *Pure Appl. Geophys.*, 142, 419-445, 1994.

- Cotton, F., and M. Campillo, Frequency domain inversion of strong motions: application to the 1992 earthquake, *J. Geophys. Res.*, 100, 3961-3975, 1995.
- Cotton, F., and O. Coutant, Dynamic stress variations due to shear faults in a plane layered medium, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 128, 676-688, 1997.
- Das, S., and K. Aki, A numerical study of two-dimensional spontaneous rupture propagation, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 50, 643-668, 1977.
- Das S., and K. Aki, Fault plane with barriers: a versatile earthquake model, *J. Geophys. Res.*, 82, 5658-5670, 1977.
- Das, S., and C. Scholz, Off-fault aftershock clusters caused by shear stress increase?, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 71, 1669-1675, 1981.
- Dasalu, C., I.R. Ionescu, and M. Campillo, Fault Finiteness and Initiation of Dynamic Shear Instability, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 177, 163-176, 2000.
- Day, S.M., Three-Dimensional Simulation of Spontaneous Rupture: The Effect of Nonuniform Prestress, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 72, 1881-1902, 1982.
- Deng, J., and L.R. Sykes, Triggering of the 1812 Santa Barbara earthquake by a great San Andreas shock: Implications for future seismic hazards in southern California, *Geophys. Res. Lett.*, 23, 1155-1158, 1996.
- Dieterich, J.H., Modeling of rock friction, 1, Experimental results and constitutive equations, *J. Geophys. Res.*, 84, 2161-2175, 1979.
- Dodge, D.A., G.C. Beroza, and W.L. Ellsworth, Foreshock sequence of the 1992, Landers, California, earthquake and its implications for earthquake nucleation, *J. Geophys. Res.*, 100, 9865-9880, 1995.
- Dodge, D.A., G.C. Beroza, and W.L. Ellsworth, Detailed observations of California foreshock sequences: implications for earthquake initiation process, *J. Geophys. Res.*, 101, 22371-22392, 1996.
- Ellsworth, W.L. and G.C. Beroza, Seismic evidence for an earthquake nucleation phase, *Science*, 268, 851-854, 1995.



Ellsworth, W.L. and G.C. Beroza, Observation of the seismic nucleation phase in the Ridgecrest, California, earthquake sequence, *Geophys. Res. Lett.*, **25**, 401-404, 1998.

Eshelby, J.D., The elastic field of a crack extending non-uniformly under general antiplane loading, *J. Mech. Phys. Solids*, **17**, 6031-6045, 1969.

Favreau, P., M. Campillo and I.R. Ionescu, Initiation of In-Plane Shear Instability under Slip-Dependent Friction, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **89**, 1280-1295, 1999.

Freund L.B. Energy flux into the tip of an extending crack in an elastic solid, *J. Elasticity*, **2**, 341-349, 1972.

Freund, L.B. The mechanics of dynamic shear crack propagation, *J. Geophys. Res.*, **84**, 2199-2209, 1979.

Fukuyama, E., and R. Madariaga, Rupture dynamics of a planar fault in a 3D elastic medium: Rate- and slip- weakening friction, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **88**, 1-17, 1998.

Galehouse, J.S., Effect of the Loma Prieta earthquake on surface slip along the Calveras fault in the Hollister area, *Geophys. Res. Lett.*, **17**, 2019-2022, 1990.

Gomberg, J., and P. Bodin, Triggering of the  $M_s = 5.4$  Little Skull mountain, Nevada, earthquake with dynamic strain, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **84**, 844-853, 1994.

Gomberg, J., and S. Davis, Stress/strain changes and triggered seismicity at the Geysers, California, *J. Geophys. Res.*, **101**, 733-749, 1996.

Gomberg, J., M.L. Blanpied, and N.M. Beeler, Transient triggering of near and distant earthquakes, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **87**, 294-309, 1997.

Gomberg, J., N.M. Beeler, M.L. Blanpied, and P. Bodin, Earthquake triggering by transient and static deformations, *J. Geophys. Res.*, **103**, 24,411-24,426, 1998.

Grasso, J.R. and D. Sornette, Testing self organized criticality by induced seismicity, *J. Geophys. Res.*, **103**, 29,965-29,988, 1998.

Hardebeck, J.L., J.J. Nazareth, and E. Haucksson, The static stress change triggering model: Constraints from two southern California aftershocks sequences, *J. Geophys. Res.*, **103**, 24,427-24,438, 1998.

Harris, R.A., Stress triggers, stress shadows, and implications for seismic hazard, *J. Geophys. Res.*, **103**, 24,347-24,358, 1998.

Harris, R.A., and S.M. Day, Dynamics of fault interaction: Parallel strike-slip faults, *J. Geophys. Res.*, **98**, 4461-4472, 1993.

Harris, R.A., and R.W. Simpson, Changes in static stress on southern California faults after the 1992 Landers earthquake, *Nature*, **360**, 251-254, 1992.

Harris, R.A., and R.W. Simpson, In the shadow of 1857: The effect of the great Ft. Tejon earthquake on subsequent earthquakes in southern California, *Geophys. Res. Lett.*, **23**, 229-232, 1996.

Hartzell, S.H., and T.H. Heaton, Inversion of strong ground motion and teleseismic waveform data for the fault rupture history of the 1979 Imperial Valley, California, earthquake, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **73**, 1553-1583, 1983.

Hayakawa, M., T. Itoh, K. Hattori and K. Yumoto, ULF electromagnetic precursors for an earthquake at Biak, Indonesia on February, 17, 1996. *Geophys. Res. Lett.*, **27**, 1531-1534, 2000.

Heaton, T.H., Evidence for and implications of self healing pulses of slip in earthquake rupture, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **64**, 1-20, 1990.

Hill, D.P., P.A. Reasenberg, A. Michael, W.J. Arabaz, and G.C. Beroza, Seismicity remotely triggered by the magnitude 7.3 Landers, California, earthquake, *Science*, **260**, 1617-1623, 1993.

Husseini, M.I., Jovanovitch D.B., Randall M.J., Freund L.B., The fracture energy of earthquakes, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **43**, 367-385, 1975.



- Ida, Y., Cohesive force along the tip of a longitudinal shear crack and Griffith's specific surface energy, *J. Geophys. Res.*, **77**, 3796-3805, 1972.
- Iio, Y., Slow initial phase of the *P* wave velocity pulse generated by microearthquakes, *Geophys. Res. Lett.*, **19**, 477-480, 1992.
- Iio, Y., Frictional coefficients on faults in a seismogenic region inferred from earthquake mechanism solutions, *J. Geophys. Res.*, **102**, 5403-5412, 1997.
- Iio, Y., S. Ohmi, R. Ikeda, E. Yamamoto, H. Ito, H. Sato, Y. Kuwahara, T. Ohminato, B. Shibazaki, and M. Ando, Slow initial phase generated by microearthquakes occurring in the Western Nagano prefecture, Japan -The source effect- *Geophys. Res. Lett.*, **26**, 1969-1972, 1999.
- Ionescu, I.R., and M. Campillo, Influence of the shape of friction law and fault finiteness on the duration of initiation, *J. Geophys. Res.*, **104**, 3013-3024, 1999.
- Ishihara, Y., Y. Fukao, I. Yamada, and H. Aoki, The rising slope of moment rate functions: the 1989 earthquakes off east coast of Honshu, *Geophys. Res. Lett.*, **19**, 873-876, 1992.
- Jaumé, S.C., and L.R. Sykes, Change in the state of stress on the southern San Andreas fault resulting from the California earthquakes sequence of April to June 1992, *Science*, **258**, 1325-1328, 1992.
- Jaumé, S.C., and L.R. Sykes, Evolution of moderate seismicity in the San Francisco Bay region, 1850 to 1993: Seismicity changes related to the occurrence of large and great earthquakes, *J. Geophys. Res.*, **101**, 765-789, 1996.
- Jones, L.M., B. Wang, S. Xu, and T.J. Fitch, The foreshock sequence of the February, 4, 1975, Haicheng earthquake ( $M=7.3$ ), *J. Geophys. Res.*, **87**, 4575-4584, 1982.
- Jones, L.M., Foreshocks (1966-1980) in the San Andreas system, California, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **74**, 1361-1380, 1984.
- Jordan, T. Far-field Detection of Slow Precursors to Fast Seismic Rupture, *Geophys. Res. Lett.*, **18**, 2019-2022, 1991.

- Kilb, D., J. Gomberg, and P. Bodin, Complete coulomb failure stress changes and earthquake triggering, (abstract), *Eos Trans. AGU*, **80**, (46), *Fall Meet. Suppl.*, F1005-F1006, 1999.
- King, G.C.P., R.S. Stein, and J. Lin, Static stress changes and the triggering of earthquakes, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **84**, 935-953, 1994.
- Kostrov, P.V., Unsteady propagation of longitudinal shear cracks, *J. appl. Math. Mech.*, **30**, 1241-1248, 1966.
- Madariaga, R., Dynamics of an expanding circular crack, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **66**, 639-667, 1976.
- Madariaga, R., and Cochard A., Seismic source dynamics, heterogeneity and friction, *Annal. Geophys.*, **37**, 1349-1375, 1994.
- Madariaga, R., and K.B. Olsen, Criticality of Rupture Dynamics in Three Dimensions, ????, 1999.
- Main, I., Statistical physics, seismogenesis and seismic hazard, *Rev. of Geophys.*, **34**, 4333-462, 1996.
- Matsu'ura, M., H. Kataoka, and B. Shibazaki, Slip-dependent friction law and nucleation processes in earthquake rupture, *Tectonophysics*, **211**, 135-148, 1992.
- McGill, S.F., C.R. Allen, K.W. Hudnut, D.C. Johnson, W.F. Miller, and K.E. Sieh, Slip on the Superstition Hills fault and on nearby faults associated with the 24 November 1987 Elmore Ranch and Superstition Hills earthquakes, southern California, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **79**, 362-375, 1989.
- Mori, J., and H. Kanamori, Initial rupture of earthquakes in the 1995 Ridgecrest, California sequence, *Geophys. Res. Lett.*, **23**, 2437-2440, 1996.
- Nalbant, S.S., A. Hubert, and G.C.P. King, Stress coupling between earthquakes in northwest Turkey and the north Aegean Sea, *J. Geophys. Res.*, **103**, 24,469-24,486, 1998.



Narteau, C., P. Shebalin, M. Holschneider, J.L. Le Mouél, and C.J. Allègre, Direct simulations of the stress redistribution in the scaling organization of fracture tectonics (S.O.F.T.) model, *Geophys. J. Int.*, in press, 1999.

Nostro, C., M. Cocco, and M.E. Belardinelli, Static stress changes in extensional regimes: An application to southern Apennines (Italy), *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 87, 234-248, 1997.

Ohnaka, M., Experimental studies of stick-slip and their application to the earthquake mechanism, *J. Phys. Earth*, 21, 285-303, 1973.

Ohnaka, M., Applications of some dynamic properties of stick-slip to earthquakes, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 53, 311-318, 1978.

Ohnaka, M., Earthquake source nucleation: a physical model for short-term precursors, *Tectonophysics*, 211, 149-178, 1992.

Ohnaka, M., Critical size of the nucleation zone of earthquake rupture inferred from immediate foreshock activity, *J. Phys. Earth*, 41, 45-56, 1993.

Ohnaka, M., Nonuniformity of the constitutive law parameters for shear rupture and quasistatic nucleation to dynamic rupture: A physical model of earthquake generation processes. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 93, 3795-3802, 1996.

Ohnaka, M., Y. Kuwahara and K. Yamamoto, Constitutive relations between dynamic physical parameters near a tip of the propagating slip zone during stick-slip shear failure, *Tectonophysics*, 144, 109-125, 1987.

Ohnaka, M., and T. Yamashita, A cohesive zone model for dynamic shear faulting based on experimentally inferred constitutive relation and strong motion source parameters, *J. Geophys. Res.*, 94, 4089-4104, 1989.

Ohnaka, M., and Y. Kuwahara, Characteristic features of local breakdown near a crack-tip in the transition zone from nucleation to unstable rupture during stick-slip shear failure, *Tectonophysics*, 175, 197-220, 1990.

Ohnaka, M., and L. Shen, Scaling of the shear rupture process from nucleation to dynamic propagation: Implications of geometric irregularity of the rupturing surfaces, *J. Geophys. Res.*, 104, 817-844, 1999.

Okada, Y., and K. Kasahara, Earthquake of 1987, off Chiba, central Japan and possible triggering of eastern Tokyo earthquake of 1988, *Tectonophysics*, 172, 351-364, 1990.

Okubo, P., and J.H. Dieterich, Effect of physical fault properties on frictional instabilities produced on simulated faults, *J. Geophys. Res.*, 89, 5817-5827, 1984.

Pantosti, D., D.P. Schwartz, and G. Valensise, Paleosismology along the 1980 Irpinia earthquake fault and implications for earthquake recurrence in the southern Apennines, *J. Geophys. Res.*, 98, 6561-6577, 1993.

Papageorgiou, A., and Aki K., A specific barrier model for the quantitative description of inhomogeneous faulting and the prediction of strong ground motion. I. Description of the model, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 73, 693-722, 1983.

Papageorgiou, A., and Aki K., A specific barrier model for the quantitative description of inhomogeneous faulting and the prediction of strong ground motion. II. Applications of the model, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 73, 953-978, 1983.

Perrin, G., Rice J.R. and Zheng G., Self healing slip pulse on a frictional surface. *J. Mech. Phys. Solids*, 43, 1461-1495, 1995.

Pingue, F., G. De Natale, and P. Briole, Modeling of the 1980 Irpinia earthquake source: Constraints from geodetic data, *Ann. Geofis.*, 36, 27-40, 1993.

Reasenber, P.A., and R.W. Simpson, Response of regional seismicity to the static stress change produced by the Loma Prieta earthquake, *Science*, 255, 1687-1690, 1992.

Ruina, A.L., Slip instability and state variable friction laws, *J. Geophys. Res.*, 88, 10359-10370, 1983.



- Rybicki, K., Analysis of aftershocks on the basis of dislocation theory, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 7, 409-422, 1973.
- Sato, T., and T. Hirasawa, Body wave spectra from propagating shear cracks, *J. Phys. Earth*, 21, 415-431, 1973.
- Scholz, C.H., The Mechanics of Earthquakes and Faulting, *Cambridge University Press, Cambridge.*, 1990.
- Schulz, S.S., Triggered slip near Hollister after the April 24, 1984, Morgan Hill, California earthquake, J.H. Bennett and R.W. Sherburne (editors) *Calif. Div. Mines Geol. Spec. Pub.* 687, 175-182, 1985.
- Sieh, K.E., Slip along the San Andreas fault associated with the earthquake, in *The Imperial Valley Earthquake of October 15, 1979*, U.S. Geol. Surv. Profess. Pap, 1254, 155-160, 1982.
- Simpson, R.W., S.S. Schulz, L.D. Dietz, and R.O. Burford, The response of creeping parts of the San Andreas fault to earthquakes on nearby faults: Two examples, *Page of Geoph.* 126, 665-685, 1988.
- Smith, S.W. and W. Van de Lindt, Strain adjustments associated with earthquakes in southern California, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59, 1569-1589, 1969.
- Spudich, P., L.K. Steck, M. Hellweg, J.B. Fletcher, and L. Baker, Transient stresses at Parkfield, California, produced by the M7.4 Landers earthquake of June, 28, 1992: Observations from the UPSAR dense seismograph array, *J. Geophys. Res.*, 100, 675-690, 1995.
- Stein, R.S., and M. Lisowski, The 1979 Homestead Valley earthquake sequence, California: Control of aftershocks and postseismic deformation, *J. Geophys. Res.*, 88, 6477-6490, 1983.
- Stein, R.S., G.C.P. King, and J. Lin, Change in failure stress on the southern San Andreas fault system caused by the 1992 magnitude = 7.4 Landers earthquake, *Science*, 258, 1328-1332, 1992.

- Stein, R.S., G.C.P. King, and J. Lin, Stress triggering of the  $M = 6.7$  Northridge, California, earthquake by its predecessors, *Science*, 265, 1432-1435, 1994.
- Toda, S., R.S. Stein, P.A. Reasenberg, J.H. Dieterich, and A. Yoshida, Stress transferred by the 1995  $M_w = 6.9$  Kobe, Japan, shock: Effect on aftershocks and future earthquake probabilities, *J. Geophys. Res.*, 103, 24,543-24,565, 1998.
- Troise, C., G. De Natale, F. Pingue, and S.M. Petrazzuoli, Evidence for static stress interaction among earthquakes in the south-central Apennines (Italy), *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 134, 809-817, 1998.
- Umeda, Y., T. Yamashita, T. Tada, and N. Kame, Possible mechanisms of dynamic nucleation and arresting of shallow earthquake faulting, *Tectonophysics* 261, 179-192, 1996.
- Vaccari, F., P. Harabaglia, P. Suhadolc, and G.F. Panza, The Irpinia (Italy) 1980 earthquake: waveform modeling of accelerometric data and macroseismic considerations, *Ann. Geofis.*, 36, 93-108, 1993.
- Voisin, C., Simulation de la sismicité sur une faille hétérogène, Diplôme d'Études Approfondies, 1997.
- Voisin, C., I.R. Ionescu, M. Campillo, R. Hassani, and Q.L. Nguyen, Spectral analysis of the initiation process on a bounded fault zone, submitted to *Geophys. J. Int.*, 2000.
- Williams, P.L., S.F. McGill, K.E. Sieh, C.R. Allen and J.N. Louie, Triggered slip along the San Andreas fault after the 8 July 1986 North Palm Springs earthquake, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 78, 1112-1122, 1988.
- Yamashita, T., and M. Ohnaka, Nucleation process of unstable rupture in the Brittle Regime: A theoretical approach based on experimentally inferred relations, *J. Geophys. Res.*, 96, 8351-8367, 1991.
- Zoback, M.D. and J. Healy, Friction, faulting and in-situ stress, *Ann. Geophys.*, 2, 689-698, 1984.



## Appendix A

### Éléments finis et stabilité des failles

#### A.1 Le problème statique

##### A.1.1 Analyse de stabilité

Il est important de déterminer une condition simple sur  $\beta = a\alpha$  qui permette de caractériser l'état stable ou instable de la faille.  $\beta$  étant adimensionnel, la condition ne dépend que de la géométrie (antiplane).

On introduit le problème aux valeurs propres suivant: trouver  $\varphi : \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$  et  $\beta$  tels que  $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \varphi^2(x_1, x_2) dx_1 dx_2 = 1$  et

$$\nabla^2 \varphi(x_1, x_2) = 0; \text{ pour } x_2 > 0, \quad (\text{A.1})$$

$$\varphi(x_1, 0) = 0, \text{ pour } x_1 \notin \Gamma_f, \quad (\text{A.2})$$

$$\partial_{x_2} \varphi(x_1, 0) = -\beta \varphi(x_1, 0) \text{ pour } x_1 \in \Gamma_f. \quad (\text{A.3})$$

Ce problème admet une série de valeurs propres positives  $0 < \beta_0 < \beta_1 < \dots$  avec  $\lim_{n \rightarrow \infty} \beta_n = +\infty$ . La première d'entre elles,  $\beta_0$ , est d'une importance primordiale dans l'analyse de stabilité.

$$\text{si } a \frac{(\mu_s - \mu_d)S}{GL_c} = \beta < \beta_0 \text{ alors } w \equiv 0 \text{ est stable.} \quad (\text{A.4})$$



## Résolution par éléments finis

Le problème aux valeurs propres est résolu par une méthode d'éléments finis. La faille de taille finie est placée dans un espace élastique. La symétrie du problème nous autorise à ne considérer que le demi espace  $x_2 > 0$ . Il est ramené au domaine  $\Omega$ , de frontière fictive  $\Gamma_d$ . Le domaine  $\Omega$  est maillé à l'aide d'éléments triangulaires. On définit  $V_h$  un espace de dimension finie  $N$  composé des fonctions affines par triangle, muni de sa base canonique  $e_1, e_2, \dots, e_N$ . Les matrices de masse, de rigidité et de bord sont données par:

$$M_{ij} = \int_{\Omega} e_i(x_1, x_2) e_j(x_1, x_2) dx_1 dx_2, \quad K_{ij} = \int_{\Omega} \nabla e_i(x_1, x_2) \cdot \nabla e_j(x_1, x_2) dx_1 dx_2,$$

$$B_{ij} = \int_{\Gamma_f} \alpha e_i(x_1, 0) e_j(x_1, 0) dx_1$$

Si on note de plus la fonction propre  $\varphi$  comme somme des fonctions  $f_i$  sur la base des  $e_i$ , alors le problème statique s'écrit:

$$Kf = \beta Bf \quad (\text{A.5})$$

## Tests numériques

**Effet de la taille de la maille** Le tableau 1 présente le résultat du calcul de la constante de stabilité  $\beta_0$  pour différents maillages. Le paramètre de contrôle est la taille de la maille au bord du segment de faille. Plus il est petit et plus le nombre d'éléments est grand. Le nombre d'éléments sur la faille est donné par le quotient de la longueur de la faille par ce paramètre. La comparaison avec la valeur de  $\beta_0$  obtenue par *Dasalu et al.* [2000] à l'aide d'une méthode intégrale ( $\beta_0 = 1.157741$ ) montre que la meilleure maille n'est pas forcément la plus petite. Il ne semble pas y avoir de convergence parfaite de la méthode numérique. Les éléments finis s'avèrent difficiles à manipuler finement. Chaque changement de l'un des paramètres de maille influe sur le résultat. Cependant il ne faut pas perdre de vue que l'erreur n'est pas très grande: moins de 1% de variation sur la valeur de  $\beta_0$ .

**Effet de la distance du bord fictif** La géométrie du domaine maillé peut influencer sur le résultat. Le bord fictif  $\Gamma_d$  (frontière du domaine  $\Omega$ ) est considéré comme suffisamment éloigné du segment  $\Gamma_c$  pour qu'on puisse imposer un déplacement nul.

Taille de la maille	Valeur propre $\beta_0$
0.002	1.16327022776440425
0.003	1.16272642198331733
0.004	1.16269709963876022
0.005	1.16143628564358936
0.006	1.15852284826821150
0.007	1.15829682754466234
0.008	1.15774242772968794
0.009	1.15664435886090033
0.01	1.15446527139188482
0.011	1.15179350723009999

Table A.1 Effet de la taille de l'élément sur  $\beta_0$ .

La question est de déterminer ce que signifie suffisamment éloigné. On appelle  $L$  la longueur du côté de  $\Omega$ . On exprime  $L$  en fonction de  $a$  la demi longueur de la faille. Le tableau 2 présente les résultats calculés pour un nombre d'éléments constants et un nombre de points sur la faille constant. Le bord fictif influe sur la valeur de  $\beta_0$ . Les autres valeurs sont moins affectées.

La méthode des éléments finis doit être calibrée à l'aide d'une autre méthode, ici celle des équations intégrales. Les résultats sont en bon accord lorsque la taille de la maille est de 0.008 et la distance du bord fictif est  $L = 10a$ . Le choix de ces paramètres fait que le temps calcul n'est pas très important (quelques secondes).

## A.1.2 Cas d'une faille homogène

La résolution du problème statique permet d'obtenir rapidement les valeurs propres et les fonctions propres correspondantes. Avec les paramètres choisis ci-dessus, on obtient les fonctions présentées dans les figures 1a, b, c, d, e, f.



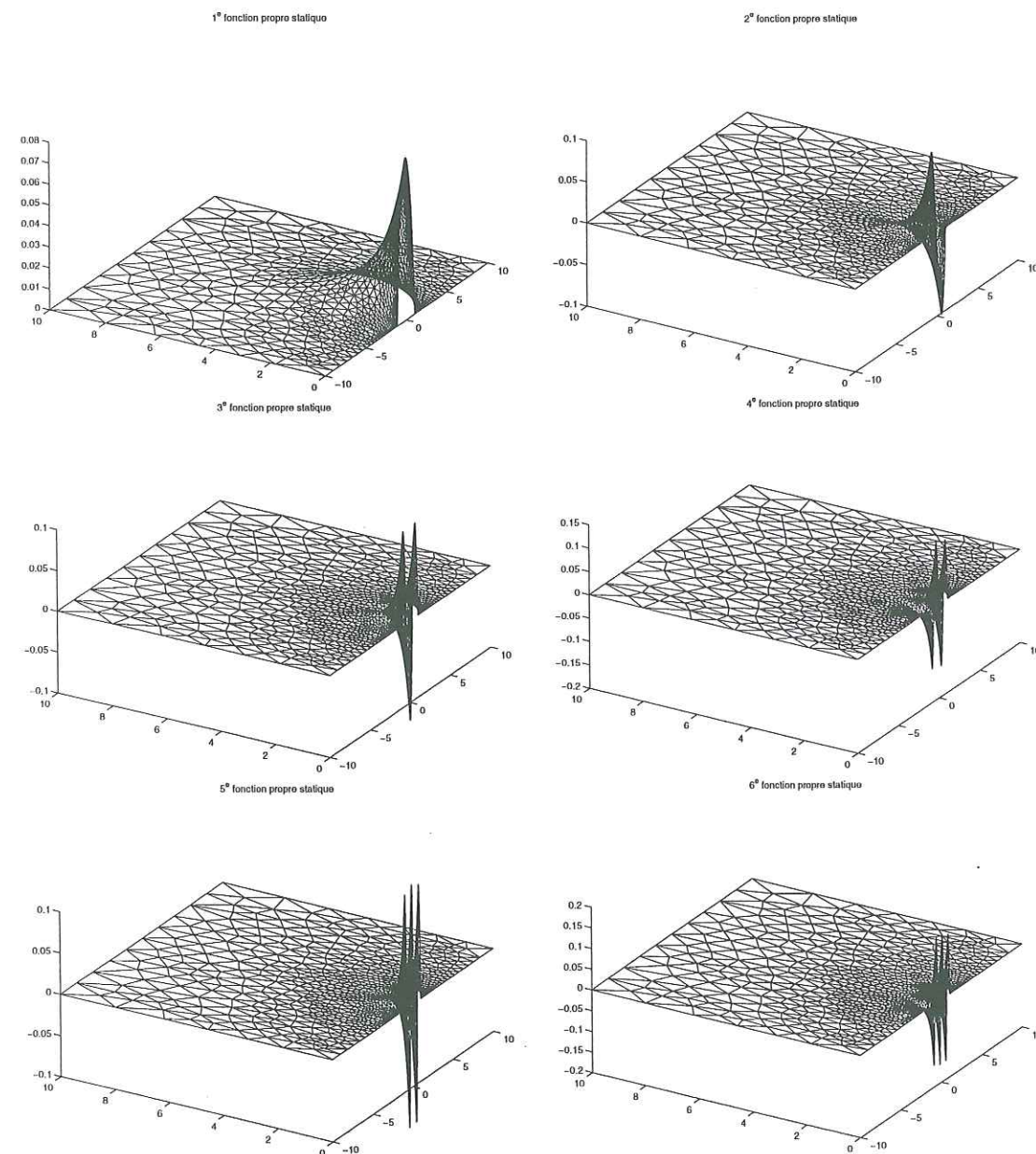


Figure A.1 Les 6 premières fonctions propres statiques.

vp	$L = 5a$	$L = 10a$	$L = 50a$
$\beta_0$	1.1713	1.1577	1.1517
$\beta_1$	2.7412	2.7437	2.7403
$\beta_2$	4.2977	4.3017	4.2957
$\beta_3$	5.8671	5.8739	5.8663
$\beta_4$	7.4321	7.4406	7.4318
$\beta_5$	9.0026	9.0131	9.004
$\beta_6$	10.5721	10.5843	10.57521
$\beta_7$	12.1455	12.1597	12.15081
$\beta_8$	13.71968	13.7349	13.7274
$\beta_9$	15.2969	15.3137	15.3077

Table A.2 Influence de la distance du bord fictif.

### A.1.3 Cas d'une faille hétérogène

#### Stabilité de deux cracks

Ce problème a déjà été abordé au chapitre 3. Ici nous allons introduire la même étude dans le cadre de la géométrie plane. Le problème aux valeurs propres est différent, il fait intervenir deux directions du déplacement et des contraintes, mais peut se résoudre avec la méthode des éléments finis. On définit simplement:

$$\beta = \frac{\alpha}{G} a \quad (\text{A.6})$$

et

$$\gamma = \sqrt{\frac{G}{\lambda + 2G}} \quad (\text{A.7})$$

La constante de stabilité  $\beta_0$  en plan vaut approximativement 1.56. Il est possible d'étudier la stabilité de deux cracks. La figure 2 présente les résultats. Les deux courbes sont semblables et suivent la même évolution. En fait, il est possible de lier les deux géométries plane et antiplane par un facteur (dit facteur F), fonction du rapport des vitesses P et S,  $\eta$ . Ce facteur est donné par la relation suivante:

$$\eta = 2(1 - 1/\eta^2) \quad (\text{A.8})$$



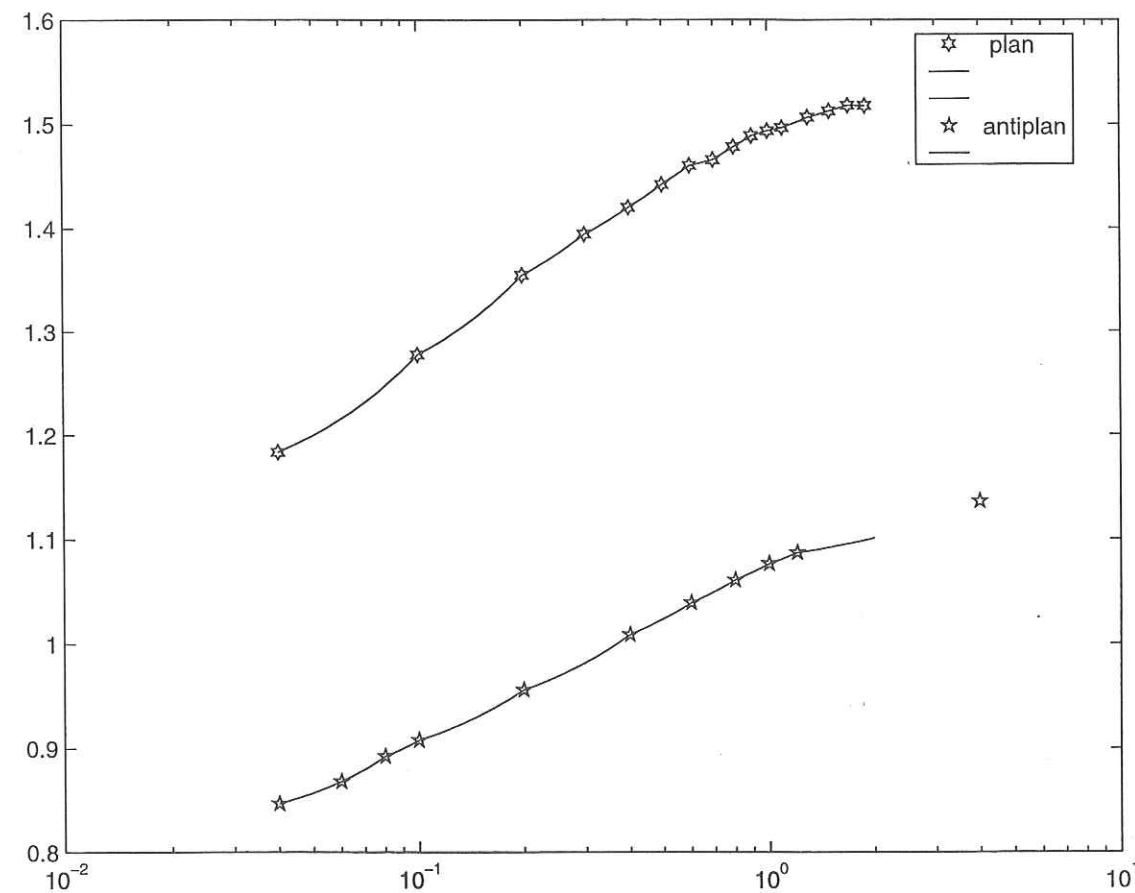


Figure A.2 Stabilité de deux cracks distants, en plan et en antiplan. Les deux courbes sont similaires et sont dans le rapport 1.39, qui provient du facteur  $F$  directement relié au rapport des vitesses d'ondes  $P$  et  $S$ .

nb segments	Cantor(1/3)	Cantor(1/4)
2	1.1143388	1.076394895
4	3.2600001	2.583900955
8	9.2778997	6.227748099
16	-	14.5533518

Table A.3  $\beta_0$  d'un set de Cantor de segments. A gauche les segments sont faiblement interactifs, à droite ils sont plus interactifs.

### Premières études de renormalisation

Les failles sont connues pour exhiber une rugosité autosimilaire sur des bandes de longueur d'onde séparées par des longueurs d'onde coin (les  $\lambda_c$  d'Ohnaka). On considère ici que la rugosité est représentée par un ensemble de segments séparés par des barrières. Le caractère autosimilaire est réduit à sa plus simple expression, le set de Cantor. Un segment de longueur  $2a$  est coupé en trois sous segments, identiques ou non. Le sous segment central est enlevé, et ainsi de suite à chaque niveau de complexité. Le tableau 3 présente les résultats obtenus dans deux cas: le premier est nommé Cantor( $\frac{1}{3}$ ), le second Cantor( $\frac{1}{4}$ ). Ce rapport est la fraction qui est enlevée à chaque itération. Dans les deux cas la constante de stabilité augmente avec le degré de complexité. Cela s'explique par le fait qu'à chaque itération la surface de contact est diminuée dans le rapport  $1/3$  ou  $1/4$ . D'un autre point de vue, à chaque itération le nombre de segment est doublé. Le nombre d'interactions aussi. La constante de stabilité augmente donc moins vite dans le cas Cantor( $\frac{1}{4}$ ) que dans le cas Cantor( $\frac{1}{3}$ ) simplement parce que les segments sont plus proches les uns des autres et donc les interactions plus puissantes.

Cette valeur de  $\beta_0$  est une constante de stabilité globale. Localement, la stabilité est peut être plus faible. Ainsi, dans le cas du Cantor( $1/4$ ), le rapport entre la longueur des segments et la distance est doublé à chaque rang. Localement, la stabilité des deux segments adjacents est menacée. Le passage au rang suivant se fait en intégrant le rang précédent: le  $\beta_0$  du sous ensemble est égal au  $\beta_0$  du rang précédent (au moins dans le cas Cantor( $1/3$ )). Par récurrence, on obtient que le  $\beta_0^{local}$  d'un couple de segments vaut le  $\beta_0^{global}$  du rang 1, si on néglige les interactions



avec les autres couples (beaucoup moins pour le Cantor(1/4)). On arrive donc à un système multi-échelle dont la stabilité est fonction de l'échelle d'observation. Plus on regarde finement, plus la stabilité décroît. Ceci est compatible avec la répartition de séismes en fonction de leur taille (loi de Gutenberg-Richter).

Il serait intéressant de continuer cette étude, mais augmenter encore le nombre de segments devient vite couteux en nombre d'éléments et en temps de calcul. Le comportement à l'infini n'est pas trivial: la surface tend vers zéro, mais le nombre de segments tend vers l'infini. Les deux effets se compensent-ils pour définir une limite au sens mathématique du terme ? Il faut l'espérer, car si la stabilité devient infinie aux petites échelles, alors il y a peu de chances d'obtenir une instabilité.

## A.2 Le problème dynamique

Le problème est exposé au chapitre 3. Il s'agit ici de donner le tableau de valeur des  $\lambda$  en fonction de l'affaiblissement.

$\beta$	$\lambda_0^2$	$\lambda_1^2$	$\lambda_2^2$	$\lambda_3^2$	$\lambda_4^2$	$\beta$	$\lambda_0^2$	$\lambda_1^2$	$\lambda_2^2$	$\lambda_3^2$	$\lambda_4^2$
1.155	0.000196	-	-	-	-	3.0	6.80	1.46	-	-	-
1.158	0.0035	-	-	-	-	3.1	7.37	1.96	-	-	-
1.16	0.0057	-	-	-	-	3.2	7.95	2.48	-	-	-
1.17	0.0175	-	-	-	-	3.3	8.55	3.02	-	-	-
1.18	0.0298	-	-	-	-	3.4	9.17	3.59	-	-	-
1.19	0.043	-	-	-	-	3.5	9.80	4.17	-	-	-
1.2	0.06	-	-	-	-	3.6	10.46	4.78	-	-	-
1.3	0.217	-	-	-	-	3.7	11.14	5.41	-	-	-
1.4	0.4148	-	-	-	-	3.8	11.83	6.05	-	-	-
1.5	0.644	-	-	-	-	3.9	12.54	6.71	-	-	-
1.6	0.90	-	-	-	-	4.0	13.27	7.40	-	-	-
1.7	1.18	-	-	-	-	4.1	14.01	8.10	-	-	-
1.8	1.48	-	-	-	-	4.2	14.77	8.82	-	-	-
1.9	1.81	-	-	-	-	4.3	15.55	9.56	0.19	-	-
2.0	2.18	-	-	-	-	4.4	16.35	10.31	-	-	-
2.1	2.6	-	-	-	-	4.5	17.17	11.09	1.51	-	-
2.2	2.99	-	-	-	-	4.6	18.00	11.89	-	-	-
2.3	3.39	-	-	-	-	4.7	18.85	12.70	2.95	-	-
2.4	3.83	-	-	-	-	5.0	21.50	15.23	5.29	-	-
2.5	4.27	-	-	-	-	5.1	22.41	16.10	6.11	-	-
2.6	4.74	-	-	-	-	5.5	26.25	19.79	9.57	-	-
2.7	5.23	0.13	-	-	-	5.9	30.33	23.72	13.31	0.19	-
2.8	5.73	0.54	-	-	-	6.0	31.4	24.7	14.29	0.40	-
2.9	6.26	0.98	-	-	-	6.1	32.47	25.78	15.28	1.28	-
						6.2	33.57	26.83	16.30	2.19	-



## Appendix B

### Initiation et propagation de la rupture avec résistance variable

#### B.1 Initiation hétérogène

La résistance variable est définie par deux paramètres: un glissement  $D_e$  et une pente de durcissement  $S_s$ . Le produit de ces deux paramètres définit le pic de contrainte  $\tau_p$ . L'initiation et la propagation de la rupture sur une faille hétérogène nécessitent de choisir des variations douces des paramètres. Ceci permet d'éviter les problèmes de singularité de contrainte. La figure 3 est dépourvue d'échelle de temps et d'espace. Elle est graduée en points et en itérations en temps. Elle présente le processus d'initiation en vitesse et contrainte pour une faille de résistance variable. L'état de contrainte initial est homogène, égal au minimum de résistance de la faille.

La figure 3 montre que la faille est stable en certains endroits, instable en d'autres. Il est possible d'obtenir des failles entièrement stables, sur lesquelles l'initiation ne peut se développer. Tel est le cas dans la figure 4.



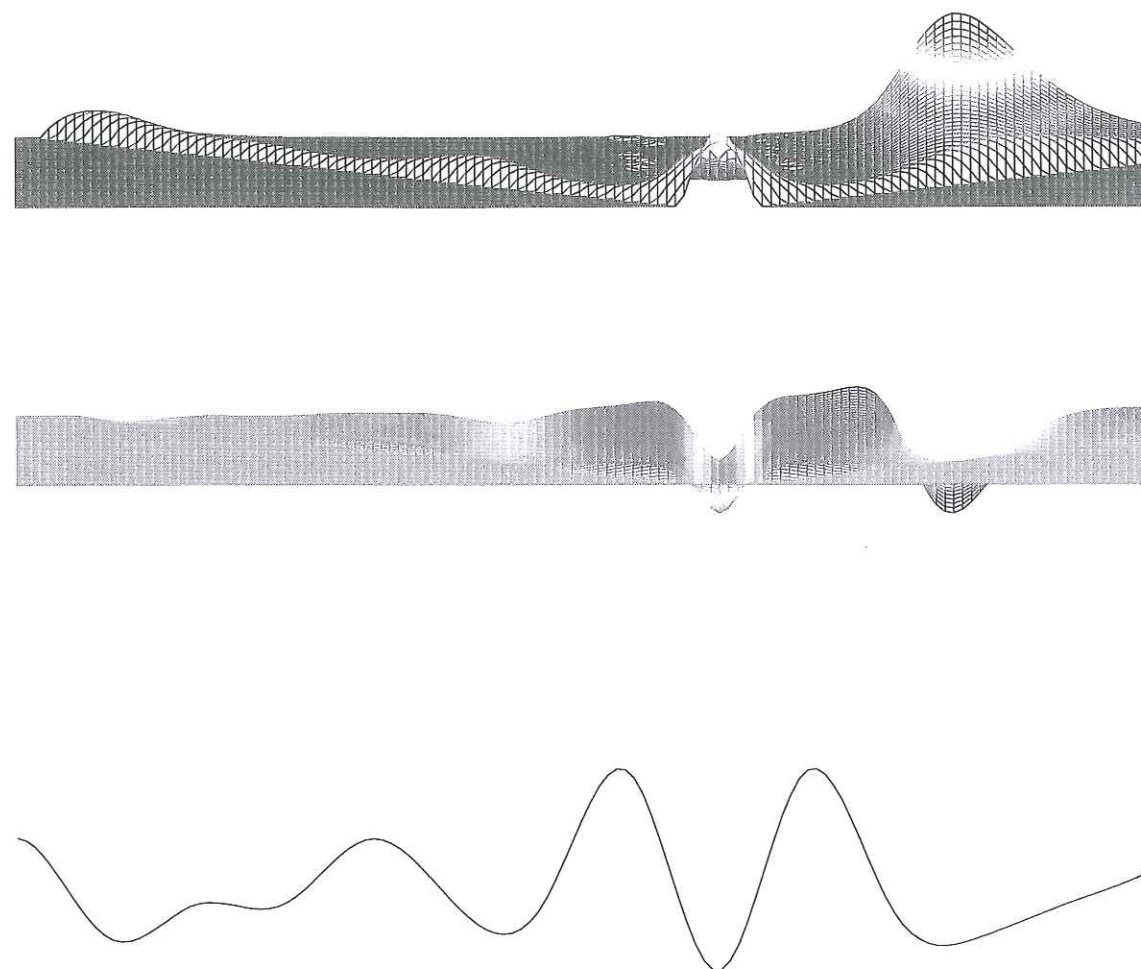


Figure B.1 Evolution adimensionnelle de la vitesse et de la contrainte lors de l'initiation sur une faille de résistance variable. Le profil de résistance est présenté en bas. On note les corrélations entre l'augmentation de vitesse et la chute de contrainte, entre le développement de l'initiation et le profil de résistance. Le processus se développe aux minima de résistance. Ainsi l'initiation ne se développe pas dans l'axe de la perturbation mais sur sa droite. Un pulse de glissement se propage vers la gauche sans pouvoir déclencher le processus d'initiation.

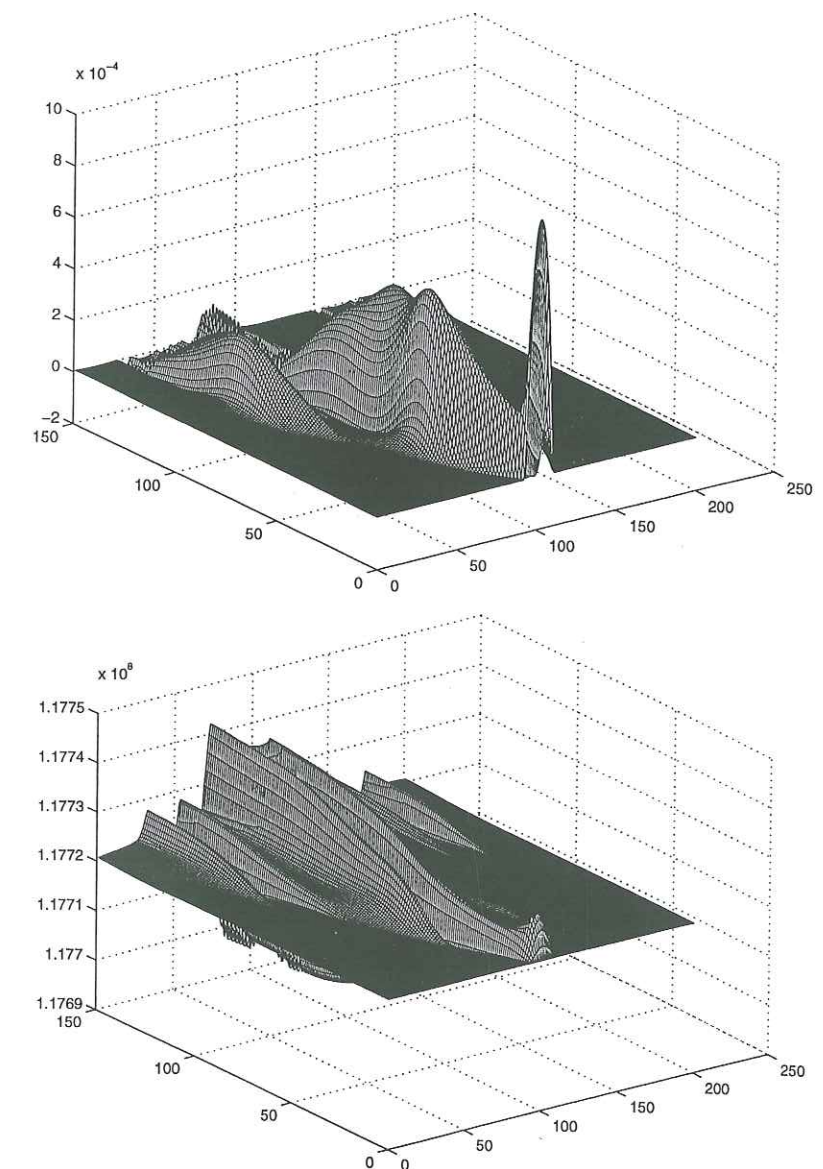


Figure B.2 Initiation sur une faille résistante et stable. Le processus d'initiation est avorté. a/ Évolution de la vitesse de glissement sur la faille. b/ Évolution de la contrainte de cisaillement.



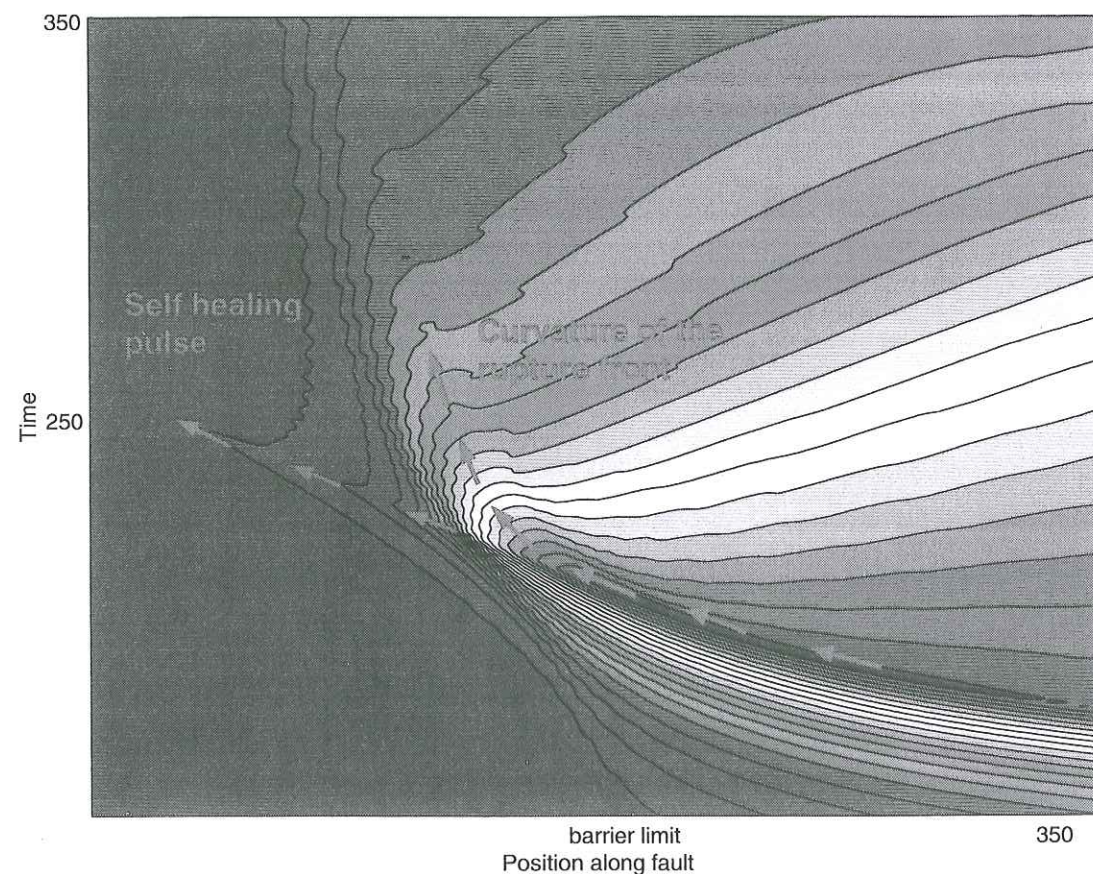


Figure B.3 Propagation de la rupture dans une barrière de résistance croissante. Le front de rupture se courbe: la vitesse de propagation ainsi que la vitesse de dislocation diminuent progressivement. Un pulse se propage à la vitesse des ondes S. Son amplitude diminue rapidement.

## B.2 Propagation sur une faille de résistance variable

### B.2.1 Cas d'un milieu de résistance croissante

Le milieu de résistance croissante peut simuler la propagation de la rupture depuis une zone faible sur laquelle elle s'est bien développée vers une zone fraîche et saine, beaucoup plus résistante. La figure 5 illustre la propagation de la rupture dans une barrière de résistance croissante.

Dans ce cas précis la propagation se termine. L'arrêt de la rupture nécessite une certaine distance qui dépend de la taille de la zone faible rompue et des propriétés de la barrière.

### B.2.2 Propagation dans un milieu de résistance variable

La propagation de la rupture dans un milieu de résistance variable (au sens où elle n'est pas continûment croissante) révèle des effets inattendus de la barrière en durcissement. Le profil de résistance utilisé pour la simulation de propagation présente des petites fluctuations périodiques de la résistance. La figure 6 présente l'évolution de la vitesse de glissement le long de la faille au cours du temps (les axes sont gradués en points et en itération en temps). Au temps 0 une perturbation de vitesse est appliquée à la faille au point 80. Elle donne naissance à une instabilité qui se développe dans la zone faible centrale. L'onde surlignée en blanc sur la figure se propage le long de la faille et porte l'information nécessaire à l'initiation dans les barrières et les zones faibles. Le processus se développe plus lentement au sein des barrières qu'au sein des zones faibles. La géométrie choisie est telle que dans l'exemple proposé il est possible de voir apparaître plusieurs fronts de rupture. Les deux fronts se succèdent en temps. L'explication vient de ce que la barrière présente entre les deux zones faibles retarde l'apparition du front de rupture principal. Entretemps, le processus d'initiation se développe dans la seconde zone faible et donne naissance au front de rupture secondaire. Ce mécanisme doit se répéter à chaque barrière, et le nombre de fronts de rupture donne une idée du nombre d'hétérogénéités traversées. Il s'agit d'un modèle simple où seule la résistance en durcissement varie. La contrainte aussi est connue pour ralentir la propagation de la rupture. L'action conjointe de ces divers paramètres pose la question de la nature intime du front de rupture.



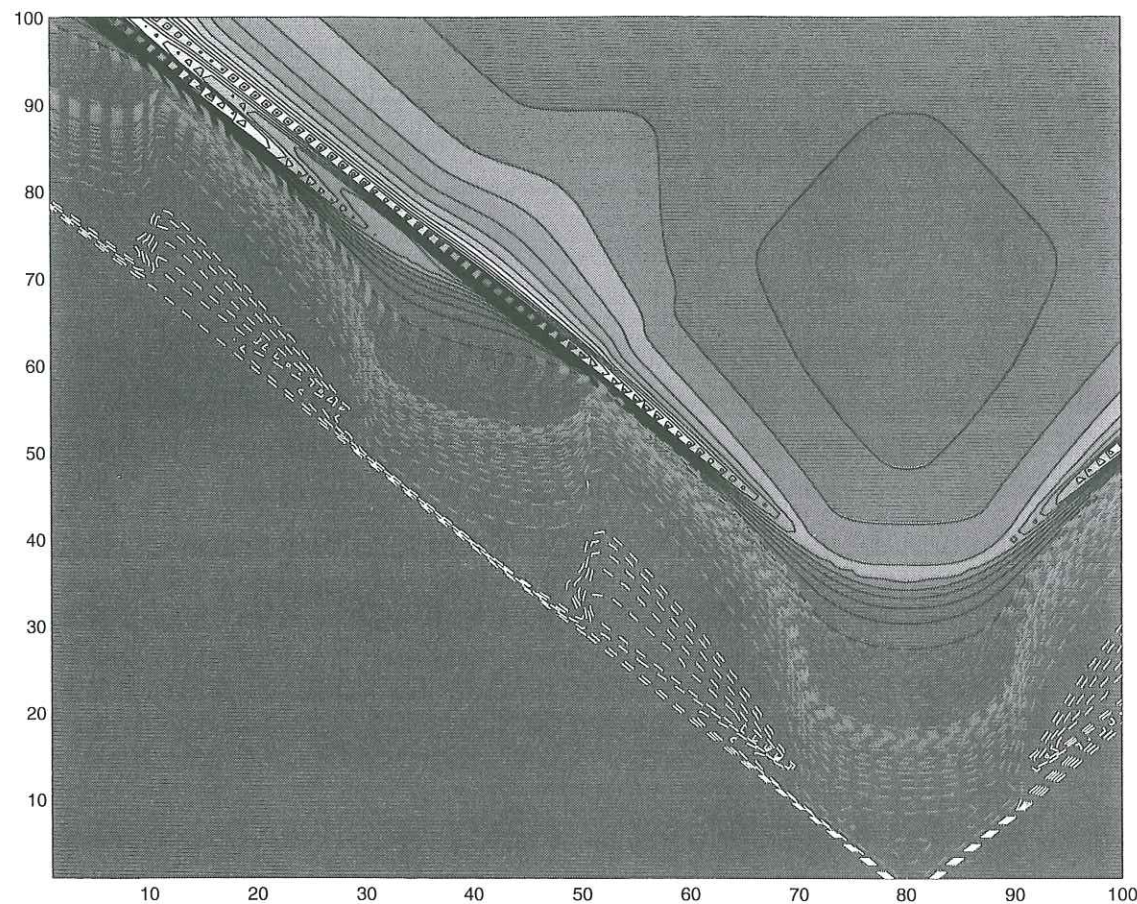


Figure B.4 Initiation et propagation de la rupture sur une faille de résistance variable périodique. Les courbes en pointillés représentent l'évolution de la vitesse de glissement à faible amplitude. Les pointillés blancs marquent ainsi la limite de causalité. Les courbes pleines représentent l'évolution de la vitesse de glissement de forte amplitude. Le fait marquant est l'apparition de deux fronts de rupture qui se propagent parallèlement l'un à l'autre. Ce double front s'explique par le retard imposé par la propagation dans les barrières.

## Appendix C

### Approche numérique de l'initiation

Le schéma numérique de différences finies utilisé pour les besoins de cette thèse est pleinement développé dans *Ionescu et Campillo [1999]*. Nous nous contentons ici de rappeler les principes fondamentaux du schéma.

Le problème à résoudre en géométrie antipiane est le suivant:

$$\ddot{u}(t, x, y) = c^2 \Delta u(t, x, y) \text{ dans } \Omega, \quad (\text{C.1})$$

$$u = 0 \text{ sur } \Gamma_d, \quad (\text{C.2})$$

$$|G \partial_n u - q| \leq S \mu(|u(t)|) \text{ si } \dot{u}(t) = 0, \text{ sur } \Gamma_c, \quad (\text{C.3})$$

$$G \partial_n u - q = -S \mu(|u(t)|) \dot{u}(t)/|\dot{u}(t)| \text{ si } \dot{u}(t, x, 0) \neq 0, \text{ sur } \Gamma_c, \quad (\text{C.4})$$

$$u(0, x) = u_0(x), \quad \dot{u}(0, x) = u_1(x). \quad (\text{C.5})$$

où  $q$  est une contrainte tangentielle initiale,  $c$  la vitesse de propagation des ondes,  $G$  le module de rigidité,  $S$  la contrainte normale et  $(u_0, u_1)$  la perturbation initiale. La première étape de l'approche numérique est de mettre l'équation des ondes sous la forme d'un système hyperbolique du premier ordre:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t}(t, x, y) = \frac{\partial \tau}{\partial y}(t, x, y) + \frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x, y) \quad (\text{C.6})$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial t}(t, x, y) = G \frac{\partial v}{\partial y}(t, x, y) \quad (\text{C.7})$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t}(t, x, y) = G \frac{\partial v}{\partial x}(t, x, y) \quad (\text{C.8})$$



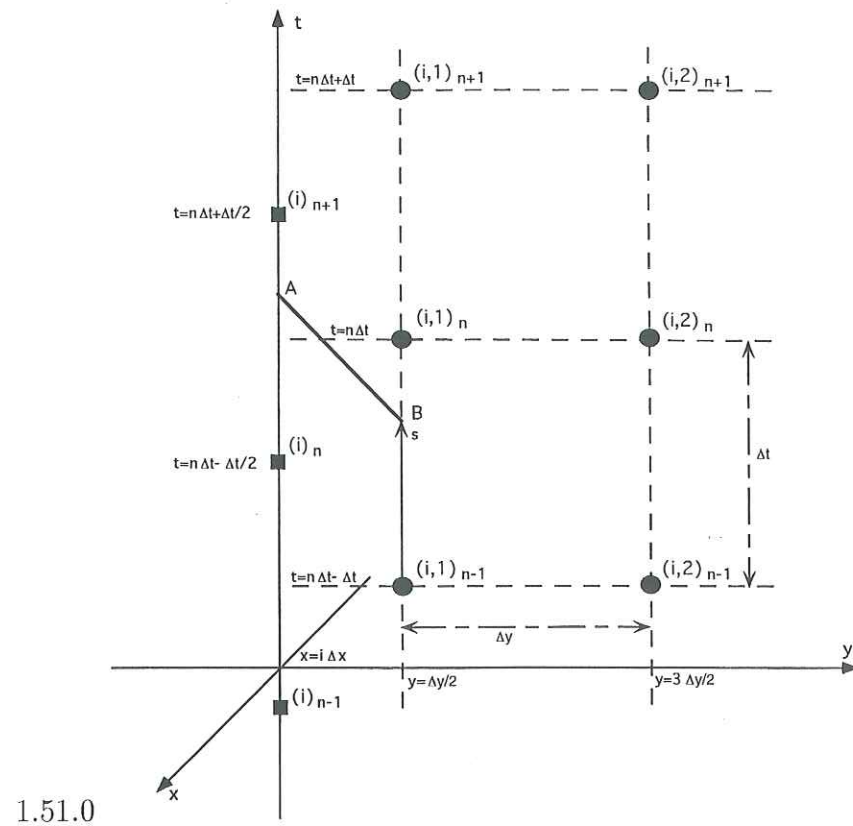


Figure C.1 La grille désignée par des petites cercles est à l'intérieur du domaine, et la grille désignée par des petits carrés est sur la faille. AB (et AC son image par symétrie par rapport à  $y$ ) sont les lignes caractéristiques; elles coupent la faille au moment  $t = [(n-1)/2]\Delta t + s$ .

où  $v(t, x, y) =: \partial_t w(t, x, y)$ ,  $\tau(t, x, y) =: G \partial_y w(t, x, y)$ ,  $\sigma(t, x, y) =: G \sigma_x w(t, x, y)$ .

1.51.5 On désigne ensuite par  $\Delta t$  le pas de temps, et par  $\Delta x$  et  $\Delta y$  les pas d'espace. On considère 2 grilles mixtes (cf figure 7) entre l'espace et le temps afin de discrétiser le problème (9) - (13). La première grille avec les nœuds  $(n\Delta t, i\Delta x, (j - \frac{1}{2})\Delta y)$  est employée pour résoudre le système hyperbolique (14) - (16). Sur cette grille, on désigne par  $v_{i,j}^n, \tau_{i,j}^n, \sigma_{i,j}^n$  les valeurs discrètes de  $v, \tau, \sigma$ :

$$v_{i,j}^n = v(n\Delta t, i\Delta x, (j - \frac{1}{2})\Delta y), \quad (C.9)$$

$$\tau_{i,j}^n = \tau(n\Delta t, i\Delta x, (j - \frac{1}{2})\Delta y), \quad (C.10)$$

$$\sigma_{i,j}^n = \sigma(n\Delta t, i\Delta x, (j - \frac{1}{2})\Delta y). \quad (C.11)$$

La deuxième grille  $((n + \frac{1}{2})\Delta t, i\Delta x)$  est utilisée pour traiter la loi de frottement sur la faille  $y = 0$ . Sur cette grille, on désigne par  $\bar{w}_i^n, \bar{v}_i^n, \bar{\tau}_i^n$  les valeurs de  $\bar{u}, \bar{v}, \bar{\tau}$ :

$$\bar{w}_i^n = u((n - \frac{1}{2})\Delta t, i\Delta x), \quad (C.12)$$

$$\bar{v}_i^n = \dot{u}((n - \frac{1}{2})\Delta t, i\Delta x), \quad (C.13)$$

$$\bar{\tau}_i^n = \tau((n - \frac{1}{2})\Delta t, i\Delta x, 0). \quad (C.14)$$

On suppose que la solution sur les nœuds  $(n\Delta t, i\Delta x, (j - \frac{1}{2})\Delta y)$  et  $((n - \frac{1}{2})\Delta t, i\Delta x)$  est connue pour certain  $n$ . En discrétisant la condition de frottement (11), on trouve le glissement relatif  $\bar{w}_i^n$  et la composante  $\bar{\tau}_i^{n+1}$  du tenseur de contrainte sur les nœuds  $((n + \frac{1}{2})\Delta t, i\Delta x)$ , c'est à dire où  $y = 0$ . On peut donc utiliser les nouvelles valeurs  $\bar{\tau}_i^{n+1}$  comme la condition au bord  $y = 0$  pour l'équation des ondes (9), et on emploie un schéma des différences finies classiques pour déterminer la solution dans les nœuds  $((n + 1)\Delta t, i\Delta x, (j - \frac{1}{2})\Delta y)$ .

On remarque que la solution au moment  $t = (n + 1)\Delta t$  pour  $|y| \geq \frac{1}{2}\Delta y$  est déduite de la condition au bord  $y = 0$  au temps  $t \leq (n - \frac{1}{2})\Delta t$ .

L'intégration le long des lignes caractéristiques donne pour  $s \in [0, \Delta t]$ :

$$\frac{d}{ds} u((n - \frac{1}{2})\Delta t + s, x) + \frac{2}{\sqrt{G\rho}} \tau((n - \frac{1}{2})\Delta t + s, x, 0) = \quad (C.15)$$

$$\begin{aligned} & v((n - 1)\Delta t + s, x, c\frac{\Delta t}{2}) - v((n - 1)\Delta t + s, x, -c\frac{\Delta t}{2}) + \\ & \frac{1}{\sqrt{G\rho}} [\tau((n - 1)\Delta t + s, x, c\frac{\Delta t}{2}) + \tau((n - 1)\Delta t + s, x, -c\frac{\Delta t}{2})] + \\ & + \frac{1}{\rho} \int_0^{\frac{\Delta t}{2}} \left[ \frac{\partial \sigma}{\partial x}((n - 1)\Delta t + s + \gamma, x, c(\frac{\Delta t}{2} - \gamma)) - \frac{\partial \sigma}{\partial x}((n - 1)\Delta t + s + \gamma, x, -c(\frac{\Delta t}{2} - \gamma)) \right] d\gamma \end{aligned}$$

On suppose dès maintenant que  $\Delta x = \Delta y = c\Delta t$ . Les lignes caractéristiques passent par les intersections de la grille. En utilisant l'approximation du premier ordre de (23), on obtient:

$$\frac{d}{ds} u((n - \frac{1}{2})\Delta t + s, i\Delta x) + \frac{2}{\sqrt{G\rho}} \tau((n - \frac{1}{2})\Delta t + s, i\Delta x, 0) = A_i^n + \frac{s}{\Delta t} (B_i^n - A_i^n) \quad (C.16)$$

où:

$$A_i^n = \bar{v}_i^n + \frac{2}{\sqrt{G\rho}} \bar{\tau}_i^n, \quad (C.17)$$

$$B_i^n = v_{i,1}^n - v_{i,0}^n + \frac{1}{\sqrt{G\rho}} (\tau_{i,1}^n + \tau_{i,0}^n) + \frac{1}{4\sqrt{G\rho}} [(\sigma_{i+1,1}^n - \sigma_{i-1,1}^n) - (\sigma_{i+1,0}^n - \sigma_{i-1,0}^n)]$$



$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{8}[(v_{i+1,1}^n + v_{i-1,1}^n - 2v_{i,1}^n) - (v_{i+1,0}^n + v_{i-1,0}^n - 2v_{i,0}^n)] \\
& + \frac{1}{8\sqrt{G\rho}}[(\tau_{i+1,1}^n + \tau_{i-1,1}^n - 2\tau_{i,1}^n) + (\tau_{i+1,0}^n + \tau_{i-1,0}^n - 2\tau_{i,0}^n)]. \quad (C.18)
\end{aligned}$$

**Premier cas:** le glissement est présent sur la faille, au point  $x = i\Delta x$  pendant tout l'intervalle  $[(n - \frac{1}{2})\Delta t, (n + \frac{1}{2})\Delta t]$ . On déduit de (24) et de la condition de frottement l'équation différentielle non linéaire suivante:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{ds}u((n - \frac{1}{2})\Delta t + s, i\Delta x) &= -\frac{2S}{\sqrt{G\rho}}\mu(u((n - \frac{1}{2})\Delta t + s, i\Delta x)) \\
&+ A_i^n + \frac{s}{\Delta t}(B_i^n - A_i^n). \quad (C.19)
\end{aligned}$$

Afin de résoudre cette nouvelle équation, on désigne par  $\delta t$  le pas de temps local, avec  $N\delta t = \Delta t$ , et par  $\bar{u}_i^{n,k} = u((n - \frac{1}{2})\Delta t + k\delta t, i\Delta x)$  avec  $\bar{u}_i^{n,0} = \bar{u}_i^n$ . Pour  $s \in [(k - 1)\delta t, k\delta t]$  l'équation non linéaire (27) peut être approchée par l'équation différentielle linéaire suivante:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{ds}u((n - \frac{1}{2})\Delta t + s, i\Delta x) &= c\alpha^{n,k}[u((n - \frac{1}{2})\Delta t + s, i\Delta x) - u_i^{n,k-1}] + C_i^{n,k} \\
&+ \frac{s - (k - 1)\delta t}{\Delta t}(B_i^n - A_i^n) \quad (C.20)
\end{aligned}$$

où:

$$\alpha^{n,k} = -\frac{2S}{G}\mu'(u_i^{n,k-1}), \quad (C.21)$$

$$C_i^{n,k} = A_i^n - \frac{S}{\sqrt{G\rho}}\mu(u_i^{n,k-1}) + \frac{(k - 1)\delta t}{\Delta t}(B_i^n - A_i^n). \quad (C.22)$$

La résolution de la dernière équation amène:

$$\bar{u}_i^{n,k} = \begin{cases} \bar{u}_i^{n,k-1} + \frac{1}{c\alpha^{n,k}} \{ [e^{c\alpha^{n,k}\delta t} - 1](C_i^{n,k} + \frac{B_i^n - A_i^n}{\Delta t c\alpha^{n,k}}) - \frac{(B_i^n - A_i^n)\delta t}{\Delta t} \}, & \alpha^{n,k} \neq 0 \\ \bar{u}_i^{n,k-1} + C_i^{n,k}\delta t + \frac{(B_i^n - A_i^n)(\delta t)^2}{2\Delta t}, & \alpha^{n,k} = 0 \end{cases} \quad (C.23)$$

Du point de vue numérique, la méthode d'intégration de l'équation (27) est équivalente à la méthode d'Euler implicite plus une itération de la méthode de Newton. Cependant, l'avantage de la méthode proposée réside dans l'exactitude de l'intégration dans le cas du frottement linéaire,  $\mu$  dépendant linéairement par morceau du glissement relatif.

En effet, si la loi de frottement est homogène sur la faille, si la fonction  $\mu$  est linéaire par morceau et si  $u_i^{n,k-1} \leq 2L_c$ , alors on trouve  $\alpha^{n,k} = \alpha_c$ .

Finalement on note:

$$u_i^{n+1} = u_i^{n,N}, \quad \bar{\tau}_i^{n+1} = S\mu(u_i^{n+1}), \quad \delta v_i^{n+1} = B_i^n - \frac{2}{\sqrt{G\rho}}\bar{\tau}_i^{n+1}.$$

**Deuxième cas:** il n'y a pas de glissement relatif au point  $x = i\Delta x$  dans l'intervalle temporel  $[(n - \frac{1}{2})\Delta t, (n + \frac{1}{2})\Delta t]$ . On obtient directement de (24):

$$u_i^{n+1} = u_i^n, \quad \bar{\tau}_i^{n+1} = \frac{\sqrt{G\rho}}{2}B_i^n, \quad \delta v_i^{n+1} = 0.$$

La dernière étape de l'approche numérique est de discrétiser l'équation des ondes par une méthode de directions alternées. Le système (??) - (??) se réduit à 2 systèmes hyperboliques d'une variable d'espace pour chaque pas de temps. On applique ensuite le schéma de différences finies de Lax-Wendroff (centré) pour discrétiser ces deux systèmes. Afin de calculer la solution dans la grille intérieure au moment  $t = (n + 1)\Delta t$ , on inclut sur le bord les valeurs  $\bar{\tau}_i^{n+1}$  du tenseur de contrainte, déterminées dans l'étape précédente.

En effet, si on choisit  $y$  comme la première direction et  $x$  comme la deuxième, on déduit alors de (??) - (??):

$$\hat{v}_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(v_{i,j-1}^n + v_{i,j+1}^n) + \frac{\Delta t}{2\rho\Delta y}(\tau_{i,j+1}^n - \tau_{i,j-1}^n), \quad (C.24)$$

$$\hat{\tau}_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{2}(\tau_{i,j+1}^n + \tau_{i,j-1}^n) + \frac{G\Delta t}{2\Delta y}(v_{i,j+1}^n - v_{i,j-1}^n), \quad (C.25)$$

$$\hat{v}_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{2}(\hat{v}_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + \hat{v}_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}) + \frac{\Delta t}{2\rho\Delta x}(\sigma_{i+1,j}^n - \sigma_{i-1,j}^n), \quad (C.26)$$

$$\hat{\sigma}_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{2}(\sigma_{i+1,j}^n + \sigma_{i-1,j}^n) + \frac{G\Delta t}{2\Delta x}(\hat{v}_{i+1,j}^{n+1} - \hat{v}_{i-1,j}^{n+1}). \quad (C.27)$$

Si on choisit  $x$  comme la première direction et  $y$  comme la deuxième, on obtient de façon similaire:

$$\tilde{v}_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(v_{i+1,j}^n + v_{i-1,j}^n) + \frac{\Delta t}{2\rho\Delta x}(\sigma_{i+1,j}^n - \sigma_{i-1,j}^n), \quad (C.28)$$

$$\tilde{\sigma}_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{2}(\sigma_{i+1,j}^n + \sigma_{i-1,j}^n) + \frac{G\Delta t}{2\Delta x}(v_{i+1,j}^n - v_{i-1,j}^n), \quad (C.29)$$

$$\tilde{v}_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{2}(\tilde{v}_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}} + \tilde{v}_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}}) + \frac{\Delta t}{2\rho\Delta y}(\tau_{i,j+1}^n - \tau_{i,j-1}^n), \quad (C.30)$$

$$\tilde{\tau}_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{2}(\tau_{i,j+1}^n + \tau_{i,j-1}^n) + \frac{G\Delta t}{2\Delta y}(\tilde{v}_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} - \tilde{v}_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}). \quad (C.31)$$



On remarque que si  $\bar{v}_i^{n+1} \neq 0$ , alors pour  $j = 0$  ou  $j = 1$ , les équations (32), (33), (38), (39) doivent être modifiées afin d'inclure les valeurs  $\bar{\tau}_i^{n+1}$  du tenseur de contrainte sur le bord, calculées au dessus de la condition de frottement. Par exemple, (32), (33) deviennent:

$$\hat{v}_{i,1}^{n+1/2} = \frac{1}{2}(v_{i,1}^n + v_{i,2}^n) + \frac{\Delta t}{2\rho\Delta y}(\tau_{i,2}^n + \tau_{i,1}^n - 2\bar{\tau}_i^{n+1}), \quad (\text{C.32})$$

$$\hat{\tau}_{i,1}^{n+1} = \frac{1}{2}(\tau_{i,2}^n - \tau_{i,1}^n + 2\bar{\tau}_i^{n+1}) + \frac{G\Delta t}{2\Delta y}(v_{i,2}^n - v_{i,1}^n), \quad (\text{C.33})$$

Finalement on met:

$$v_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{2}(\hat{v}_{i,j}^{n+1} + \tilde{v}_{i,j}^{n+1}), \quad \tau_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{2}(\hat{\tau}_{i,j}^{n+1} + \tilde{\tau}_{i,j}^{n+1}), \quad \sigma_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_{i,j}^{n+1} + \tilde{\sigma}_{i,j}^{n+1}).$$

La solution sur la grille intérieure au moment  $t = (n+1)\Delta t$  est calculée. Elle est utilisée pour obtenir à nouveau la solution sur la grille du bord, et la procédure itérative se répète au pas de temps suivant.

**Remarque:** À aucun moment le schéma ne nécessite d'avoir  $\alpha^n$  strictement négatif, c'est à dire d'avoir une loi en affaiblissement. Le taux d'affaiblissement peut être positif: le schéma permet aussi de traiter les lois en durcissement et donc la résistance à la rupture.

### Earthquakes: from initiation to rupture arrest

Seismological observations show the existence of an initiation phase that precedes the onset of the P-waves associated with the rupture. Numerous experiments have permitted to precise the phenomenology of dry friction and also describe a nucleation phase that precedes the dynamic instability. We study the implications of the slip-dependent friction both on initiation and triggering of the rupture. The method used is based on an eigenvalue analysis coupled with the modelling of the processes using a finite differences or a finite elements scheme. This method takes into account the characteristic time scale of both the initiation and the propagation of the rupture (0.01 to 100 s). Moreover, this method is successful both for homogeneous and heterogeneous faults. Chapter 1 presents the main observational and experimental results, and also the different models of nucleation. The eigenvalue analysis exhibits a domain of stability of the finite fault that is limited by the first static eigenvalue  $\beta_0$ . The intrinsic fault mechanics is controlled by  $\beta = a \times \alpha$ , where  $a$  is the half fault length and  $\alpha$  is the weakening rate of the friction law. As  $\beta < \beta_0$ , the fault is stable; as  $\beta \geq \beta_0$  the fault becomes unstable. The method used allows the computation of the instability growth rate  $\lambda$  as a function of  $\beta$ . We show that the initiation duration  $T_e$  may be incredibly long as  $\beta$  tends to  $\beta_0$ . Chapter 2 consider the fault inside its geological context. The intrinsic mechanics is confronted to the external forces. We are interested in fault interaction, composed of a static and a dynamic part. We show that the dynamic part is able to trigger the rupture. Chapter 3 studies the heterogeneous finite fault. We show the spectral equivalence between a fault system and an homogeneous fault associated with a lower weakening. We show the existence of a domain of confidence over which it is possible to measure the effective weakening of the heterogeneous system. This measure constrains the time of occurrence of the future event. The finite differences modelling permits to define an effective friction law that corresponds to the homogenisation of the complex system. Chapter 4 presents a possible definition of crack growth resistance based on both friction and fracture experiments. The constitutive law presents a slip-strengthening behavior prior to the slip-weakening. The slip-strengthening removes the shear stress singularities. The rupture arrest is done over a zone that corresponds to the damaging of the strengthening barrier.

Keywords: earthquake, friction, rupture, initiation, triggering, arrest



## Les tremblements de terre: de l'initiation à l'arrêt de la rupture

Les observations sismologiques montrent l'existence d'une phase d'initiation qui précède l'arrivée des ondes P associées à la rupture. Par ailleurs, de nombreux travaux expérimentaux ont permis de préciser la phénoménologie du frottement sec et décrivent également une phase de nucléation précédant l'instabilité dynamique. Nous étudions les implications du formalisme en glissement tant sur l'initiation que sur le déclenchement des séismes. La méthode proposée est fondée sur une analyse aux valeurs propres couplée à la modélisation des processus en différences finies et éléments finis. Elle permet la prise en compte des échelles de temps caractéristiques de la nucléation et de la propagation de la rupture (0.01 à 100 s). De plus cette méthode est valide pour les failles homogènes comme pour les failles hétérogènes. Nous présentons les principaux résultats observationnels et expérimentaux, ainsi que les possibles modélisations de la nucléation. L'analyse aux valeurs propres met en lumière un domaine de stabilité de la faille finie, limité par la première valeur propre statique  $\beta_0$ . La mécanique propre de la faille finie est contrôlée par le facteur  $\beta = a \times \alpha$ , où  $a$  est la demi longueur de la faille et  $\alpha$  l'affaiblissement de la loi de frottement. Lorsque  $\beta < \beta_0$  la faille est stable; lorsque  $\beta \geq \beta_0$  la faille est instable. La méthode utilisée permet de relier le taux de croissance de l'instabilité  $\lambda$  à  $\beta$  lorsque la faille est instable. Nous montrons que la durée de la phase d'initiation  $T_c$  peut être extrêmement longue lorsque  $\beta$  tend vers  $\beta_0$ . La faille est un objet géologique à replacer dans son contexte géologique. La mécanique intrinsèque de la faille est alors confrontée aux différents termes de forçage. Nous nous intéressons à l'interaction entre failles, composée d'une partie statique et d'une partie dynamique. Nous montrons que le terme dynamique, actuellement peu étudié, peut déclencher la rupture. L'application au cas réel du séisme d'Irpinia permet de préciser les valeurs des paramètres du frottement, et de préciser les influences respectives de la dynamique et du statique sur le déclenchement. Nous étudions ensuite la faille finie hétérogène. Dans un premier temps, nous montrons l'équivalence spectrale entre un système de failles et une faille homogène équivalente associée à un affaiblissement moindre. Nous montrons l'existence d'un domaine de confiance sur lequel il est possible de mesurer l'affaiblissement effectif du système hétérogène. Cette mesure sert à contraindre le temps d'occurrence du prochain événement. La modélisation en différences finies permet de définir une loi de frottement effective non linéaire qui correspond à l'homogénéisation du système hétérogène. L'introduction de l'hétérogénéité pose la question de la résistance de la faille et de l'arrêt de la rupture. Nous présentons une définition possible de la résistance fondée sur les expériences de frottement et de rupture des matériaux. La loi constitutive présente une partie durcissante avant l'affaiblissement. L'introduction du durcissement supprime les singularités de contrainte qui apparaissent avec les barrières rigides. L'arrêt de la rupture se fait sur une zone qui correspond à l'endommagement de la barrière en durcissement. Ce modèle d'arrêt de la rupture est à même d'expliquer la croissance des failles au travers de la répétition des séismes.

Mots clés: séisme, frottement, rupture, initiation, déclenchement, arrêt